

广东省广州市海珠区中山大学附属实验学校 2024-2025 学年九

年级上学期期中数学试题与答案

学校:\_\_\_\_\_姓名:\_\_\_\_\_班级:\_\_\_\_\_考号:\_\_\_\_\_

一、单选题

1. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 如图为部分“卦”的符号, 其中是中心对称图形的是 ( )



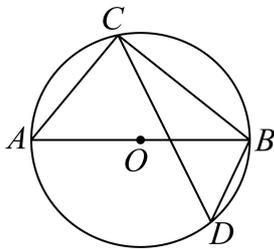
2.  $\odot O$  的半径为 3, 点  $P$  在  $\odot O$  外, 点  $P$  到圆心的距离为  $d$ , 则  $d$  需要满足的条件 ( )

- A.  $d > 3$       B.  $d = 3$       C.  $0 < d < 3$       D. 无法确定

3. 用配方法解一元二次方程  $x^2 - 4x + 3 = 0$  时, 配方正确的是 ( )

- A.  $(x+2)^2 = 1$       B.  $(x+2)^2 = 7$       C.  $(x-2)^2 = 7$       D.  $(x-2)^2 = 1$

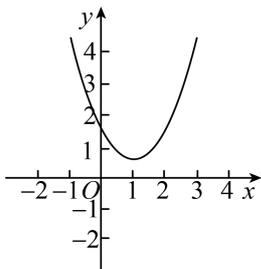
4. 如图, 在  $\odot O$  中,  $AB$  为直径,  $C, D$  为圆上的点, 若  $\angle CDB = 51^\circ$ , 则  $\angle CBA$  的大小为 ( )



- A.  $51^\circ$       B.  $49^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $39^\circ$

5. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  如图所示, 则关于  $x$  的方程

$ax^2 + bx + c = 0$  的根的情况为 ( )



- A. 有两个不相等的实数根      B. 有两个相等的实数根

C. 有实数根

D. 没有实数根

6. 抛物线  $y = -(x-1)^2 + 2$  的顶点坐标是( )

A. (1,-2)

B. (1,2)

C. (-1,-2)

D. (-1,2)

7. 若关于  $x$  的一元二次方程  $2x^2 + x - m = 0$  有一个根为 1, 则  $m$  的值为( )

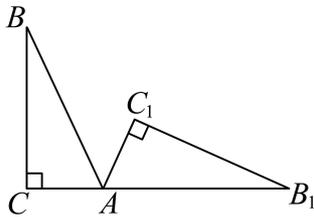
A. 3

B. 0

C. -2

D. -3

8. 如图, 将  $\text{Rt}\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针方向旋转到  $\triangle AB_1C_1$  的位置, 使得点  $C, A, B_1$  在同一条直线上,  $\angle B = 25^\circ$ , 那么旋转角等于( )



A.  $65^\circ$

B.  $100^\circ$

C.  $115^\circ$

D.  $120^\circ$

9. 某公司今年 10 月的营业额为 2500 万元, 按计划第四季度的总营业额要达到 9100 万元, 该公司 11、12 两个月营业额的月均增长率, 设该公司 11、12 两个月营业额的月均增长率为  $x$ , 则根据题意可列的方程为( )

A.  $2500(1+x)^2 = 9100$

B.  $2500[1 + (1+x) + (1+x)^2] = 9100$

C.  $2500[(1+x) + (1+x)^2] = 9100$

D.  $9100(1+x)^2 = 2500$

10. 当  $-1 \leq x \leq 2$  时, 函数  $y = x^2 - n$  与  $y = 2x$  的图象有且只有一个交点, 其中  $n$  为常数. 则  $n$  的取值为( )

A.  $0 < n \leq 3$  或  $n = -1$

B.  $n = -1$

C.  $-1 \leq n \leq 3$

D.  $0 \leq n \leq 3$

## 二、填空题

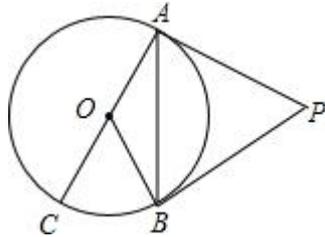
11. 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 = 16$  有整数根, 则整数  $a$  的值可以是\_\_\_\_\_ (写出一个即可).

