

二〇二四年绥化市初中毕业学业考试

数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
2. 本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分
3. 所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

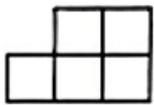
1. 实数 $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是

- A. 2025 B. -2025 C. $-\frac{1}{2025}$ D. $\frac{1}{2025}$

2. 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 平行四边形 B. 等腰三角形 C. 圆 D. 菱形

3. 某几何体是由完全相同的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，那么构成这个几何体的小正方体的个数是（ ）



主视图



左视图



俯视图

- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

4. 若式子 $\sqrt{2m-3}$ 有意义，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m \leq \frac{2}{3}$ B. $m \geq -\frac{3}{2}$ C. $m \geq \frac{3}{2}$ D. $m \leq -\frac{2}{3}$

5. 下列计算中，结果正确的是（ ）

- A. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ C. $\sqrt{9} = \pm 3$ D. $(-x^2y)^3 = x^6y^3$

6. 小影与小冬一起写作业，在解一道一元二次方程时，小影在化简过程中写错了常数项，因而得到方程的两个根是 6 和 1；小冬在化简过程中写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是 -2 和 -5。则原来的方程是（ ）

- A. $x^2 + 6x + 5 = 0$ B. $x^2 - 7x + 10 = 0$ C. $x^2 - 5x + 2 = 0$ D. $x^2 - 6x - 10 = 0$

7. 某品牌女运动鞋专卖店，老板统计了一周内不同鞋码运动鞋的销售量如下表：

鞋码	36	37	38	39	40
平均每天销售量/双	10	12	20	12	12

如果每双鞋的利润相同，你认为老板最关注的销售数据是下列统计量中的（ ）

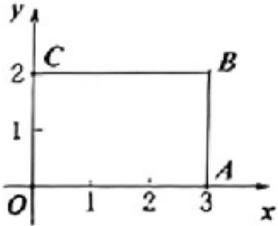
- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

8. 一艘货轮在静水中的航速为 40km/h，它以该航速沿江顺流航行 120km 所用时间，与以该航速沿江逆流

航行 80km 所用时间相等，则江水的流速为 ()

- A. 5km/h B. 6km/h C. 7km/h D. 8km/h

9. 如图，矩形 $OABC$ 各顶点的坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ， $B(3,2)$ ， $C(0,2)$ ，以原点 O 为位似中心，将这个矩形按相似比 $\frac{1}{3}$ 缩小，则顶点 B 在第一象限对应点的坐标是 ()

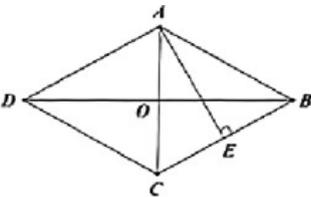


- A. $(9,4)$ B. $(4,9)$ C. $(1, \frac{3}{2})$ D. $(1, \frac{2}{3})$

10. 下列叙述正确的是 ()

- A. 顺次连接平行四边形各边中点一定能得到一个矩形
 B. 平分弦的直径垂直于弦
 C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影
 D. 相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等

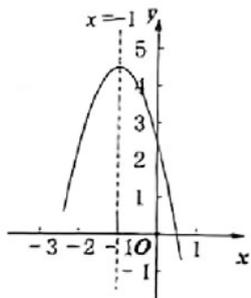
11. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $CD=5$ ， $BD=8$ ， $AE \perp BC$ 于点 E ，则 AE 的长是 ()



- A. $\frac{24}{5}$ B. 6 C. $\frac{48}{5}$ D. 12

12. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，则下列结论中：

- ① $\frac{b}{c} > 0$ ② $am^2 + bm \leq a - b$ (m 为任意实数) ③ $3a + c < 1$
 ④ 若 $M(x_1, y)$ 、 $N(x_2, y)$ 是抛物线上不同的两个点，则 $x_1 + x_2 \leq -3$ 。其中正确的结论有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

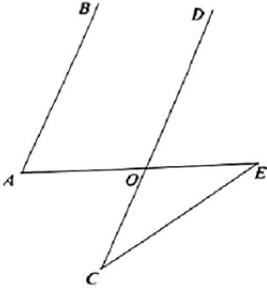
二、填空题（本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

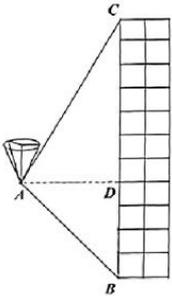
13. 我国疆域辽阔，其中领水面积约为 370000km^2 ，把 370000 这个数用科学记数法表示为_____.

14. 分解因式： $2mx^2 - 8my^2 =$ _____.

15. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle C = 33^\circ$ ， $OC = OE$. 则 $\angle A =$ _____°.



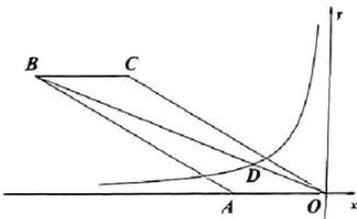
16. 如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点 A 测得该楼顶部点 C 的仰角为 60° ，测得底部点 B 的俯角为 45° ，点 A 与楼 BC 的水平距离 $AD = 50\text{m}$ ，则这栋楼的高度为_____m（结果保留根号）.



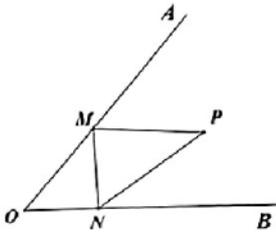
17. 化简： $\frac{x-y}{x} \div \left(x - \frac{2xy-y^2}{x}\right) =$ _____.

18. 用一个圆心角为 126° ，半径为 10cm 的扇形作一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面圆的半径为_____cm.

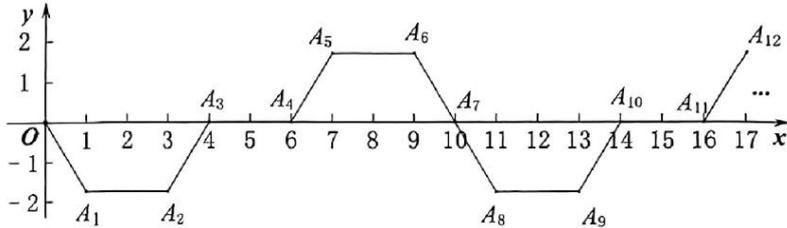
19. 如图，已知点 $A(-7,0)$ ， $B(x,10)$ ， $C(-17,y)$ ，在平行四边形 $ABCO$ 中，它的对角线 OB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象相交于点 D ，且 $OD:OB = 1:4$ ，则 $k =$ _____.



20. 如图，已知 $\angle AOB = 50^\circ$ ，点 P 为 $\angle AOB$ 内部一点，点 M 为射线 OA 、点 N 为射线 OB 上的两个动点，当 $\triangle PMN$ 的周长最小时，则 $\angle MPN =$ _____.



21. 如图，已知 $A_1(1, -\sqrt{3})$, $A_2(3, -\sqrt{3})$, $A_3(4, 0)$, $A_4(6, 0)$, $A_5(7, \sqrt{3})$, $A_6(9, \sqrt{3})$, $A_7(10, 0)$, $A_8(11, -\sqrt{3}) \dots$ ，依此规律，则点 A_{2024} 的坐标为_____.

