青岛二中 2022-2023 学年第一学期期末测试

高二数学

一、选择题；本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 已知长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AA_1=AB=2$，若棱 AB 上存在点 P，使得 $D_1P\perp PC$，则 AD 的取值范围是（　　）

A．$[1,2)$　　B．$(1,\sqrt{2}]$　　C．$(0,1]$　　D．$(0,2)$

2．已知数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，$\dfrac{a_{n+1}-3}{a_n}=2$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$

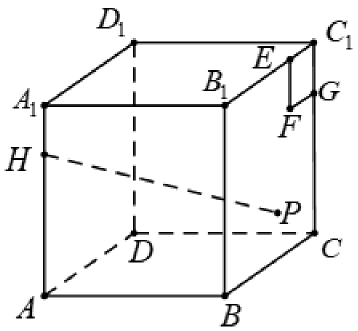
A．$3\times 2^n-3n-3$　　B．$5\times 2^n-3n-5$

C．$3\times 2^n-5n-3$　　D．$5\times 2^n-5n-5$

3．已知函数 $f(x)=2\ln x+f'(2)x^2+2x+3$，则 $f(1)=$（　　）

A．-2　　B．2　　C．-4　　D．4

4．如图，已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 8，点 H 在棱 AA_1 上，且 $HA_1=2$，在侧面 BCC_1B_1 内作边长为 2 的正方形 $EFGC_1$，P 是侧面 BCC_1B_1 内一动点，且点 P 到平面 CDD_1C_1 距离等于线段 PF 的长，则当点 P 在侧面 BCC_1B_1 运动时，$|HP|^2$ 的最小值是（　　）



A．87　　B．88　　C．89　　D．90

5. 设 F 是双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点，过点 F 向 C 的一条渐近线引垂线，垂足为 A，交另一条渐近线于点 B，若 $2\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{FB}$，则双曲线 C 的离心率是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．$\dfrac{\sqrt{14}}{3}$

6. 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 满足 $b_{n+1}+b_n\neq 0$，$a_n=b_n^2$，且 $a_1=b_1=1$，且 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 $\dfrac{a_n+b_n}{2}$，记 $c_n=\dfrac{1}{b_{3n}}-\dfrac{1}{a_n}$，$n\in\mathbf{N}^*$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 S_n 的最小值为（　　）

A．$-\dfrac{2}{3}$　　B．$-\dfrac{29}{36}$　　C．$-\dfrac{3}{4}$　　D．-1

7．已知点M是抛物线$x^2=4y$上一点，F是抛物线的焦点，C是圆$(x-1)^2+(y-5)^2=1$的圆心，则$|MF|+|MC|$的最小值为（　）公众号高中僧试题下载

A．7　　B．6　　C．5　　D．4

8．在$\triangle ABC$中，已知$A=60^{\circ}$，D是边BC上一点，且$BD=2DC$，$AD=2$，则$\triangle ABC$面积的最大值为（　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$\dfrac{5}{2}\sqrt{3}$

二、选择题；本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，有选错的得0分，部分选对的得2分．

9．已知直线l：$\sqrt{3}x-y+1=0$，则下列结论正确的是（　）

A．直线l的倾斜角是$\dfrac{\pi}{6}$

B．若直线m：$x+\sqrt{3}y+1=0$，则$l\perp m$

C．点$(\sqrt{3},0)$到直线l的距离是2

D．过$(2\sqrt{3},2)$与直线l平行的直线方程是$\sqrt{3}x-y-4=0$

10．若数列$\{a_n\}$满足$a_1=1,a_2=1,a_n=a_{n-1}+a_{n-2}\left(n\geq 3,n\in N_+\right)$，则称数列$\{a_n\}$为斐波那契数列，又称黄金分割数列.在现代物理、准晶体结构，化学等领域，斐波那契数列都有直接的应用.则下列结论成立的是（　）

A．$a_7=13$　　B．$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{2019}=a_{2020}$

