2024-2025 学年度第一学期高一数学期末模拟卷

注意事项：
1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2．请将答案正确填写在答题卡上

第 I 卷（选择题）

请点击修改第 I 卷的文字说明

一、单选题

1．**已知集合** $A=\left\{-2,-1,0,2,3\right\}, B=\left\{y\mid y=x^2-1, x\in A\right\}$**，则** $A\cap B$ **中元素的个数是**

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

2．甲、乙、丙三人进入某比赛的决赛，若该比赛的冠军只有 1 人，则“甲是冠军”是“乙不是冠军”的（　）

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

3．已知 $x<y<z$， $x+y+z=0$，则下列不等式成立的是（　）

A．$xy>yz$　　B．$xz>yz$　　C．$xy>xz$　　D．$x|y|>z|y|$

4．关于 x 的不等式 $ax^2-(a+1)x+1<0$ 的解集不可能是（　）

A．$\varnothing$　　B．$\left\{x|x>1\right\}$　　C．$\left\{x\middle|1<x<\dfrac{1}{a}\right\}$　　D．$\left\{x\mid x<1 \text{或} x>\dfrac{1}{a}\right\}$

5．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^x, x\geq 3\\ f(x+1), x<3\end{cases}$，则 $f\left(2+\log_3 2\right)$ 的值为（　）

A．$-\dfrac{2}{27}$　　B．$\dfrac{1}{54}$　　C．$\dfrac{2}{27}$　　D．-54

6．已知函数 $f\left(x\right)=x^2-\dfrac{1}{x^2}$，则不等式 $f\left(2x-1\right)\leq f\left(x+1\right)$ 的解集为（　）

A．$\left(0,2\right]$　　B．$\left[0,2\right]$　　C．$\left(0,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},2\right]$　　D．$\left[0,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},2\right]$

7．已知 $a=\pi^{-e}, b=\dfrac{\ln 5}{\ln 4}, c=\dfrac{\ln 6}{\ln 5}$，则 a，b，c 的大小关系是（　）

A．$b<c<a$　　B．$b<a<c$

C．$a<b<c$　　D．$a<c<b$

8．函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 D，若满足：（1） $f\left(x\right)$ 在 D 内是单调函数；（2）存在

$\left[\frac{m}{2},\frac{n}{2}\right]\subseteq D$，使得$f\left(x\right)$在$\left[\frac{m}{2},\frac{n}{2}\right]$上的值域为$\left[m,n\right]$，那么就称函数$f\left(x\right)$为"梦想函数".若函数$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)\left(a>0,a\neq 1\right)$是"梦想函数"，则$t$的取值范围是（　）

A．$\left(-\sqrt{2},0\right)$　　B．$\left(-1,0\right)$

C．$\left(-\frac{1}{2},0\right)$　　D．$\left(-\frac{1}{4},0\right)$

二、多选题

9．(多选)下列说法正确的有（　）

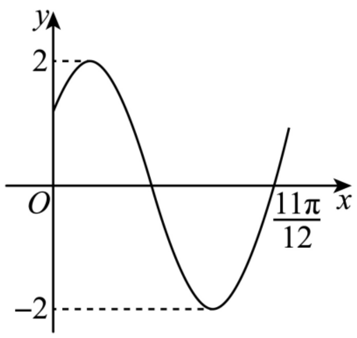
A．零和负数没有对数

B．任何一个指数式都可以化成对数式

C．以10为底的对数叫做常用对数

D．以e为底的对数叫做自然对数

10．已知函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x-\varphi\right)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，且过点$\left(0,1\right)$，若存在使$g\left(x\right)=f\left(x-a\right)$为奇函数成立的实数$a$，则$|a|$可能取值为（　）



A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$\frac{5\pi}{12}$　　C．$\frac{\pi}{6}$　　D．$\frac{\pi}{12}$

11．定义：如果关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$有两个不同的实数根，且其中一个根是另一个根的2倍，则称这样的方程为"和谐方程"．下列命题正确的是（　）