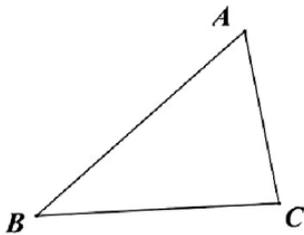


22. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$ ，点 E 在直线 AD 上，且 $DE = 2\text{cm}$ ，则点 E 到矩形对角线所在直线的距离是_____ cm .

三、解答题（本题共 6 个小题，共 54 分）

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

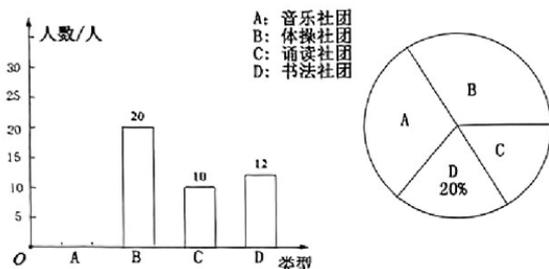
23. (7 分) 已知: $\triangle ABC$.



(1) 尺规作图: 画出 $\triangle ABC$ 的重心 G . (保留作图痕迹, 不要求写作法和证明)

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 AG , BG . 已知 $\triangle ABG$ 的面积等于 5cm^2 , 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____ cm^2 .

24. (7 分) 为了落实国家“双减”政策, 某中学在课后服务时间里, 开展了音乐、体操、诵读、书法四项社团活动. 为了了解七年级学生对社团活动的喜爱情况, 该校从七年级全体学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一项社团活动”的问卷调查, 每人必须选择一项社团活动(且只能选择一项). 根据调查结果, 绘制成如下两幅统计图.



请根据统计图中的信息, 解答下列问题:

(1) 参加本次问卷调查的学生共有_____人.

(2) 在扇形统计图中, A 组所占的百分比是_____, 并补全条形统计图.

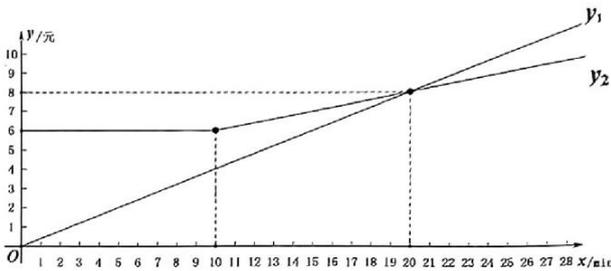
(3) 端午节前夕，学校计划进行课后服务成果展示，准备从这 4 个社团中随机抽取 2 个社团汇报展示。请用树状图法或列表法，求选中的 2 个社团恰好是 B 和 C 的概率。

25. (9 分) 为了响应国家提倡的“节能环保”号召，某共享电动车公司准备投入资金购买 A 、 B 两种电动车。若购买 A 种电动车 25 辆、 B 种电动车 80 辆，需投入资金 30.5 万元；若购买 A 种电动车 60 辆、 B 种电动车 120 辆，需投入资金 48 万元。已知这两种电动车的单价不变。

(1) 求 A 、 B 两种电动车的单价分别是多少元？

(2) 为适应共享电动车出行市场需求，该公司计划购买 A 、 B 两种电动车 200 辆，其中 A 种电动车的数量不多于 B 种电动车数量的一半。当购买 A 种电动车多少辆时，所需的总费用最少，最少费用是多少元？

(3) 该公司将购买的 A 、 B 两种电动车投放到出行市场后，发现消费者支付费用 y 元与骑行时间 x min 之间的对应关系如下图。其中 A 种电动车支付费用对应的函数为 y_1 ； B 种电动车支付费用是 10min 之内，起步价 6 元，对应的函数为 y_2 。请根据函数图象信息解决下列问题。



① 小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班。已知两种电动车的平均行驶速度均为 300m/min (每次骑行均按平均速度行驶，其它因素忽略不计)，小刘家到公司的距离为 8km，那么小刘选择 _____ 种电动车更省钱 (填写 A 或 B)。

② 直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时， x 的值 _____。

26. (10 分) 如图 1， O 是正方形 $ABCD$ 对角线上一点，以 O 为圆心， OC 长为半径的 $\odot O$ 与 AD 相切于点 E ，与 AC 相交于点 F 。

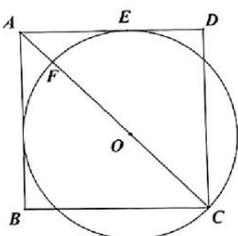


图 1

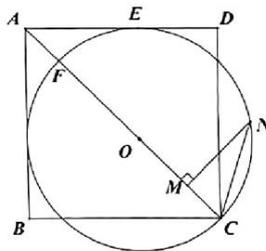


图 2

(1) 求证： AB 与 $\odot O$ 相切。

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2} + 1$ ，求 $\odot O$ 的半径。

(3) 如图 2，在 (2) 的条件下，若点 M 是半径 OC 上的一个动点，过点 M 作 $MN \perp OC$ 交 CE 于点 N 。当 $CM : FM = 1 : 4$ 时，求 CN 的长。

27. (10 分) 综合与实践

问题情境

在一次综合与实践课上，老师让同学们以两个全等的等腰直角三角形纸片为操作对象。
 纸片 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 满足 $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$ ， $AC = BC = DF = DE = 2\text{cm}$ 。
 下面是创新小组的探究过程。

操作发现

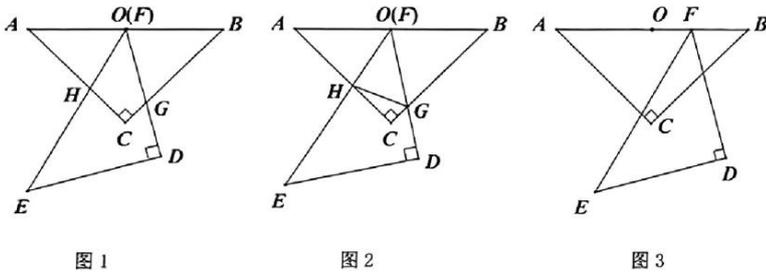
(1) 如图 1，取 AB 的中点 O ，将两张纸片放置在同一平面内，使点 O 与点 F 重合。当旋转 $\triangle DEF$ 纸片交 AC 边于点 H 、交 BC 边于点 G 时，设 $AH = x$ ($1 < x < 2$)， $BG = y$ ，请你探究出 y 与 x 的函数关系式，并写出解答过程。

问题解决

(2) 如图 2，在 (1) 的条件下连接 GH ，发现 $\triangle CGH$ 的周长是一个定值。请你写出这个定值，并说明理由。

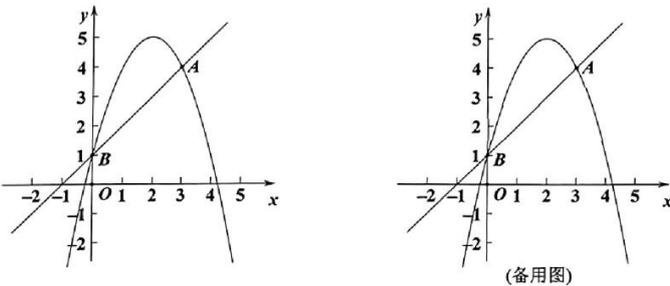
拓展延伸

(3) 如图 3，当点 F 在 AB 边上运动 (不包括端点 A 、 B)，且始终保持 $\angle AFE = 60^\circ$ 。请你直接写出 $\triangle DEF$ 纸片的斜边 EF 与 $\triangle ABC$ 纸片的直角边所夹锐角的正切值_____ (结果保留根号)。