C．$3a_n=a_{n-2}+a_{n+2}\left(n\geq 3\right)$　　D．$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{2020}=a_{2021}$

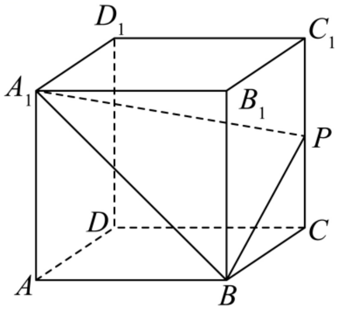
11．在平面直角坐标系xOy中，椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$上存在点$P$，使得$\left|PF_1\right|=2\left|PF_2\right|$，其中$F_1$、$F_2$分别为椭圆的左、右焦点，则该椭圆的离心率可能为（ ）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{5}$

12．在直四棱柱中$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，底面$ABCD$为菱形，

$\angle BAD=60^{\circ},AB=AD=AA_1=2,P$为$CC_1$中点，点$Q$满足

$\overrightarrow{DQ}=\lambda\overrightarrow{DC}+\mu\overrightarrow{DD_1},\left(\lambda\in\left[0,1\right],\mu\in\left[0,1\right]\right)$.下列结论正确的是（　）



A．若 $\lambda+\mu=\dfrac{1}{2}$，则四面体 A_1BPQ 的体积为定值

B．若 AQ // 平面 A_1BP，则 $AQ+C_1Q$ 的最小值为 $\sqrt{10+3\sqrt{10}}$

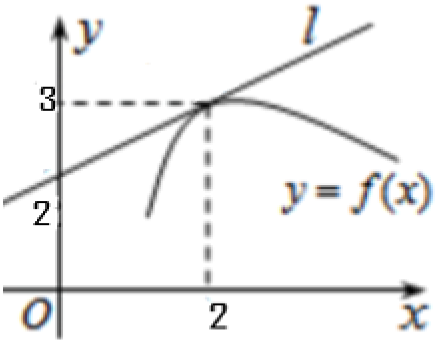
C．若 $\triangle A_1BQ$ 的外心为 O，则 $\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{A_1O}$ 为定值 2

D．若 $A_1Q=\sqrt{7}$，则点 Q 的轨迹长度为 $\dfrac{2}{3}\pi$

三、填空题；本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13．已知空间三点 $A(0,1,2)$，$B(1,3,5)$，$C(2,5,4-k)$ 在一条直线上，则实数 k 的值是__________

14. 如图，$y=f(x)$ 是可导函数，直线 l 是曲线 $y=f(x)$ 在 $x=2$ 处的切线，令 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，则 $g'(2)=$__________.



15．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的右顶点为A，经过原点的直线 l 交椭圆 C 于 P、Q 两点，若 $|PQ|=a$，$AP\perp PQ$，则椭圆 C 的离心率为________.

16．对于正整数 n，设 x_n 是关于 x 的方程：$(n^2+5n+3)x^2+x^2\log_{n+2}x^n=1$ 的实根，记 $a_n=\left[\dfrac{1}{2x_n}\right]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $a_1=$______；若 $b_n=a_n\cdot\sin\dfrac{n\pi}{2}$，$S_n$ 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_{2022}=$______.

四、解答题；本题共 6 个小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

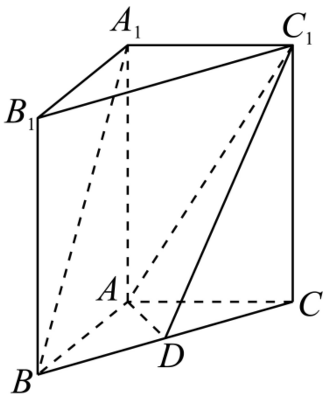
17．已知点P在曲线$y=\dfrac{4}{e^{x}+1}$上，α为曲线在点P处的切线的倾斜角，求α的取值范围．

18．已知函数$f\left(x\right)=\left|2x-1\right|+\left|x+2\right|$.