A．方程$x^2+x-2=0$是"和谐方程"

B．若关于x的方程$x^2+ax+8=0$是"和谐方程"，则$a=\pm 6$

C．若关于x的方程$ax^2-3ax+c=0\left(a\neq 0\right)$是"和谐方程"，则$y=ax^2+3ax+c$的函数图象与$x$轴交点的坐标是$\left(-1,0\right)$和$\left(-2,0\right)$

D．若点(m,n)在反比例函数$y=\dfrac{4}{x}$的图象上，则关于x的方程$mx^2+3\sqrt{2}x+n=0$是“和谐方程”

第II卷（非选择题）

请点击修改第II卷的文字说明

三、填空题

12．在$\vee ABC$中，已知$\cos A=\dfrac{3}{5}$，则$\sin A=$________；$\tan(\pi-A)=$_______.

13．已知幂函数$f(x)$的图像经过点$\left(27,\dfrac{1}{3}\right)$，则此幂函数的解析式为____；关于$a$的不等式$f\left(2^{a+1}\right)<f\left(2^{3-2a}\right)$的解集为____.

14．已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2-6x-5,x<0\\ \left|(\dfrac{1}{2})^x-1\right|,x\geq 0\end{cases}$，若关于$x$的方程$[f(x)]^2+(2a-3)f(x)+a^2-3a=0$有5个不同的实数根，则$a$的取值范围为__________.

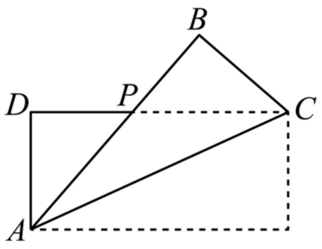
四、解答题

15．已知集合$A=\{x|-3<x$ £ $4\}$，集合$B=\{x\,|\,k+1\leq x\leq 2k-1\}$.

(1)当$k=3$时，求$A\cup B,(ð_R A)\cap B$；

(2)若$A\cup B=A$，求k的取值范围.

16．设矩形$ABCD$(其中$AB>BC$)的周长为24，如图所示，把它沿对角线AC对折后，AB交DC于点P. 设 $AB=x$，则



(1)用含x的式子表示DP的长；

(2)求$\triangle ADP$的最大面积.

17．已知函数$f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)-2\sqrt{3}\cos^2 x+\sqrt{3}$.

（1）已知$f\left(\dfrac{\alpha}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{1}{3}$，求$\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-2\alpha\right)$的值；

（2）当$x\in\left[-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{4}\right]$时，不等式$2m\geq\dfrac{(m+1)f(x)+2m+1}{f(x)+2}$恒成立，求实数$m$的取值范围.

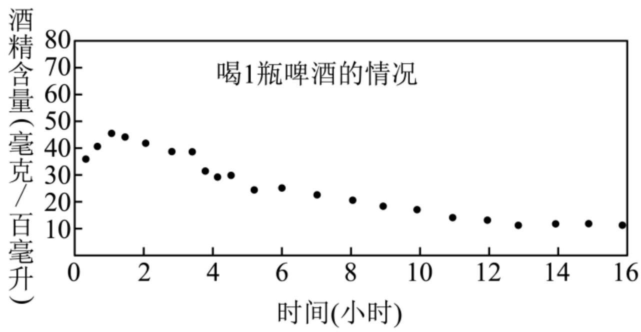
18．若函数$f\left(x\right)$在区间$\left[m,m+1\right]$上有意义，对于给定的$k(0<k<1)$，存在$s\in\left[m,m+1-k\right]$，使得$f\left(s+k\right)=f\left(s\right)$，则称$f\left(x\right)$为$\left[m,m+1\right]$上的"$k$阶等值函数".