12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 将抛物线  $y = 3x^2$  向下平移 1 个单位, 得到的抛物线表达式为\_\_\_\_\_.

13. 一个等腰三角形的底边长是 6, 腰长是一元二次方程  $x^2 - 7x + 12 = 0$  的一个根, 则此三角

形的周长是\_\_\_\_\_.

14. 如图,  $PA, PB$  是  $\odot O$  的切线,  $A, B$  为切点,  $AC$  是  $\odot O$  的直径,  $\angle BAC = 20^\circ$ , 则  $\angle P$  的度数为\_\_\_\_\_.



15. “青山绿水, 畅享生活”, 人们经常将圆柱形竹筒改造成生活用具, 图1所示是一个竹筒水容器, 图2为该竹筒水容器的截面. 已知截面的半径为10cm, 开口  $AB$  宽为12cm, 这个水容器所能装水的最大深度是\_\_\_\_\_ cm.



图1

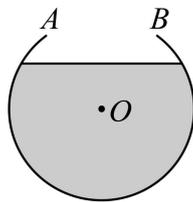


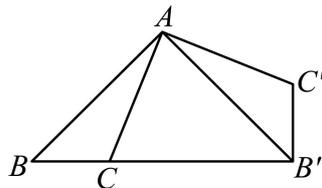
图2

16. 抛物线  $y = -x^2 + 2x + m$  交  $x$  轴于点  $A(a, 0)$  和  $B(b, 0)$  (点  $A$  在点  $B$  左侧), 抛物线的顶点为  $D$ , 下列四个结论: ①抛物线过点  $(2, m)$ ; ②当  $m=0$  时,  $\triangle ABD$  是等腰直角三角形; ③  $a+b=4$ ; ④抛物线上有两点  $P(x_1, y_1)$  和  $Q(x_2, y_2)$ , 若  $x_1 < x_2$ , 且  $x_1 + x_2 > 2$ , 则  $y_1 > y_2$ . 其中结论正确的序号是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

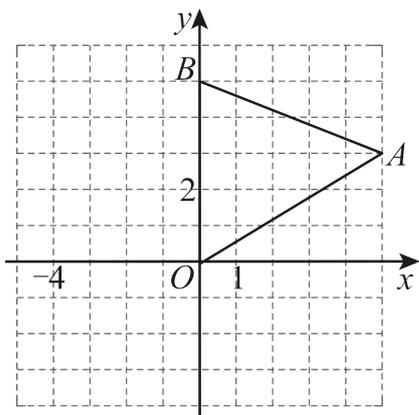
17. 解方程:  $x^2 + x = 1$ .

18. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 45^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle AB'C'$ , 使点  $B'$  在  $BC$  的延长线上. 求证:  $BB' \perp C'B'$ .



19. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\triangle OAB$  的三个顶点的坐标分别为  $O(0,0)$ ,  $A(5,3)$ ,

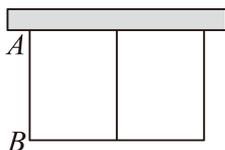
$B(0,5)$ .



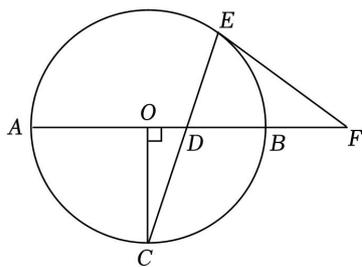
(1)画出  $\triangle OAB$  绕原点  $O$  逆时针方向旋转  $90^\circ$  后得到的  $\triangle OA_1B_1$ ;

(2)  $\angle OAA_1 =$  \_\_\_\_\_;

20. 如图, 用篱笆围成一块矩形花圃, 该花圃一侧靠墙, 而且有一道隔栏 (隔栏也用篱笆制作), 已知所用篱笆的总长为  $24\text{m}$ , 花圃的面积为  $45\text{m}^2$ , 墙的最大可用长度为  $10\text{m}$ , 求边  $AB$  的长.