（1）求不等式$f\left(x\right)>4$的解集；

（2）若$f\left(x\right)$的最小值为m，且实数a，b满足$3a-4b=2m$，求$\left(a-2\right)^{2}+\left(b+1\right)^{2}$的最小值.

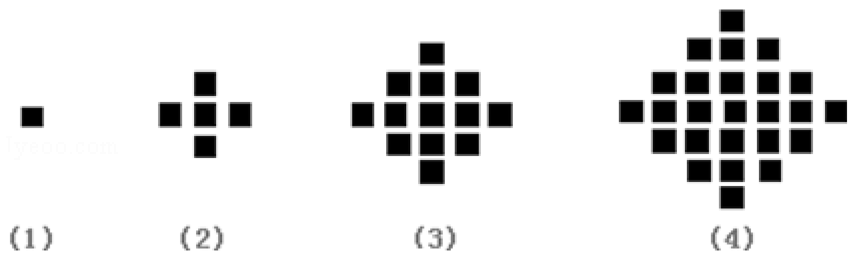
19．如图，在直三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中，$AB\perp AC$，$AB=AC=2$，$AA_1=4$，点D是BC的中点．



（1）求证：直线$BA_1//$平面ADC_1

（2）求平面ADC_1与平面A_1BA所成的锐二面角的余弦值．

20．某少数民族的刺绣有着悠久的历史，图中（1）、（2）、（3）、（4）为她们刺锈最简单的四个图案，这些图案都是由小正方向构成，小正方形数越多刺锈越漂亮，向按同样的规律刺锈（小正方形的摆放规律相同），设第n个图形包含$f(\text{n})$个小正方形



(1)求$f(6)$的值

(2)求出$f(n)$的表达式

(3)求证：当$n\geq 2$时，$\dfrac{1}{f(1)}+\dfrac{1}{f(2)-1}+\dfrac{1}{f(3)-1}+\cdots+\dfrac{1}{f(n)-1}<\dfrac{3}{2}$

21. 已知椭圆C_1:$\dfrac{x^2}{18}+\dfrac{y^2}{14}=1$的左右焦点分别为$F_1$、$F_2$，双曲线$C_2$:$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$

与C_1共焦点，点$A(3,\sqrt{7})$在双曲线C_2上.

（1）求双曲线C_2的方程；

（2）已知点P在双曲线C_2上，且$\angle F_1PF_2=60^\circ$，求$\triangle PF_1F_2$的面积.

22．已知函数$f(x)=x^2-ax+\ln x$，$g(x)=\dfrac{1}{x}\left(x\mathrm{e}^x-1-\ln x\right)$.

(1)当$a=1$时，求函数$f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程；

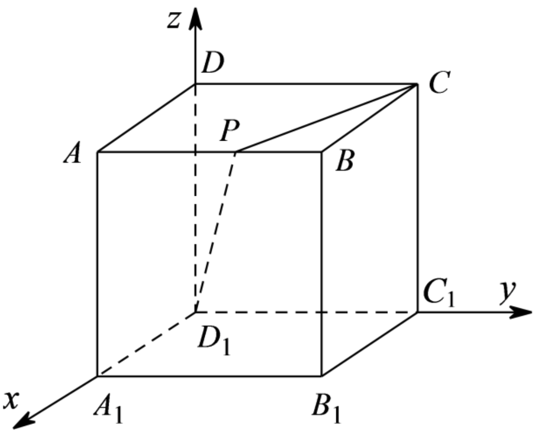
(2)设$a<0$，若$\forall x_1\in(0,\mathrm{e})$，$x_2\in(0,+\infty)$，都有$f\left(x_1\right)<10g\left(x_2\right)$，求实数$a$的取值范围.

参考答案

1．C

建立空间直角坐标系，设 $AD=a$，求出 $\overrightarrow{D_1P}$ 、 $\overrightarrow{CP}$，利用 $\overrightarrow{D_1P}\cdot\overrightarrow{CP}=0$，求出 a 的范围.