(1)判断$f_1\left(x\right)=\dfrac{1}{x},f_2\left(x\right)=\begin{cases}1,x\in\mathbf{Q}\\0,x\in\complement_{\mathbf{R}}\mathbf{Q}\end{cases}$是否是$\left[1,2\right]$上的"$\dfrac{2}{3}$阶等值函数"；（直接写出结论）

(2)若二次函数$f\left(x\right)$满足$f\left(m\right)=f\left(m+1\right)$，证明：$f\left(x\right)$是$\left[m,m+1\right]$上的"$\dfrac{1}{3}$阶等值函数"；

(3)证明：$f\left(x\right)=\left|1-9^x\right|$是$\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$上的"$k$阶等值函数"，并求$k$的最大值.

19．国家质量监督检验检疫局于2004年5月31日发布了新的《车辆驾驶人员血液、呼气酒精含量阈值与检验》国家标准，新标准规定，车辆驾驶人血液中的酒精含量大于或等于20毫克/百毫升、小于80毫克/百毫升的行为饮酒驾车，血液中的酒精含量大于或等于80毫克/百毫升为醉酒驾车，经过反复试验，喝一瓶啤酒后酒精在人体血液内的变化规律"散点图"如下：



该函数模型如下，

$$f\left(x\right)=\begin{cases}44.21\sin\left(\dfrac{\pi}{3}x\right)+0.21,0\leq x<2\\54.27e^{-0.3x}+10.18,x\geq 2\end{cases}.$$

根据上述条件，回答以下问题：

（1）试计算喝1瓶啤酒后多少小时血液中的酒精含量达到最大值？最大值是多少？

（2）试计算喝1瓶啤酒后多少小时才可以驾车？（时间以整小时计）（参考数据：$\ln9.82\approx2.28,\ln10.18\approx2.32,\ln54.27\approx3.99$）

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	C	D	B	D	D	D	ACD	BD
题号	11									
答案	BCD									

1．B

【解析】试题分析：当$x=\pm 2$时，$y=3$；当$x=-1$时，$y=0$；当$x=0$时，$y=-1$；当$x=3$时，$y=8$，所以$B=\{-1,0,3,8\}$，所以$A\cap B=\{-1,0,3\}$，故选B.

考点：集合的交集运算.

2．B

【分析】利用充分条件、必要条件的定义直接判断即得.

【解析】若甲是冠军，则乙不是冠军；若乙不是冠军，则甲是冠军或丙是冠军，

所以“甲是冠军”是“乙不是冠军”的充分不必要条件.

故选：B

3．C

【分析】首先确定x,y,z的正负情况，再根据不等式的性质，即可判断.

【解析】因为$x<y<z$，且$x+y+z=0$，所以$x<0$，$z>0$，y的取值不确定，可以为正数，负数和零，

A.因为$x<z$，$y>0$时，$xy<yz$，$y<0$时，$xy>yz$，$y=0$时，$xy=yz$，故A错误；

B.$x<y$，$z>0$，所以$xz<yz$，故B错误；

C.$y<z$，$x<0$，所以$xy>xz$，故C正确；

D.$x<z$，$|y|\geq 0$，$x|y|\leq z|y|$，故D错误.

故选：C

4．D

【分析】将原不等式化为$(ax-1)(x-1)<0$，再分类讨论a的取值情况进行求解.

【解析】由题意，原不等式可化为$(ax-1)(x-1)<0$

当$a=0$时，原不等式为$-x+1<0$，解得$x>1$，原不等式的解集为$\{x|x>1\}$；

当$a>1$时，$0<\frac{1}{a}<1$，原不等式的解集为$\left\{x|\frac{1}{a}<x<1\right\}$；

当$0<a<1$时，$\frac{1}{a}>1$，原不等式的解集为$\left\{x \mid 1<x<\frac{1}{a}\right\}$；

当$a=1$时，$\frac{1}{a}=1$，原不等式的解集为$\varnothing$；

当$a<0$时，$\frac{1}{a}<1$，原不等式的解集为$\left\{x \mid x<\frac{1}{a}\text{或}x>1\right\}$;

综上，当$a=0$时，原不等式的解集为$\{x|x>1\}$；

当$a>1$时，原不等式的解集为$\left\{x \mid \frac{1}{a}<x<1\right\}$；

当$0<a<1$时，原不等式的解集为$\left\{x \mid 1<x<\frac{1}{a}\right\}$；

当$a=1$时，原不等式的解集为$\varnothing$；

当$a<0$时，原不等式的解集为$\left\{x \mid x<\frac{1}{a}\text{或}x>1\right\}$;

故不可能的解集为$\left\{x \mid x<1\text{或}x>\frac{1}{a}\right\}$.