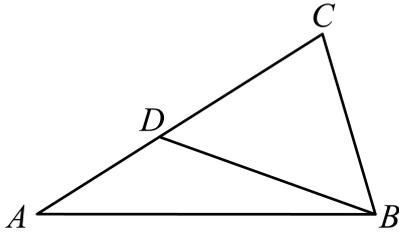
21. 如图,  $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $OC \perp AB$  交  $\odot O$  于点  $C$ ,  $D$  为  $OB$  上一点, 延长  $CD$  交  $\odot O$  于点  $E$ , 延长  $OB$  至  $F$ , 使  $DF = EF$ , 连接  $EF$ .



(1)求证:  $EF$  为  $\odot O$  的切线;

(2)若  $OD=1$  且  $BD=BF$ , 求  $\odot O$  的半径.

22. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $CD=CB$ .



(1)尺规作图：将 $\triangle ABD$ 绕点 $B$ 顺时针旋转 $\alpha(0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ 得到 $\triangle EBF$ ，使得点 $A$ 的对应点 $E$ 在 $BC$ 的延长线上（保留作图痕迹，不写作法）；

(2)在（1）的条件下，连接 $CF$ ，判断点 $F$ 与直线 $AC$ 的位置关系，并说明理由。

23. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A(-1, m)$ ，点 $B(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c(a > 0)$ 上. 设抛物线的对称轴为直线 $x = t$ .

(1)当 $t = 2$ 时，

①直接写出 $b$ 与 $a$ 满足的等量关系；

②比较 $m, n$ 的大小，并说明理由；

(2)已知点 $C(x_0, p)$ 在该抛物线上，若对于 $3 < x_0 < 4$ ，都有 $m > p > n$ ，求 $t$ 的取值范围.

24. 如图 1 所示，等边三角形 $ABC$ 内接于圆 $O$ ，点 $P$ 是劣弧 $BC$ 上任意一点（不与 $C$ 重合），连接 $PA, PB, PC$ ，求证： $PB + PC = PA$ .

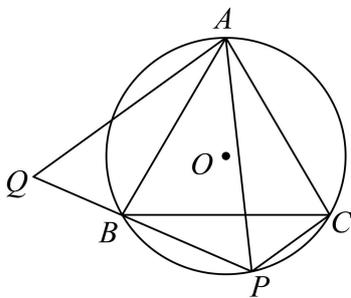


图1

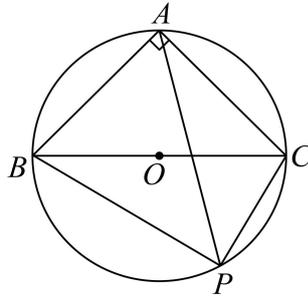


图2

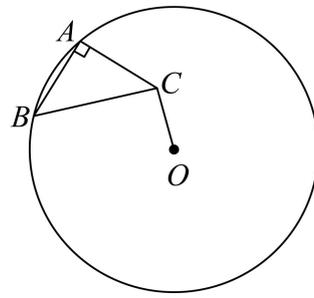


图3

【初步探索】小明同学思考如下：将 $\triangle APC$ 与点 $A$ 顺时针旋转 $60^\circ$ 到 $\triangle AQB$ ，使点 $C$ 与点 $B$ 重合，可得 $P, B, Q$ 三点在同一直线上，进而可以证明 $\triangle APQ$ 为等边三角形，根据提示，解答下列问题：

(1) 根据小明的思路，请你完成证明.