28. (11 分) 综合与探究

如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与直线相交于 A, B 两点，其中点 $A(3, 4)$ ， $B(0, 1)$ 。



- (1) 求该抛物线的函数解析式。
- (2) 过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴交抛物线于点 C ，连接 AC ，在抛物线上是否存在点 P 使 $\tan \angle BCP = \frac{1}{6} \tan \angle ACB$ 。若存在，请求出满足条件的所有点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。(提示：依题意补全图形，并解答)
- (3) 将该抛物线向左平移 2 个单位长度得到 $y_1 = a_1x^2 + b_1x + c_1$ ($a_1 \neq 0$)，平移后的抛物线与原抛物线相交于点 D ，点 E 为原抛物线对称轴上的一点， F 是平面直角坐标系内的一点，当以点 B, D, E, F 为顶点的四边形是菱形时，请直接写出点 F 的坐标。

二〇二四年绥化市初中毕业学业考试

数学试题答案解析

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
 2. 本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分
 3. 所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内
- 一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）
请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

1. 实数 $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是（ ）

- A. 2025 B. -2025 C. $-\frac{1}{2025}$ D. $\frac{1}{2025}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了相反数的定义，熟练掌握相反数的定义是解题的关键.

【详解】解：实数 $-\frac{1}{2025}$ 的相反数是 $\frac{1}{2025}$ ，

故选：D.

2. 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 圆 B. 菱形 C. 平行四边形 D. 等腰三角形

【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念进行判断即可.

【详解】A、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；

B、是轴对称图形，也是中心对称图形，故此选项错误；

C、不是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项错误；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项正确，

故选 D.

【点睛】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念.辨别轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；.辨别中心对称图形的关键是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

3. 某几何体是由完全相同的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，那么构成这个几何体的小正方体的个数是（ ）



- A. 5 个 B. 6 个 C. 7 个 D. 8 个

【答案】A

【解析】

【分析】此题主考查了三视图，由主视图易得这个几何体共有 2 层，由俯视图可得第一层立方体的个数，由主视图和左视图可得第二层立方体的个数，相加即可。

【详解】解：由三视图易得最底层有 3 个正方体，第二层有 2 个正方体，那么共有 $3+2=5$ 个正方体组成。故选：A.

4. 若式子 $\sqrt{2m-3}$ 有意义，则 m 的取值范围是 ()

- A. $m \leq \frac{2}{3}$ B. $m \geq -\frac{3}{2}$ C. $m \geq \frac{3}{2}$ D. $m \leq -\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次根式有意义的条件，根据题意可得 $2m-3 \geq 0$ ，即可求解。

【详解】解： \because 式子 $\sqrt{2m-3}$ 有意义，

$$\therefore 2m-3 \geq 0,$$

$$\text{解得： } m \geq \frac{3}{2},$$

故选：C.

5. 下列计算中，结果正确的是 ()

- A. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
 C. $\sqrt{9} = \pm 3$ D. $(-x^2y)^3 = x^6y^3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了负整数指数幂，完全平方公式，算术平方根，积的乘方，据此逐项分析计算，即可求解。

【详解】解：A. $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$ ，故该选项正确，符合题意；

B. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，故该选项不正确，不符合题意；

C. $\sqrt{9} = 3$ ，故该选项不正确，不符合题意；

D. $(-x^2y)^3 = -x^6y^3$ ，故该选项不正确，不符合题意；

故选：A.

6. 小影与小冬一起写作业，在解一道一元二次方程时，小影在化简过程中写错了常数项，因而得到方程的两个根是6和1；小冬在化简过程中写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是-2和-5. 则原来的方程是()

A. $x^2 + 6x + 5 = 0$

B. $x^2 - 7x + 10 = 0$

C. $x^2 - 5x + 2 = 0$

D. $x^2 - 6x - 10 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，根据题意得出原方程中 $x_1 + x_2 = 7$ ， $x_1x_2 = 10$ ，逐项分析判断，即可求解.

【详解】解： \because 小影在化简过程中写错了常数项，得到方程的两个根是6和1；

$$\therefore x_1 + x_2 = 6 + 1 = 7,$$

又 \because 写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是-2和-5.

$$\therefore x_1x_2 = 10$$

A. $x^2 + 6x + 5 = 0$ 中， $x_1 + x_2 = -6$ ， $x_1x_2 = 5$ ，故该选项不符合题意；

B. $x^2 - 7x + 10 = 0$ 中， $x_1 + x_2 = 7$ ， $x_1x_2 = 10$ ，故该选项符合题意；

C. $x^2 - 5x + 2 = 0$ 中， $x_1 + x_2 = 5$ ， $x_1x_2 = 2$ ，故该选项不符合题意；

D. $x^2 - 6x - 10 = 0$ 中， $x_1 + x_2 = 6$ ， $x_1x_2 = -10$ ，故该选项不符合题意；

故选：B.

7. 某品牌女运动鞋专卖店，老板统计了一周内不同鞋码运动鞋的销售量如表：

鞋码	36	37	38	39	40
平均每天销售量/双	10	12	20	12	12

如果每双鞋的利润相同，你认为老板最关注的销售数据是下列统计量中的()

- A. 平均数 B. 中位数 C. 众数 D. 方差

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查统计的有关知识，了解平均数、中位数、众数、方差的意义；平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量；方差是描述一组数据离散程度的统计量。销量大的尺码就是这组数据的众数。

【详解】解：由于众数是数据中出现次数最多的数，故老板最关注的销售数据的统计量是众数。

故选：C.

8. 一艘货轮在静水中的航速为40km/h，它以该航速沿江顺流航行120km所用时间，与以该航速沿江逆流航行80km所用时间相等，则江水的流速为（ ）

- A. 5km/h B. 6km/h C. 7km/h D. 8km/h

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了分式方程的应用，利用顺水速=静水速+水速，逆水速=静水速-水速，设未知数列出方程，解方程即可求出答案。

【详解】解：设江水的流速为 x km/h，根据题意可得：

$$\frac{120}{40+x} = \frac{80}{40-x},$$

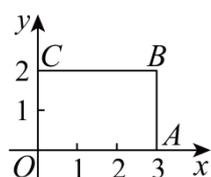
解得： $x=8$ ，

经检验： $x=8$ 是原方程的根，

答：江水的流速为8km/h.

故选：D.

9. 如图，矩形 $OABC$ 各顶点 坐标分别为 $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ， $B(3,2)$ ， $C(0,2)$ ，以原点 O 为位似中心，将这个矩形按相似比 $\frac{1}{3}$ 缩小，则顶点 B 在第一象限对应点的坐标是（ ）



- A. (9,4) B. (4,9) C. $\left(1, \frac{3}{2}\right)$ D. $\left(1, \frac{2}{3}\right)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了位似图形的性质，根据题意 B 的坐标乘以 $\frac{1}{3}$ ，即可求解.

【详解】解：依题意， $B(3,2)$ ，以原点 O 为位似中心，将这个矩形按相似比 $\frac{1}{3}$ 缩小，则顶点 B 在第一象限对应点的坐标是 $\left(1, \frac{2}{3}\right)$

故选：D.