故选：D

5．B

【分析】先确定$2+\log_3 2$的范围，从而利用解析式确定$f(2+\log_3 2)$的值

【解析】Q $2+\log_3 1<2+\log_3 2<2+\log_3 3$，即$2<2+\log_3 2<3$

$\therefore f(2+\log_3 2)=f(2+\log_3 2+1)=f(3+\log_3 2)$

又$3<3+\log_3 2<4$

$\therefore f(3+\log_3 2)=(\frac{1}{3})^{3+\log_3 2}=(\frac{1}{3})^3\times(\frac{1}{3})^{\log_3 2}=\frac{1}{27}\times(3^{-1})^{\log_3 2}=\frac{1}{27}\times3^{-\log_3 2}=\frac{1}{27}\times3^{\log_3\frac{1}{2}}=\frac{1}{27}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{54}$

$\therefore f(2+\log_3 2)=\frac{1}{54}$

故选：B.

【小结】本题考查指数运算和对数运算，要求能熟练应用指数运算法则和对数运算法则，属基础题

6．D

【分析】根据函数的单调性和奇偶性，把函数不等式转化为代数不等式求解即可.

【解析】因为$f(x)=x^2-\frac{1}{x^2}$，$x\neq0$，

所以$f(-x)=(-x)^2-\frac{1}{(-x)^2}=x^2-\frac{1}{x^2}=f(x)$，所以函数$f(x)$为偶函数；

设$0<x_1<x_2$，则$f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)=\left(x_2^2-\frac{1}{x_2^2}\right)-\left(x_1^2-\frac{1}{x_1^2}\right)=\left(x_2-x_1\right)\left(x_2+x_1\right)\left(1+\frac{1}{x_1^2\cdot x_2^2}\right)$，

因为$0<x_1<x_2$，所以$x_2-x_1>0$，$x_2+x_1>0$，$1+\frac{1}{x_1^2\cdot x_2^2}>0$，所以$f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)>0$，即$f\left(x_2\right)>f\left(x_1\right)$

所以函数$f\left(x\right)$在$(0,+\infty)$上单调递增.

由函数$f\left(x\right)$为偶函数，所以函数$f\left(x\right)$的图象关于y轴对称，在$\left(-\infty,0\right)$上单调递减.

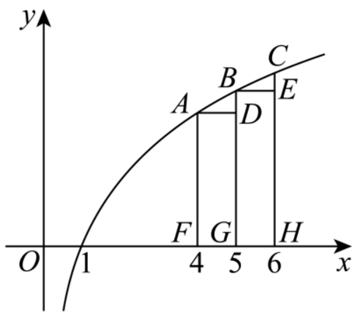
所以$f\left(2x-1\right)\le f\left(x+1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1\ne 0\\x+1\ne 0\\\left|2x-1\right|\le\left|x+1\right|\end{cases}\Leftrightarrow 0\le x\le 2$且$x\ne\frac{1}{2}$.

故选：D

7．D

【分析】根据对数函数的增长性质，作图求解.