(2) 若圆的半径为 8，则 $PB + PC$ 的最大值为\_\_\_\_\_.

【类比迁移】如图 2 所示，等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 内接于圆 $O$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 $P$ 是弧 $BC$ 上任意一点（不与 $B, C$ 重合），连接 $PA, PB, PC$ ，若圆的半径为 8，试求 $\triangle PBC$ 周长的最大值.

【拓展延伸】如图 3 所示，等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，点 $A, B$ 在圆 $O$ 上， $\angle BAC = 90^\circ$ ，圆 $O$ 的半径

为8, 连接  $OC$ , 则  $OC$  的最小值为\_\_\_\_\_ (直接写答案).

25. 正方形的顶点  $T$  在某抛物线上, 称该正方形为该抛物线的“ $T$  悬正方形”. 若直线  $l$ :

$y = x + t$  与“ $T$ ”是正方形“以  $T$  为端点的一边相交, 且点  $T$  到直线  $l$  的距离为  $\sqrt{2}(2-t)$ , 则称直线  $l$  为该正方形的“ $T$  悬割线”.

已知抛物线  $M: y = -(x-1)^2 + m^2 - 2m + 4$ , 其中  $\frac{1}{2} \leq m < 1$ ,  $A(m, 3)$ ,  $B(4-3m, 3)$ , 以  $AB$  为边作正方形  $ABCD$  (点  $D$  在点  $A$  的下方).

(1) 证明: 正方形  $ABCD$  是抛物线  $M$  的“ $A$  悬正方形”;

(2) 判断正方形  $ABCD$  是否还可能是抛物线  $M$  的“ $B$  悬正方形”, 并说明理由;

(3) 若直线  $l$  是正方形  $ABCD$  的“ $A$  悬割线”, 现将抛物线  $M$  及正方形  $ABCD$  进行相同的平移, 是否存在直线  $l$  为平移后正方形的“ $C$  悬割线”的情形? 若存在, 请探究抛物线  $M$  经过了怎样的平移; 若不存在, 请说明理由.

**参考答案:**

<b>题号</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>答案</b>	A	A	D	D	D	B	A	C	B	A

1. A

**【分析】**本题考查了中心对称图形的识别,熟练掌握中心对称图形的定义是解答本题的关键.

**【详解】**解: A.是中心对称图形;

B.不是中心对称图形;

C.不是中心对称图形;

D.不是中心对称图形;

故选 A.

2. A

**【分析】**根据点与圆的关系解答.

**【详解】** $\because$ 点  $P$  在  $\odot O$  外,  $\odot O$  的半径为 3,

$\therefore$  点  $P$  到圆心的距离为  $d > 3$ ,

故选: A.

**【点睛】**此题考查点与圆的位置关系: 点与圆心的距离为  $d$ , 圆的半径为  $r$ , 当  $d > r$  时, 点在圆外; 当  $d = r$  时, 点在圆上; 当  $d < r$  时, 点在圆内.

3. D

**【分析】**此题考查了解一元二次方程-配方法, 首先将方程常数项移到右边, 然后方程两边都加上一次项系数一半的平方, 左边化为完全平方式, 即可求解.

**【详解】**解:  $x^2 - 4x + 3 = 0$ , 即  $x^2 - 4x = -3$ ,

方程两边同时加 4, 可得  $x^2 - 4x + 4 = -3 + 4$ , 即  $(x - 2)^2 = 1$ .

故选: D.

4. D

**【分析】**本题考查了圆周角定理, 由直径所对的圆周角是  $90^\circ$  得出  $\angle ACB = 90^\circ$ , 根据直角三角形的两个锐角互余结合圆周角定理计算即可.

**【详解】** $\because$  在  $\odot O$  中,  $AB$  为直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle CDB = \angle CAB = 51^\circ$ ,

$$\therefore \angle CBA = 90^\circ - \angle CAB = 39^\circ,$$

故选 D.