10. 下列叙述正确的是 ()

- A. 顺次连接平行四边形各边中点一定能得到一个矩形
 B. 平分弦的直径垂直于弦
 C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影
 D. 相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等

【答案】C

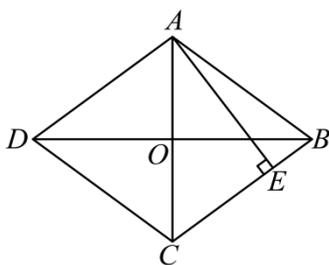
【解析】

【分析】本题考查了矩形的判定，垂径定理，中心投影，弧、弦与圆心角的关系，根据相关定理逐项分析判断，即可求解.

- 【详解】A. 顺次连接平行四边形各边中点不一定能得到一个矩形，故该选项不正确，不符合题意；
 B. 平分弦（非直径）的直径垂直于弦，故该选项不正确，不符合题意；
 C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影，故该选项正确，符合题意；
 D. 在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等，故该选项不正确，不符合题意；

故选：C.

11. 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， $CD=5$ ， $BD=8$ ， $AE \perp BC$ 于点 E ，则 AE 的长是 ()



A. $\frac{24}{5}$

B. 6

C. $\frac{48}{5}$

D. 12

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理，菱形的性质，根据勾股定理求得 OC ，进而得出 $AC=6$ ，进而根据等面积法，即可求解。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形， $CD=5$ ， $BD=8$ ，

$$\therefore DO = \frac{1}{2}BD = 4, \quad AC \perp BD, \quad BC = CD = 5,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CDO \text{ 中, } CO = \sqrt{DC^2 - DO^2} = 3,$$

$$\therefore AC = 2OC = 6,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积为 } \frac{1}{2}AC \times BD = BC \times AE,$$

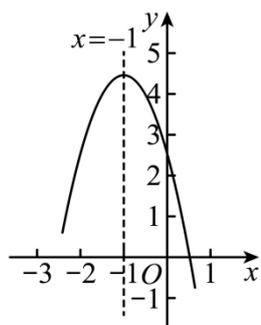
$$\therefore AE = \frac{\frac{1}{2} \times 8 \times 6}{5} = \frac{24}{5},$$

故选：A.

12. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，则下列结论中：

① $\frac{b}{c} > 0$ ② $am^2 + bm \leq a - b$ (m 为任意实数) ③ $3a + c < 1$

④ 若 $M(x_1, y)$ 、 $N(x_2, y)$ 是抛物线上不同的两个点，则 $x_1 + x_2 \leq -3$ 。其中正确的结论有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象的性质，根据抛物线的开口方向，对称轴可得 $a < 0$ ， $b = 2a < 0$ 即可判断①， $x = -1$ 时，函数值最大，即可判断②，根据 $x = 1$ 时， $y < 0$ ，即可判断③，根据对称性可得 $x_1 + x_2 = -2$ 即可判断④，即可求解。

【详解】解：∵ 二次函数图象开口向下

$$\therefore a < 0$$

\therefore 对称轴为直线 $x = -1$,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = -1$$

$$\therefore b = 2a < 0$$

\therefore 抛物线与 y 轴交于正半轴, 则 $c > 0$

$$\therefore \frac{b}{c} < 0, \text{ 故①错误,}$$

\therefore 抛物线开口向下, 对称轴为直线 $x = -1$,

\therefore 当 $x = -1$ 时, y 取得最大值, 最大值为 $a - b + c$

$$\therefore am^2 + bm + c \leq a - b + c \quad (m \text{ 为任意实数})$$

即 $am^2 + bm \leq a - b$, 故②正确;

$$\therefore x = 1 \text{ 时, } y < 0$$

$$\text{即 } a + b + c < 0$$

$$\therefore b = 2a$$

$$\therefore a + 2a + c < 0$$

$$\text{即 } 3a + c < 0$$

$$\therefore 3a + c < 0, \text{ 故③正确;}$$

$\therefore M(x_1, y)$ 、 $N(x_2, y)$ 是抛物线上不同的两个点,

$\therefore M, N$ 关于 $x = -1$ 对称,

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{2} = -1 \text{ 即 } x_1 + x_2 = -2 \text{ 故④不正确}$$

正确的有②③

故选: B

二、填空题 (本题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分)

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

13. 中国的领水面积约为 $370\,000 \text{ km}^2$, 将数 $370\,000$ 用科学记数法表示为: _____.

【答案】 3.7×10^5

【解析】

【详解】科学记数法是指: $a \times 10^n$, 且 $1 \leq |a| < 10$, n 为原数的整数位数减一, $370000 = 3.7 \times 10^5$.

故答案为： 3.7×10^5 .

14. 分解因式： $2mx^2 - 8my^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2m(x+2y)(x-2y)$

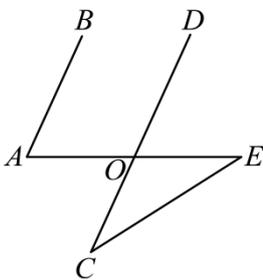
【解析】

【分析】 本题考查了因式分解，先提公因式 $2m$ ，然后根据平方差公式因式分解，即可求解.

【详解】 解： $2mx^2 - 8my^2 = 2m(x^2 - 4y^2) = 2m(x+2y)(x-2y)$

故答案为： $2m(x+2y)(x-2y)$.

15. 如图， $AB \parallel CD$ ， $\angle C = 33^\circ$ ， $OC = OE$. 则 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



【答案】 66

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的性质，等边对等角，三角形外角的性质，根据等边对等角可得 $\angle E = \angle C = 33^\circ$ ，根据三角形的外角的性质可得 $\angle DOE = 66^\circ$ ，根据平行线的性质，即可求解.

【详解】 解： $\because OC = OE$ ， $\angle C = 33^\circ$ ，

$\therefore \angle E = \angle C = 33^\circ$ ，

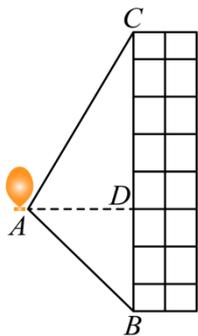
$\therefore \angle DOE = \angle E + \angle C = 66^\circ$ ，

$\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle A = \angle DOE = 66^\circ$ ，

故答案为：66.

16. 如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点 A 测得该楼顶部点 C 的仰角为 60° ，测得底部点 B 的俯角为 45° ，点 A 与楼 BC 的水平距离 $AD = 50\text{m}$ ，则这栋楼的高度为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{m}$ (结果保留根号).



【答案】 $(50 + 50\sqrt{3})$ $\#$ $(50\sqrt{3} + 50)$

【解析】

【分析】 本题考查解直角三角形—仰角俯角问题. 注意准确构造直角三角形是解答此题的关键. 根据题意得 $\angle BAD = 45^\circ$, $\angle CAD = 60^\circ$, $AD = 50\text{m}$, 然后利用三角函数求解即可.

【详解】 解: 依题意, $\angle BAD = 45^\circ$, $\angle CAD = 60^\circ$, $AD = 50\text{m}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $BD = AD \cdot \tan 45^\circ = 50 \times 1 = 50\text{m}$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $CD = AD \cdot \tan 60^\circ = 50 \times \sqrt{3} = 50\sqrt{3}\text{m}$,

$\therefore BC = BD + CD = (50 + 50\sqrt{3})\text{m}$.