解：如图建立坐标系，



设 $AD=a(a>0)$， $AP=x(0<x<2)$，

则 $P\left(a,x,2\right)$， $C\left(0,2,2\right)$， $D_1\left(0,0,0\right)$，

$\therefore$ $\overrightarrow{D_1P}=\left(a,x,2\right)$， $\overrightarrow{CP}=\left(a,x-2,0\right)$，

$\because D_1P\perp PC$，

$\therefore$ $\overrightarrow{D_1P}\cdot\overrightarrow{CP}=0$，

即 $a^2+x(x-2)=0$，所以 $a=\sqrt{-x^2+2x}=\sqrt{-(x-1)^2+1}$，

当 $0<x<2$ 时，所以 $-(x-1)^2+1\in\left(0,1\right]$，所以 $a\in\left(0,1\right]$.

故选：C.

2．B

根据递推关系式构造等比数列 $\{a_n+3\}$，再根据等比数列通项公式得 a_n+3，即得数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，最后根据分组求和法求结果并选择.

因为 $\dfrac{a_{n+1}-3}{a_n}=2$，所以 $a_{n+1}=2a_n+3$，即 $a_{n+1}+3=2\left(a_n+3\right)$，则数列 $\{a_n+3\}$ 是首项为 $a_1+3=5$，公比为 2 的等比数列，其通项公式为 $a_n+3=5\times2^{n-1}$，所以 $a_n=5\times2^{n-1}-3$，分组求和可得数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=5\times2^n-3n-5$.

故选 B.

形如$a_{n+1}=pa_n+q(p\neq 1, pq\neq 0)$的递推关系式，①利用待定系数法可化为$a_{n+1}-\frac{q}{1-p}=p(a_n-\frac{q}{1-p})$，当$a_1-\frac{q}{1-p}\neq 0$时，数列$\{a_n-\frac{q}{1-p}\}$是等比数列；②由$a_{n+1}=pa_n+q$，$a_n=pa_{n-1}+q(n\geq 2)$,两式相减，得$a_{n+1}-a_n=p(a_n-a_{n-1})$,当$a_2-a_1\neq 0$时，数列$\{a_{n+1}-a_n\}$是公比为$p$的等比数列.

3．D

先求导，求得$f'(2)$得到$f(x)$求解.

解：$f'(x)=\frac{2}{x}+2f'(2)x+2$，

则$f'(2)=1+4f'(2)+2$，

解得$f'(2)=-1$，

所以$f(x)=2\ln x-x^2+2x+3$，

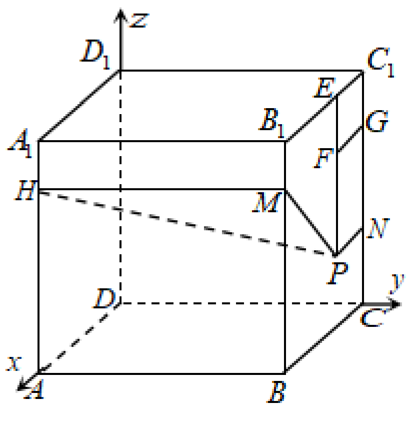
故$f(1)=-1+2+3=4$.

故选：D

4．B

建立空间直角坐标系，根据P在BCC_1B_1内可设出P点坐标，作$HM\perp BB_1$，连接PM，可得$HP^2=HM^2+MP^2$，作$PN\perp CC_1$，根据空间中两点间距离公式，再根据二次函数的性质，即可求得$|HP|^2$的范围，即得最小值.

根据题意，以D为原点建立空间直角坐标系，如图所示，



作$HM\perp BB_1$，交BB_1于M，连接PM，则$HM\perp PM$，

作 $PN \perp CC_1$，交 CC_1 于 N，则 PN 即为点 P 到平面 CDD_1C_1 距离.