5. D

【分析】本题考查了二次函数图象与一元二次方程的关系；依题意，关于  $x$  的方程

$ax^2 + bx + c = 0$  的根即抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  的交点的横坐标，根据函数图象即可求解.

【详解】解：依题意， $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  无交点，即关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的根的情况为没有实数根，

故选：D.

6. B

【分析】本题考查了二次函数的顶点式和顶点坐标，若抛物线  $y = a(x-h)^2 + k (a \neq 0)$ ，则顶点坐标为  $(h, k)$ 。由抛物线的解析式直接可以得出顶点坐标.

【详解】解：抛物线  $y = -(x-1)^2 + 2$  的顶点坐标为  $(1, 2)$ 。

故选：B.

7. A

【分析】把  $x=1$  代入  $2x^2 + x - m = 0$ ，转化为  $m$  的方程求解即可。本题考查了方程根的定义即使方程左右两边相等的未知数的值，转化求解是解题的关键。

【详解】把  $x=1$  代入  $2x^2 + x - m = 0$ ，

得  $2+1-m=0$ ，

解得  $m=3$ ，

故选 A.

8. C

【分析】本题考查了三角形内角和定理、利用邻补角的定义求角的度数，由三角形内角和定理计算出  $\angle BAC = 65^\circ$ ，再由邻补角的定义进行计算即可，熟练掌握以上知识点是解此题的关键。

【详解】解： $\because \angle B = 25^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle C - \angle B = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle BAB_1 = 180^\circ - \angle BAC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ,$$

$\therefore$  旋转角等于  $115^\circ$ ，

故选：C.

9. B

【分析】用增长后的量=增长前的量 $\times$ (1+增长率). 即可表示出11月与12月的营业额, 根据第四季的总营业额要达到9100万元, 即可列方程.

【详解】解: 设该公司11、12两个月营业额的月均增长率为 $x$ , 则可列方程为 $2500[1+(1+x)+(1+x)^2]=9100$ ,

故选: B.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 平均增长率问题, 若设变化前的量为 $a$ , 变化后的量为 $b$ , 平均变化率为 $x$ , 则经过两次变化后的数量关系为 $a(1\pm x)^2=b$ .

10. A

【分析】本题考查了一次函数和二次函数图象上点的坐标特征, 熟练掌握二次函数性质是解题的关键.

利用直线 $y=x^2-n$ 与 $y=2x$  ( $-1\leq x\leq 2$ ,  $n$ 为常数)的图象有且只有一个交点, 有根的判别式求出 $c$ 的值, 即可求出直线的解析式;

【详解】将 $y=2x$ 代入 $y=x^2-n$ ,

整理得:  $x^2-2x-n=0$ ,

$\therefore$ 当 $-1\leq x\leq 2$ 时, 函数 $y=x^2-n$ 与 $y=2x$ 的图象有且只有一个交点,

$\therefore x^2-2x-n=0$ 有一个实数根,

即 $\Delta=(-2)^2+4n=0$ ,

解得:  $n=-1$ ,

把 $x=-1$ 代入 $y=x^2-n$ 与 $y=2x$ 中得,  $n=3$ ,

把 $x=2$ 代入 $y=x^2-n$ 与 $y=2x$ 中得,  $n=0$ ,

$\therefore$ 当 $0<n\leq 3$ 或 $n=-1$ 时, 函数 $y=x^2-n$ 与 $y=2x$ 的图象有且只有一个交点,

故选: A.

11.  $a=1$  (答案不唯一)

【分析】本题考查了直接开平方法解方程, 答案不唯一,  $a=1$

【详解】一元二次方程 $ax^2=16$ 有整数根,

则整数 $a=1$ ,

故答案为: 1 (答案不唯一).

12.  $y = 3x^2 - 1$

【分析】本题考查了二次函数图象与几何变换，函数图象平移规律是：左加右减，上加下减.