故答案为: $(50 + 50\sqrt{3})$.

17. 计算: $\frac{x-y}{x} \div \left(x - \frac{2xy-y^2}{x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{1}{x-y}$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的混合运算. 先算括号内的减法, 把除法变成乘法, 再根据分式的乘法法则进行计算即可.

【详解】 解: $\frac{x-y}{x} \div \left(x - \frac{2xy-y^2}{x} \right)$

$$= \frac{x-y}{x} \div \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x}$$

$$= \frac{x-y}{x} \cdot \frac{x}{(x-y)^2}$$

$$= \frac{1}{x-y},$$

故答案为: $\frac{1}{x-y}$.

18. 用一个圆心角为 126° , 半径为 10cm 的扇形作一个圆锥的侧面, 这个圆锥的底面圆的半径为_____ cm .

【答案】 $\frac{7}{2}$

【解析】

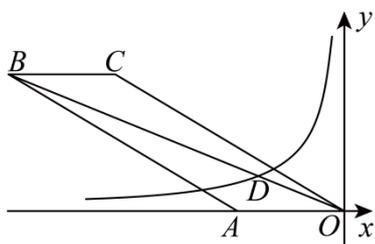
【分析】 本题考查了弧长公式, 根据圆锥的底面圆的周长等于侧面的弧长, 代入数据计算, 即可求解.

【详解】 解: 设这个圆锥的底面圆的半径为 $R\text{cm}$, 由题意得, $\frac{126}{180} \times 10 \times \pi = 2\pi R$

解得: $R = \frac{7}{2}\text{cm}$

故答案为: $\frac{7}{2}$.

19. 如图, 已知点 $A(-7,0)$, $B(x,10)$, $C(-17,y)$, 在平行四边形 $ABCO$ 中, 它的对角线 OB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象相交于点 D , 且 $OD:OB = 1:4$, 则 $k =$ _____.

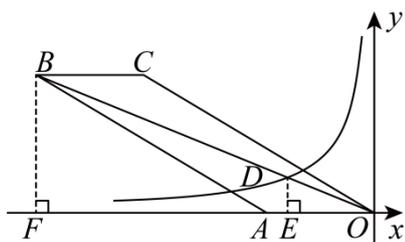


【答案】 -15

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数与平行四边形综合, 相似三角形的性质与判定, 分别过点 B, D , 作 x 的垂线, 垂足分别为 F, E , 根据平行四边形的性质得出 $B(-24,10)$, 证明 $\triangle ODE \sim \triangle OBF$ 得出 $OE = 6$, $DE = 2.5$, 进而可得 $D(-6,2.5)$, 即可求解.

【详解】 如图所示, 分别过点 B, D , 作 x 的垂线, 垂足分别为 F, E ,



∵ 四边形 $AOCB$ 是平行四边形，点 $A(-7,0)$ ， $B(x,10)$ ， $C(-17,y)$ ，

$$\therefore OA = BC = 7,$$

$$\therefore x = -24, \text{ 即 } B(-24,10), \text{ 则 } OF = 24, BF = 10$$

∵ $DE \perp x$ 轴， $BF \perp x$ 轴，

$$\therefore DE \parallel BF$$

$$\therefore \triangle ODE \sim \triangle OBF$$

$$\therefore \frac{OE}{OF} = \frac{OD}{OB} = \frac{DE}{BF} = \frac{1}{4}$$

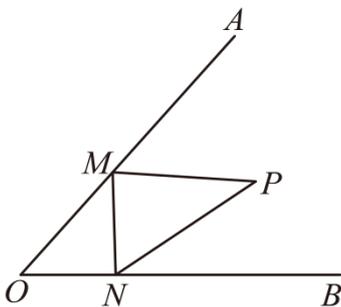
$$\therefore OE = 6, DE = 2.5$$

$$\therefore D(-6, 2.5)$$

$$\therefore k = -6 \times 2.5 = -15$$

故答案为：-15.

20. 如图，已知 $\angle AOB = 50^\circ$ ，点 P 为 $\angle AOB$ 内部一点，点 M 为射线 OA 、点 N 为射线 OB 上的两个动点，当 $\square PMN$ 的周长最小时，则 $\angle MPN = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 80° ## 80 度

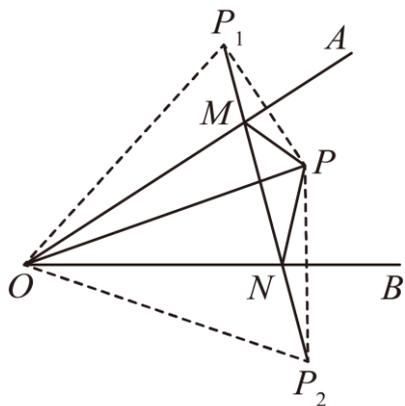
【解析】

【分析】 本题考查了轴对称 - 最短路线问题，等腰三角形的性质，三角形内角和定理的应用；作关于 OA ， OB 的对称点 P_1 ， P_2 。连接 OP_1 ， OP_2 。则当 M ， N 是 P_1P_2 与 OA ， OB 的交点时， $\square PMN$ 的周长最短，根据对称的性质可以证得： $\angle OP_1M = \angle OPM = 50^\circ$ ， $OP_1 = OP_2 = OP$ ，根据等腰三角形的性质即可求解。

【详解】 解：作 P 关于 OA ， OB 的对称点 P_1 ， P_2 。连接 OP_1 ， OP_2 。则当 M ， N 是 P_1P_2 与 OA ， OB 的交点时， $\square PMN$ 的周长最短，连接 P_1O 、 P_2O ，

∵ PP_1 关于 OA 对称，

$\therefore \angle P_1OP = 2\angle MOP, OP_1 = OP, P_1M = PM, \angle OP_1M = \angle OPM$



同理, $\angle P_2OP = 2\angle NOP, OP = OP_2,$

$\therefore \angle P_1OP_2 = \angle P_1OP + \angle P_2OP = 2(\angle MOP + \angle NOP) = 2\angle AOB = 100^\circ, OP_1 = OP_2 = OP,$

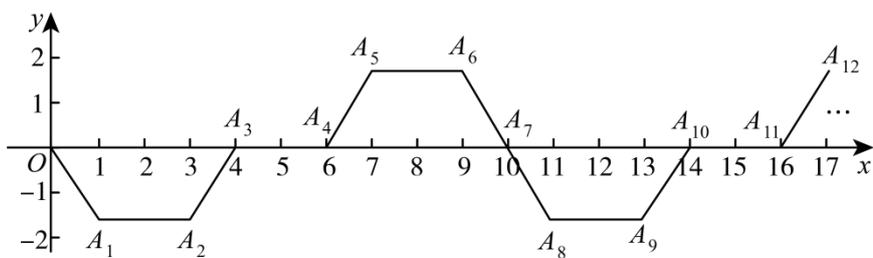
$\therefore \triangle P_1OP_2$ 是等腰三角形.

$\therefore \angle OP_2N = \angle OP_1M = 40^\circ,$

$\therefore \angle MPN = \angle MPO + \angle NPO = \angle OP_2N + \angle OP_1M = 80^\circ$

故答案为: 80° .

21. 如图, 已知 $A_1(1, -\sqrt{3}), A_2(3, -\sqrt{3}), A_3(4, 0), A_4(6, 0), A_5(7, \sqrt{3}), A_6(9, \sqrt{3}), A_7(10, 0), A_8(11, -\sqrt{3}) \dots$, 依此规律, 则点 A_{2024} 的坐标为_____.