设 $P(x,8,z)$,则 $F(2,8,6), M(8,8,6), N(0,8,z)\ (0 \le x \le 8, 0 \le z \le 8)$， $PN = x$，

∵点 P 到平面 CDD_1C_1 距离等于线段 PF 的长，∴ $PN = PF$，

由两点间距离公式可得 $x = \sqrt{(x-2)^2 + (z-6)^2}$，化简得 $4x - 4 = (z-6)^2$，则 $4x-4 \ge 0$，可得 $x \ge 1$，即 $1 \le x \le 8$.

在 $Rt\triangle HMP$ 中，$|HP|^2 = |HM|^2 + |MP|^2 = 8^2 + (x-8)^2 + (z-6)^2 = 64 + (x-8)^2 + 4x - 4$

$= (x-6)^2 + 88\ (1 \le x \le 8)$，所以 $|HP|^2 \ge 88$（当且仅当 $x = 6$ 时取等号）.

故选: B.

关键点点睛：

本题的解题关键在于建立空间直角坐标系，利用坐标运算，将几何问题转化成代数问题，通过计算二次函数的最小值来突破难点.

5．C

设一渐近线 OA 的方程为 $y = \frac{b}{a}x$，设 $A(m, \frac{b}{a}m)$ ，$B(n, -\frac{bn}{a})$，由 $2\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FB}$，求得点 A 的坐标，再由 $FA \perp OA$，斜率之积等于 -1，求出 $a^2 = 3b^2$，代入 $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$ 进行运算.

解：由题意得右焦点 $F(c,0)$，设一渐近线 OA 的方程为 $y = \frac{b}{a}x$，

则另一渐近线 OB 的方程为 $y = -\frac{b}{a}x$，

设 $A(m, \frac{bm}{a})$， $B(n, -\frac{bn}{a})$，

$\because 2\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{FB}$，

$\therefore 2(c-m，\ -\frac{bm}{a}) = (n-c，\ -\frac{bn}{a})$，

$\therefore 2(c-m) = n-c$， $-\frac{2bm}{a} = -\frac{bn}{a}$，

$\therefore m = \frac{3}{4}c$， $n = \frac{3c}{2}$，

$\therefore A\left(\frac{3c}{4}, \frac{3bc}{4a}\right)$，

由 $FA \perp OA$ 可得，斜率之积等于 -1，即 $\frac{\frac{3bc}{4a} - 0}{\frac{3c}{4} - c} \bullet \frac{b}{a} = -1$，

$\therefore a^2=3b^2$， $\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{a^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：C．

本题考查双曲线的标准方程，以及双曲线的简单性质的应用，求得点 A 的坐标是解题的关键，属于中档题.

6．C

先求出 $bn=n$, $an=n^2$, 从而得到 $c_n=\frac{1}{3n}-\frac{1}{n^2}$，判断出 $c_1<0$，$c_2<0$，$c_3=0$，当 $n\ge4$ 时，$c_n>0$.

即可求出 Sn 的最小值.

记$\{bn\}$的前 n 项和为 $T_n=\frac{a_n+b_n}{2}$， 所以 $T_{n+1}=\frac{a_{n+1}+b_{n+1}}{2}$， 所以

$b_{n+1}=T_{n+1}-T_n=\frac{a_{n+1}+b_{n+1}}{2}-\frac{a_n+b_n}{2}$， 所以 $b_{n+1}+b_n=a_{n+1}-a_n={b_{n+1}}^2-{b_n}^2$.

因为 $b_{n+1}+b_n\ne0$， 所以 $b_{n+1}-b_n=1$，

所以$\{bn\}$为 $b_1=1$，公差 $d=1$ 的等差数列，所以 $bn=n$. $an=b_n^2=n^2$.

所以 $c_n=\frac{1}{b_{3n}}-\frac{1}{a_n}=\frac{1}{3n}-\frac{1}{n^2}$.

数列$\{cn\}$的前 n 项和为 Sn，要使 Sn 最小，只需把所有的负项都加完.

因为 $c_n=\frac{1}{3n}-\frac{1}{n^2}=\frac{n-3}{3n^2}$， 所以 $c_1=-\frac{2}{3}<0$， $c_2=-\frac{1}{12}<0$， $c_3=0$， 当 $n\ge4$ 时， $c_n>0$.