【详解】解：抛物线  $y = 3x^2$  向下平移 1 个单位，得到的抛物线表达式为  $y = 3x^2 - 1$ ,

故答案为：  $y = 3x^2 - 1$ .

13. 14

【分析】先求出方程的解，再根据三角形的三边关系定理判断能否组成三角形，再求出即可.

【详解】解：解方程  $x^2 - 7x + 12 = 0$  得：  $x = 3$  或  $4$ ,

当腰为 3 时，三角形的三边为 3, 3, 6,  $3 + 3 = 6$ , 此时不符合三角形三边关系定理，此时不行；

当腰为 4 时，三角形的三边为 4, 4, 6, 此时符合三角形三边关系定理，三角形的周长为  $4 + 4 + 6 = 14$ ,

故答案为 14.

【点睛】本题考查了解一元二次方程、等腰三角形的性质、三角形的三边关系定理等知识点，能求出符合的所有情况是解此题的关键.

14.  $40^\circ$

【分析】根据切线长定理得等腰  $\triangle PAB$ , 运用三角形内角和定理求解即可.

【详解】解：  $\because PA, PB$  是  $\odot O$  的切线,  $A, B$  为切点,

$$\therefore PA = PB, \angle PAC = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAC = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle PAB = 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ.$$

$$\because PA = PB,$$

$$\therefore \angle PAB = \angle PBA = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle P = 180^\circ - 70^\circ \times 2 = 40^\circ.$$

故答案为  $40^\circ$ .

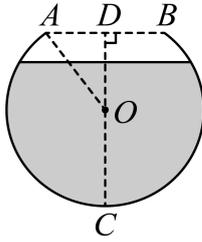
【点睛】本题考查了切线长定理和切线的性质，等腰三角形性质，三角形内角和，求一个角的余角，利用切线长得出  $PA = PB$  是解题的关键.

15. 18

【分析】连接  $OA, AB$ , 过点  $O$  作  $OD \perp AB$  于点  $D$ , 交  $\odot O$  于点  $C$ , 先由垂径定理求出  $AD$  的长, 再根据勾股定理求出  $OD$  的长, 进而可得出  $CD$  的长. 本题考查的是垂径定理的应用

和勾股定理，根据题意作出辅助线，构造出直角三角形是解答此题的关键。

【详解】解：连接  $OA$ ， $AB$ ，过点  $O$  作  $OD \perp AB$  于点  $D$ ，交  $\odot O$  于点  $C$ ，如图所示：



$$\because AB = 12\text{cm},$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2} AB = 6\text{cm},$$

由题意得：  $OA = OC = 10\text{cm}$ ，

在  $\text{Rt}\triangle OAD$  中，

$$OD = \sqrt{OA^2 - AD^2} = 8(\text{cm}),$$

$$\therefore CD = OC + OD = 10 + 8 = 18(\text{cm}),$$

即水的最大深度为  $18\text{cm}$ ，

故答案为：18.

16. ①②④

【分析】①根据抛物线与  $y$  轴的交点坐标及对称性即可判断；

②当  $m=0$  时，可得抛物线与  $x$  轴的两个交点坐标和对称轴即可判断；

③根据抛物线与  $x$  轴的一个交点坐标和对称轴即可得另一个交点坐标即可判断；

④根据二次函数图象即可进行判断.

【详解】解：①  $\because$  抛物线与  $y$  轴的交点坐标为  $(0, m)$ ，

$$\because \text{对称轴为 } x = -\frac{2}{-2} = 1$$

$\therefore (0, m)$  关于对称轴的对称点为  $(2, m)$ ，在抛物线上

故①正确；

②当  $m=0$  时，抛物线与  $x$  轴的两个交点坐标分别为  $(0, 0)$ 、 $(2, 0)$ ，

对称轴为  $x=1$ ，

$\therefore \triangle ABD$  是等腰直角三角形，

故②正确；

③  $\because$  对称轴  $x=1$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/545324211144012002>