【答案】 $(2891, -\sqrt{3})$

【解析】

【分析】 本题考查了点坐标的规律探究. 解题的关键在于根据题意推导出一般性规律. 根据题意可知 7 个点坐标的纵坐标为一个循环, A_{7n} 的坐标为 $(10n, 0)$, 据此可求得 A_{2024} 的坐标.

【详解】 解: $\because A_1(1, -\sqrt{3}), A_2(3, -\sqrt{3}), A_3(4, 0), A_4(6, 0), A_5(7, \sqrt{3}), A_6(9, \sqrt{3}), A_7(10, 0), A_8(11, -\sqrt{3}) \dots,$

\therefore 可知 7 个点坐标的纵坐标为一个循环, A_{7n} 的坐标为 $(10n, 0)$, A_{7n+1} 的坐标为 $(10n+1, -\sqrt{3})$

$\therefore 2024 \div 7 = 289 \cdots 1$,

$\therefore A_{2023}$ 的坐标为 $(2890, 0)$.

$\therefore A_{2024}$ 坐标为 $(2891, -\sqrt{3})$

故答案为: $(2891, -\sqrt{3})$.

22. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, 点 E 在直线 AD 上, 且 $DE = 2\text{cm}$, 则点 E 到矩形对角线所在直线的距离是 _____ cm .

【答案】 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 或 $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了矩形的性质, 解直角三角形, 设 AC, BD 交于点 O , 点 E_1 在线段 AD 上, E_2 在 AD 的延长线上, 过点 A, C 作 AC, BD 的垂线, 垂足分别为 F_1, F_2, F_3 , 进而分别求得垂线段的长度, 即可求解.

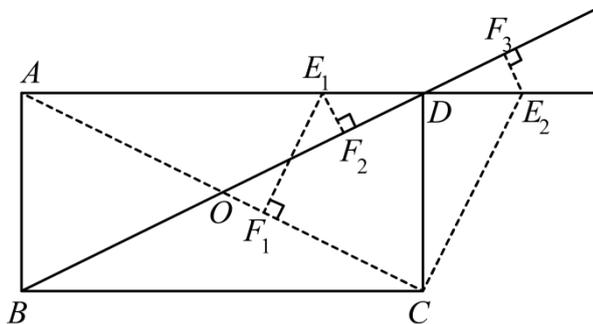
【详解】 解: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形, $AB = 4$, $BC = 8$,

$\therefore AD = BC = 8$, $CD = AB = 4$,

$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$

$\therefore \sin \angle CAD = \frac{CD}{AC} = \frac{4}{4\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos \angle CAD = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan \angle CAD = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

如图所示, 设 AC, BD 交于点 O , 点 E_1 在线段 AD 上, E_2 在 AD 的延长线上, 过点 A, C 作 AC, BD 的垂线, 垂足分别为 F_1, F_2, F_3



$\therefore AO = DO$

$\therefore \angle OAD = \angle ODA$

当 E 在线段 AD 上时,

$$\therefore AE_1 = AD - DE = 8 - 2 = 6$$

$$\text{Rt}\square AE_1F_1 \text{ 中, } E_1F_1 = AE_1 \cdot \sin \angle CAD = \frac{\sqrt{5}}{5} \times 6 = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

$$\because \angle OAD = \angle ODA$$

$$\text{在 Rt}\square E_1F_2D \text{ 中, } E_1F_2 = DE_1 \sin \angle E_1DF_2 = 2 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5};$$

当 E 在射线 AD 上时,

$$\text{在 Rt}\square DCE_2 \text{ 中, } \tan \angle DCE_2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle CAD = \angle DCE$$

$$\therefore \angle DCE + \angle DCA = 90^\circ$$

$$\therefore E_2C \perp AC$$

$$\therefore E_2C = \sqrt{DE_2^2 + DC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\text{在 Rt}\square DE_2F_3 \text{ 中, } E_2F_3 = DE_2 \times \sin \angle E_2DF_3 = DE_2 \times \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

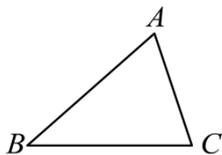
综上所述, 点 E 到对角线所在直线的距离为: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 或 $2\sqrt{5}$

故答案为: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 或 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 或 $2\sqrt{5}$.

三、解答题 (本题共 6 个小题, 共 54 分)

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

23. 已知: $\square ABC$.



(1) 尺规作图: 画出 $\square ABC$ 的重心 G . (保留作图痕迹, 不要求写作法和证明)

(2) 在 (1) 的条件下, 连接 AG , BG . 已知 $\square ABG$ 的面积等于 5cm^2 , 则 $\square ABC$ 的面积是 _____ cm^2 .

【答案】 (1) 见解析 (2) 15

【解析】

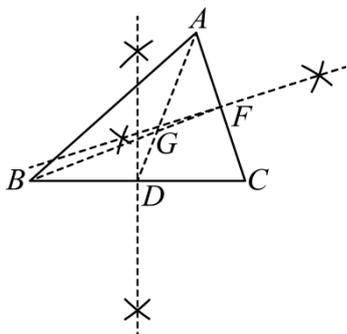
【分析】 本题考查了三角形重心的性质, 画垂线;

(1) 分别作 BC, AC 的中线, 交点即为所求;

(2) 根据三角形重心的性质可得 $\frac{S_{\square ABG}}{S_{\square ABD}} = \frac{2}{3}$, 根据三角形中线的性质可得 $S_{\square ABC} = 2S_{\square ABD} = 15\text{cm}^2$

【小问 1 详解】

解: 作法: 如图所示



①作 BC 的垂直平分线交 BC 于点 D

②作 AC 的垂直平分线交 AC 于点 F

③连接 AD, BF 相交于点 G

④标出点 G , 点 G 即为所求

【小问 2 详解】

解: $\because G$ 是 $\square ABC$ 的重心,

$$\therefore AG = \frac{2}{3}AD$$

$$\therefore \frac{S_{\square ABG}}{S_{\square ABD}} = \frac{2}{3}$$

$\because \square ABG$ 的面积等于 5cm^2 ,

$$\therefore S_{\square ABD} = 7.5\text{cm}^2$$

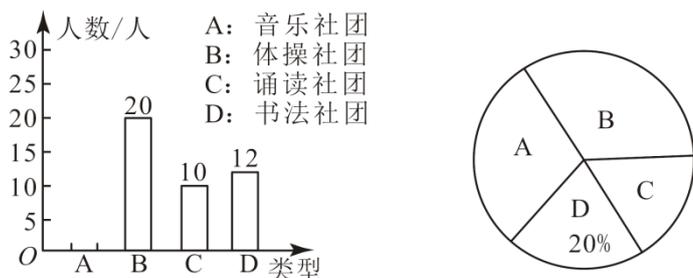
又 $\because D$ 是 BC 的中点,

$$\therefore S_{\square ABC} = 2S_{\square ABD} = 15\text{cm}^2$$

故答案为: 15.

24. 为了落实国家“双减”政策, 某中学在课后服务时间里, 开展了音乐、体操、诵读、书法四项社团活动. 为了解七年级学生对社团活动的喜爱情况, 该校从七年级全体学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一项社团活动”的问卷调查, 每人必须选择一项社团活动 (且只能选择一项). 根据调查结果, 绘制成如

下两幅统计图.