所以 Sn 的最小值为 $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{12}\right)=-\frac{3}{4}$.

故选：C

7．B

设抛物线 $x^2=4y$ 的准线方程为 $l:y=-1$，过 M 作 l 的垂线，垂足为 E，进而转化为求 $|ME|+|MC|$ 的最小值，在根据几何知识得当 C， M， E 在一条直线上时 $|ME|+|MC|$ 有最小值

解：设抛物线 $x^2=4y$ 的准线方程为 $l:y=-1$， C 为圆 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$ 的圆心，

所以 C 的坐标为 $(-1,2)$，

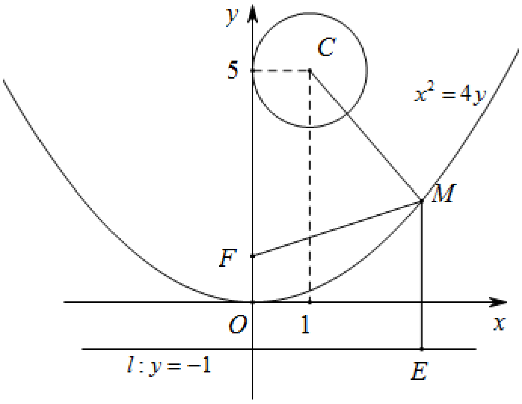
过 M 作 l 的垂线，垂足为 E，根据抛物线的定义可知 $|MF|=|ME|$，

所以问题求 $|MF|+|MC|$ 的最小值，就转化为求 $|ME|+|MC|$ 的最小值，

由平面几何的知识可知，当 C， M， E 在一条直线上时，此时 $CE\perp l$， $|ME|+|MC|$

有最小值，最小值为$CE=5-(-1)=6$，

故选：B．



8．B

设$\overrightarrow{AB}=\vec{c},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$.由题意$|\overrightarrow{AD}|=2,\angle BAC=60^\circ$.则$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{b}$，两端平方，根据数量积运算和基本不等式可得$|\vec{b}||\vec{c}|\le 6$，当且仅当$|\vec{c}|=2|\vec{b}|$时，等号成立.再由三角形面积公式可求$\triangle ABC$面积的最大值

设$\overrightarrow{AB}=\vec{c},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$.由题意$|\overrightarrow{AD}|=2,\angle BAC=60^\circ$，$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$.

则$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{3}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{b}$，

$\therefore \overrightarrow{AD}^2=\left(\frac{1}{3}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{b}\right)^2=\frac{1}{9}|\vec{c}|^2+\frac{4}{9}|\vec{b}|^2+\frac{4}{9}\vec{b}\bullet\vec{c}=\frac{1}{9}|\vec{c}|^2+\frac{4}{9}|\vec{b}|^2+\frac{4}{9}|\vec{b}||\vec{c}|\cos 60^\circ$

$=\frac{1}{9}|\vec{c}|^2+\frac{4}{9}|\vec{b}|^2+\frac{2}{9}|\vec{b}||\vec{c}|\ge 2\sqrt{\frac{1}{9}|\vec{c}|^2\times\frac{4}{9}|\vec{b}|^2}+\frac{2}{9}|\vec{b}||\vec{c}|=\frac{2}{3}|\vec{b}||\vec{c}|$，

即$4\ge\frac{2}{3}|\vec{b}||\vec{c}|,\therefore|\vec{b}||\vec{c}|\le 6$，当且仅当$\frac{1}{9}|\vec{c}|^2=\frac{4}{9}|\vec{b}|^2$，即$|\vec{c}|=2|\vec{b}|$时，等号成立.

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}|\vec{b}||\vec{c}|\sin\angle BAC\le\frac{1}{2}\times 6\times\sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\triangle ABC$面积的最大值为$\frac{3}{2}\sqrt{3}$.

故选：B.

本题考查利用向量求三角形的面积，考查基本不等式，属于中档题.