请根据统计图中的信息, 解答下列问题:

- (1) 参加本次问卷调查的学生共有_____人.
- (2) 在扇形统计图中, A组所占的百分比是_____, 并补全条形统计图.
- (3) 端午节前夕, 学校计划进行课后服务成果展示, 准备从这4个社团中随机抽取2个社团汇报展示. 请用树状图法或列表法, 求选中的2个社团恰好是B和C的概率.

【答案】 (1) 60

(2) 30%, 作图见解析

(3) $\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了条形统计图与扇形统计图信息关联, 列表法或画树状图法求概率;

- (1) 根据D组的人数除以占比得出总人数;
- (2) 根据总人数求得A组的人数, 进而求得占比, 以及补全统计图;
- (3) 根据列表法或画树状图法求概率, 即可求解.

小问1详解】

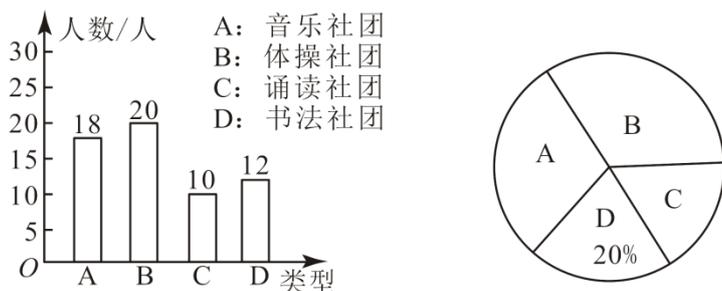
解: 参加本次问卷调查的学生共有 $12 \div 20\% = 60$ (人);

【小问2详解】

解: A组人数为 $60 - 20 - 10 - 12 = 18$ 人

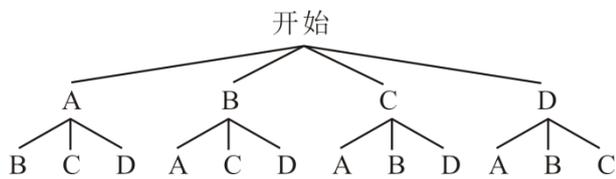
A组所占的百分比为: $\frac{18}{60} \times 100\% = 30\%$

补全统计图如图所示,



【小问3详解】

画树状图法如下图



列表法如下图

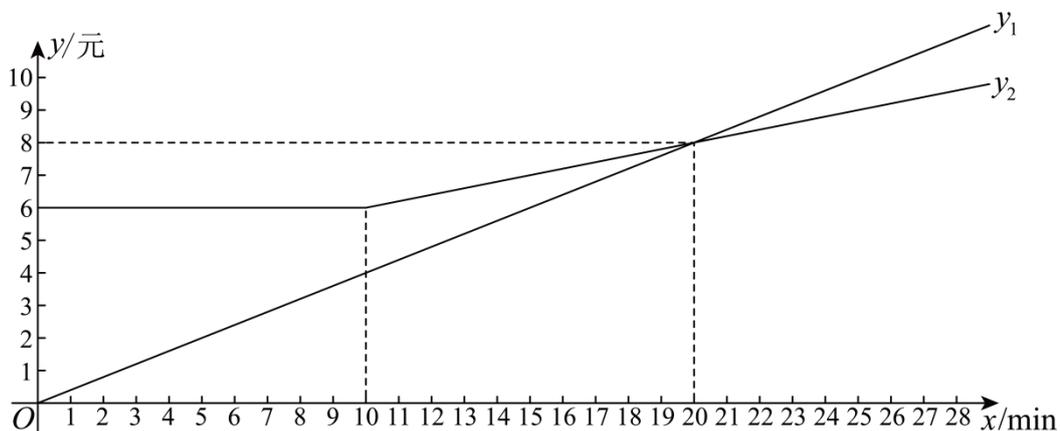
	A	B	C	D
A		(B,A)	(C,A)	(D,A)
B	(A,B)		(C,B)	(D,B)
C	(A,C)	(B,C)		(D,C)
D	(A,D)	(B,D)	(C,D)	

由树状图法或列表法可以看出共有 12 种结果出现的可能性相等，选中的 2 个社团恰好是 B 和 C 的情况有两种。

$$\therefore P(\text{选中的 2 个社团恰好是 B 和 C}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

25. 为了响应国家提倡的“节能环保”号召，某共享电动车公司准备投入资金购买 A、B 两种电动车。若购买 A 种电动车 25 辆、B 种电动车 80 辆，需投入资金 30.5 万元；若购买 A 种电动车 60 辆、B 种电动车 120 辆，需投入资金 48 万元。已知这两种电动车的单价不变。

- (1) 求 A、B 两种电动车的单价分别是多少元？
- (2) 为适应共享电动车出行市场需求，该公司计划购买 A、B 两种电动车 200 辆，其中 A 种电动车的数量不多于 B 种电动车数量的一半。当购买 A 种电动车多少辆时，所需的总费用最少，最少费用是多少元？
- (3) 该公司将购买的 A、B 两种电动车投放到出行市场后，发现消费者支付费用 y 元与骑行时间 x min 之间的对应关系如图。其中 A 种电动车支付费用对应的函数为 y_1 ；B 种电动车支付费用是 10min 之内，起步价 6 元，对应的函数为 y_2 。请根据函数图象信息解决下列问题。



①小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班. 已知两种电动车的平均行驶速度均为 300m/min (每次骑行均按平均速度行驶, 其它因素忽略不计), 小刘家到公司的距离为 8km, 那么小刘选择_____种电动车更省钱 (填写 A 或 B).

②直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时, x 的值_____.

【答案】 (1) A、B 两种电动车的单价分别为 1000 元、3500 元

(2) 当购买 A 种电动车 66 辆时所需的总费用最少, 最少费用为 535000 元

(3) ① B ② 5 或 40

【解析】

【分析】 本题考查了二元一次方程组的应用, 一元一次不等式的应用, 一次函数的应用;

(1) 设 A、B 两种电动车的单价分别为 x 元、 y 元, 根据题意列二元一次方程组, 解方程组, 即可求解;

(2) 设购买 A 种电动车 m 辆, 则购买 B 种电动车 $(200-m)$ 辆, 根据题意得出 m 的范围, 进而根据一次函数的性质, 即可求解;

(3) ①根据函数图象, 即可求解;

②分别求得 y_1, y_2 的函数解析式, 根据 $|y_2 - y_1| = 4$, 解方程, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 设 A、B 两种电动车的单价分别为 x 元、 y 元

$$\text{由题意得, } \begin{cases} 25x + 80y = 305000 \\ 60x + 120y = 480000 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x = 1000 \\ y = 3500 \end{cases}$$

答: A、B 两种电动车的单价分别为 1000 元、3500 元

【小问 2 详解】

设购买 A 种电动车 m 辆，则购买 B 种电动车 $(200-m)$ 辆，

$$\text{由题意得：} m \leq \frac{1}{2}(200-m)$$

$$\text{解得：} m \leq \frac{200}{3}$$

设所需购买总费用为 w 元，则 $w = 1000m + 3500(200-m) = -2500m + 700000$

$\therefore -2500 < 0$ ， w 随着 m 的增大而减小，

$\therefore m$ 取正整数

$\therefore m = 66$ 时， w 最少

$$\therefore w_{\text{最少}} = 700000 - 2500 \times 66 = 535000 \text{ (元)}$$

答：当购买 A 种电动车 66 辆时所需的总费用最少，最少费用为 535000 元

【小问 3 详解】

解：① \therefore 两种电动车的平均行驶速度均为 $300\text{m}/\text{min}$ ，小刘家到公司的距离为 8km ，

$$\therefore \text{所用时间为 } \frac{8000}{300} = 26\frac{2}{3} \text{ 分钟，}$$

根据函数图象可得当 $x > 20$ 时， $y_2 < y_1$ 更省钱，

\therefore 小刘选择 B 种电动车更省钱，

故答案为：B.

② 设 $y_1 = k_1x$ ，将 $(20, 8)$ 代入得，

$$8 = 20k_1$$

$$\text{解得：} k = \frac{2}{5}$$

$$\therefore y_1 = \frac{2}{5}x;$$

当 $0 < x \leq 10$ 时， $y_2 = 6$ ，

当 $x > 10$ 时，设 $y_2 = k_2x + b_2$ ，将 $(10, 6)$ ， $(20, 8)$ 代入得，

$$\begin{cases} 6 = 10k_2 + b_2 \\ 8 = 20k_2 + b_2 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k_2 = \frac{1}{5} \\ b_2 = 4 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = \frac{1}{5}x + 4$$

依题意，当 $0 < x < 10$ 时， $y_2 - y_1 = 4$

$$\text{即 } 6 - \frac{2}{5}x = 4$$

解得： $x = 5$

当 $x > 10$ 时， $|y_2 - y_1| = 4$

$$\text{即 } \left| \frac{1}{5}x + 4 - \frac{2}{5}x \right| = 4$$

解得： $x = 0$ （舍去）或 $x = 40$

故答案为：5 或 40.

26. 如图 1， O 是正方形 $ABCD$ 对角线上一点，以 O 为圆心， OC 长为半径的 $\odot O$ 与 AD 相切于点 E ，与 AC 相交于点 F .

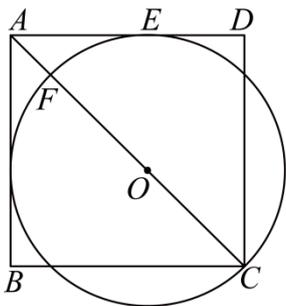


图1

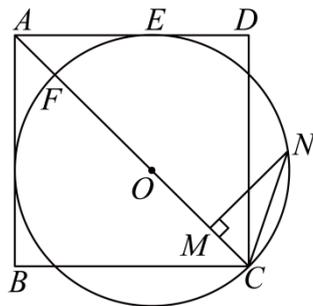


图2

(1) 求证： AB 与 $\odot O$ 相切.

(2) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 $\sqrt{2} + 1$ ，求 $\odot O$ 的半径.

(3) 如图 2，在 (2) 的条件下，若点 M 是半径 OC 上的一个动点，过点 M 作 $MN \perp OC$ 交 CE 于点 N . 当 $CM : FM = 1:4$ 时，求 CN 的长.

【答案】 (1) 证明见解析

(2) $\sqrt{2}$

(3) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

【解析】

【分析】 (1) 方法一：连接 OE ，过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G ，四边形 $ABCD$ 是正方形， AC 是正方形的对角线，得出 $OE = OG$ ，进而可得 OG 为 $\odot O$ 的半径，又 $OG \perp AB$ ，即可得证；

方法二：连接 OE ，过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G ，根据正方形的性质证明 $\square AOE \cong \square AOG$ (AAS) 得出 $OE = OG$ ，同方法一即可得证；

方法三：过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G ，连接 OE 。得出四边形 $AEOG$ 为正方形，则 $OE = OG$ ，同方法一即可得证；

(2) 根据 $\square O$ 与 AD 相切于点 E ，得出 $\angle AEO = 90^\circ$ ，由(1)可知 $AE = OE$ ，设 $AE = OE = R =$ ，在 $\text{Rt}\triangle AEO$ 中，勾股定理得出 $AO = \sqrt{2}R$ ，在 $\text{Rt}\square ADC$ 中，勾股定理求得 AC ，进而根据 $OA + OC = AC$ 建立方程，解方程，即可求解。

(3) 方法一：连接 ON ，设 $CM = k$ ，在 $\text{Rt}\triangle OMN$ 中，由勾股定理得： $MN = 2k$ ，在 $\text{Rt}\square CMN$ 中，由勾股定理得： $CN = \sqrt{5}k$ ，结合题意 $FC = 5k = 2R = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ 得出 $k = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ ，即可得出 $CN = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ ；

方法二：连接 FN ，证明 $\triangle CNM \sim \triangle CFN$ 得出 $CN^2 = CM \cdot CF$ ，进而可得 $CM = \frac{1}{5}CF = \frac{2\sqrt{2}}{5}$ ，同理可得 CN

方法三：连接 FN ，证明 $\triangle CNM \sim \triangle CFN$ 得出 $NC^2 = MC \cdot FC$ ，设 $CM = k$ ，则 $FC = 5k$ ，进而可得 $NC = \sqrt{5}k$ ，进而同方法一，即可求解。

【小问 1 详解】

方法一：证明：连接 OE ，过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G ，

$\because \square O$ 与 AD 相切于点 E ，

$\therefore OE \perp AD$ 。

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形， AC 是正方形的对角线，

$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 45^\circ$ ，

$\therefore OE = OG$ ，

$\because OE$ 为 $\square O$ 的半径，

$\therefore OG$ 为 $\square O$ 的半径，

$\because OG \perp AB$ ，

$\therefore AB$ 与 $\square O$ 相切。

方法二：

证明：连接 OE ，过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G ，

$\because \square O$ 与 AD 相切于点 E ， $\therefore OE \perp AD$ ，

$$\therefore \angle AEO = \angle AGO = 90^\circ,$$

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC = 45^\circ,$$

又 $\because AO = AO,$

$$\therefore \triangle AOE \cong \triangle AOG (\text{AAS}),$$

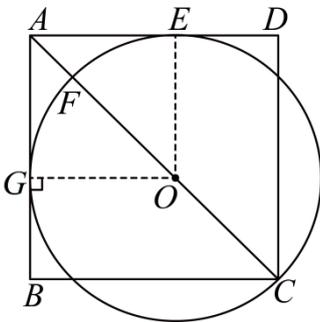
$$\therefore OE = OG,$$

$\because OE$ 为 $\odot O$ 的半径,

$\therefore OG$ 为 $\odot O$ 的半径,

$\because OG \perp AB,$

$\therefore AB$ 与 $\odot O$ 相切.



方法三:

证明: 过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G , 连接 OE .

$\because AD$ 与 $\odot O$ 相切, OE 为 $\odot O$ 半径,

$$\therefore OE \perp AE,$$

$$\therefore \angle AEO = 90^\circ,$$

$\because OG \perp AB,$

$$\therefore \angle AGO = 90^\circ,$$

又 \because 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $AEOG$ 为矩形,

又 $\because AC$ 为正方形的对角线,

$$\therefore \angle EAO = \angle GAO = \angle AOE = 45^\circ,$$

$$\therefore OE = AE,$$

\therefore 矩形 $AEOG$ 为正方形,

$$\therefore OE = OG.$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/546102022225010211>