9．BCD

对 A，根据斜率判断即可；

对 B，根据直线垂直斜率之积为-1 求解即可；

对 C，根据点到线的距离公式求解即可；

对 D，先求得$\sqrt{3}x-y+1=0$的斜率，再根据点斜式求解即可

对 A，直线 l：$\sqrt{3}x-y+1=0$，直线的斜率为：$\sqrt{3}$,所以直线的倾斜角为：$\frac{\pi}{3}$,所以 A 不正确；

对 B，直线 m：$x+\sqrt{3}y+1=0$ 的斜率为：$-\frac{\sqrt{3}}{3}$,因为$-\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=-1$，故两条直线垂直，所以 B 正确；

对 C，点$(\sqrt{3},0)$到直线 l 的距离是：$\frac{3+1}{\sqrt{3+1}}=2$，所以 C 正确；

对 D，$\sqrt{3}x-y+1=0$的斜率为$\sqrt{3}$，故过$(2\sqrt{3},2)$与直线 l 平行的直线方程是

$y-2=\sqrt{3}\left(x-2\sqrt{3}\right)$，化简得$\sqrt{3}x-y-4=0$正确，所以 D 正确；

故选：BCD.

10．ABC

根据斐波那契数列的定义计算a_7，判断 A，由递推公式判断 BCD.

由题意$a_3=2,a_4=3,a_5=5,a_6=8,a_7=13$，A 正确；

$a_{2020}=a_{2019}+a_{2018}=a_{2019}+a_{2017}+a_{2016}=\cdots=a_{2019}+a_{2017}+\cdots+a_3+a_2=a_{2019}+a_{2017}+\cdots+a_3+a_1$,

B 正确；

$a_{n+2}=a_{n+1}+a_n=a_n+a_{n-1}+a_n=2a_n+a_{n-1}$，又$a_{n-1}+a_{n-2}=a_n$，

所以$a_{n+2}+a_{n-2}=2a_n+a_{n-1}+a_n-a_{n-1}=3a_n$，C 正确；

$a_{2021}=a_{2020}+a_{2019}=a_{2020}+a_{2018}+a_{2017}=\cdots=a_{2020}+a_{2018}+\cdots+a_4+a_3$

$=a_{2020}+a_{2018}+\cdots+a_4+a_2+a_1$，D 错.

故选：ABC.

关键点点睛：本题考查数列的递推公式，解题关键是利用递推公式求数列的项，对数列的项进行变形．如 BD 在变形以最后一项时要注意是哪一项.

11．AB

根据椭圆的定义结合已知条件求出$|PF_2|$，再根据椭圆的几何性质$|PF_2|\geq a-c$即可解出.

由椭圆定义，$|PF_1|+|PF_2|=2a,\because|PF_1|=2|PF_2|,\therefore3|PF_2|=2a\Rightarrow|PF_2|=\frac{2}{3}a$，

由椭圆的几何性质，$|PF_2|=\dfrac{2}{3}a\geq a-c\Rightarrow e=\dfrac{c}{a}\geq\dfrac{1}{3}$，又 $e<1$，$\therefore e\in[\dfrac{1}{3},1)$．

故选：AB.

12．ABD

对于 A，取 DD_1, DC 的中点分别为 M, N，由条件确定 Q 的轨迹，结合锥体体积公式判断 A，

对于 B，由条件确定 Q 的轨迹为 MN，将原问题转化为平面上两点间的距离最小问题求解；对于 C，由三角形外心的性质和向量数量积的性质可判断，对于 D，由条件确定点 Q 的轨迹为圆弧 A_2A_3，利用弧长公式求轨迹长度即可判断.

对于 A，取 DD_1, DC 的中点分别为 M, N，连接 AM, AN, MN, DQ，则 $\overrightarrow{DD_1}=2\overrightarrow{DM}$，$\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{DN}$，

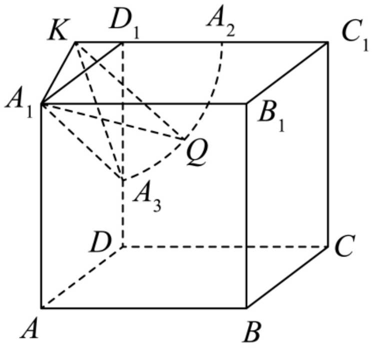
$MN//D_1C$，

因为 $\overrightarrow{DQ}=\lambda\overrightarrow{DC}+\mu\overrightarrow{DD_1}, \left(\lambda\in[0,1], \mu\in[0,1]\right)$，$\lambda+\mu=\dfrac{1}{2}$，

所以 $\overrightarrow{DQ}=2\lambda\overrightarrow{DN}+2\mu\overrightarrow{DM}$，$2\lambda+2\mu=1$，

所以 Q, M, N 三点共线，所以点 Q 在 MN，因为 $D_1C//A_1B$，$MN//D_1C$，所以 $MN//A_1B$，$MN\not\subset$ 平面 A_1BP，$A_1B\subset$ 平面 A_1BP，所以 $MN//$ 平面 A_1BP，所以点 Q 到平面 A_1BP 的距离为定值，

因为 $\triangle A_1BP$ 的面积为定值，所以四面体 A_1BPQ 的体积为定值，所以 A 正确，



对于 B，因为 $AM//BP$，因为 $AM\not\subset$ 平面 A_1BP，$BP\subset$ 平面 A_1BP，所以 $AM//$ 平面 A_1BP，

又 $AQ//$ 平面 A_1BP，$AQ\cap AM=M$，$AQ, AM\subset$ 平面 AMQ，所以平面 $AMQ//$ 平面 A_1BP，

取 D_1C_1 的中点 E，连接 PE，则 $PE//D_1C$，$D_1C//A_1B$，所以 $PE//A_1B$，所以 A_1, B, P, E 四点共面，所以平面 $AMQ//$ 平面 A_1BPE，平面 $A_1BPE\cap$ 平面 $DCC_1D_1=PE$，平面 $A_1MQ\cap$ 平面 $DCC_1D_1=MQ$，所以 $MQ//PE$，又 $PE//D_1C$，所以 $MQ//D_1C$，所以点 Q 的轨迹为线段 MN，

翻折平面 AMN，使其与五边形 $MNCC_1D_1$

在同一平面，如图，则 $AQ+C_1Q\geq AC_1$，当且仅当 A,Q,C_1 三点共线时等号成立，所以 $AQ+C_1Q$ 的最小值为 AC_1，因为 $\angle BAD=60^\circ, AB=AD=AA_1=2$，所以 $AM=\sqrt{5}, MN=\sqrt{2}$，

$AN=\sqrt{AD^2+DN^2-2AD\cdot DN\cos 120^\circ}=\sqrt{4+1-2\times 2\times 1\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\sqrt{7}$，所以

$AM^2+MN^2=AN^2$，在 $\triangle C_1MN$ 中，$C_1M=C_1N=\sqrt{5}$，$MN=\sqrt{2}$，所以

$\cos\angle C_1MN=\dfrac{MC_1^2+MN^2-NC_1^2}{2MC_1\cdot MN}=\dfrac{5+2-5}{2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，所以

$\sin\angle C_1MN=\sqrt{1-\cos^2\angle C_1MN}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，所以

$\cos\angle AMC_1=\cos\left(\angle C_1MF+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\angle C_1MF=-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

在 $\triangle AMC_1$ 中，$AM=\sqrt{5}$，$MC_1=\sqrt{5}$，$\cos\angle AMC_1=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$，

所以 $AC_1=\sqrt{MA^2+MC_1^2-2MA\cdot MC_1\cos\angle AMC_1}=\sqrt{5+5-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\left(-\dfrac{3\sqrt{10}}{10}\right)}$，所以

$AC_1=\sqrt{10+3\sqrt{10}}$，即 $AQ+C_1Q$ 的最小值为 $\sqrt{10+3\sqrt{10}}$，

所以 B 正确，