【解析】由题意：$a=\frac{1}{\pi^{e}}<1$，作对数函数$y=\ln x$的图像如下图：



F，G，H是x轴上对应$x=4,5,6$的点，过F，G，H作x轴的垂线，与函数$y=\ln x$的图像交于A，B，C点，

则$AF=\ln 4,BG=\ln 5,CH=\ln 6$，

过A，B点作平行于x轴的直线分别与BG，CH交于D，E点，由于函数$y=\ln x$的增长速度是随x的增大而变慢的，

$\therefore\angle BAD>\angle CBE$，即$CE<BD$，$\frac{\ln 5}{\ln 4}=\frac{BG}{AF}=\frac{BD+AF}{AF}=1+\frac{BD}{AF}$，

$\frac{\ln 6}{\ln 5}=\frac{CH}{BG}=\frac{CE+BG}{BG}=1+\frac{CE}{BG}$，

Q $CE<BD,BG>AF,\therefore\frac{BD}{AF}>\frac{CE}{BG},\frac{\ln 5}{\ln 4}>\frac{\ln 6}{\ln 5}>1$；

故选：D.

8．D

【分析】由题意可判断函数$f(x)$为单调递增函数，构造函数$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)=2x$，可以求出使得$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)=2x$有两解的$t$的取值范围.

【解析】因为$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)\left(a>0，a\neq 1\right)$是单调函数

若$0<a<1$，则$g\left(x\right)=a^x+t$是减函数，所以$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)$为增函数；

若$a>1$，则$g\left(x\right)=a^x+t$是增函数，所以$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)$为增函数；

由于$f\left(\frac{m}{2}\right)=\log_a\left(a^{\frac{m}{2}}+t\right)=m=\frac{m}{2}\times 2$，$f\left(\frac{n}{2}\right)=\log_a\left(a^{\frac{n}{2}}+t\right)=n=\frac{n}{2}\times 2$

所以$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)=2x$，即$a^x+t=2^{2x}>0$对于任意的$x$恒成立，

所以$t=a^{2x}-a^x=a^x\left(a^x-1\right)=\left(a^x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4},x\in\mathrm{R}$,有两解，

又因为$a^x\in\left(0,+\infty\right)$，所以满足$f\left(x\right)=\log_a\left(a^x+t\right)=2x$有两解的$t$的取值范围为$\left(-\frac{1}{4},0\right)$.

故选：D

9．ACD

【分析】根据对数的定义即可判断答案.

【解析】由对数的定义可知 A,C,D 正确；

对 B，当$a>0$且$a\neq 1$时，$a^x=N$才能化为对数式.

故选：ACD.

10．BD

【分析】根据图象及相关性质求得$A=2$、$\varphi=-\frac{\pi}{6}$，利用奇函数、正弦型函数的对称性可得$a=\frac{\pi}{12}-\frac{k\pi}{2}$，即可得答案.

【解析】根据函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x-\varphi\right)$的部分图象，可得$A=2$，

再根据$f\left(0\right)=-2\sin\varphi=1$，则$\sin\varphi=-\frac{1}{2},\left|\varphi\right|<\frac{\pi}{2}$，故$\varphi=-\frac{\pi}{6}$，

所以$f\left(x\right)=2\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)$.

又$T=\frac{2\pi}{\omega}>\frac{11}{12}\pi$，则$0<\omega<\frac{24}{11}$，又$\omega\times\frac{11\pi}{12}+\frac{\pi}{6}=2k\pi,k\in\mathrm{Z}$，得$\omega=2$，

故 $f\left(x\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$.

要使 $g\left(x\right)=f\left(x-a\right)$ 为奇函数，则 $f\left(x\right)$ 的图象关于 $\left(-a,0\right)$ 对称，

令 $-2a+\dfrac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，得 $a=\dfrac{\pi}{12}-\dfrac{k\pi}{2}$，则 $k=0$ 时 $a=\dfrac{\pi}{12}$， $k=1$ 时 $a=-\dfrac{5\pi}{12}$，B、D 符合，其它选项不符合.

故选：BD

11．BCD

【分析】对于 A，利用“和谐方程”的定义进行判断即可；对于 B，设 $2x_1=x_2$，利用根与系数的关系即可求出 a 的值；对于 C，由关于 x 的方程 $ax^2-3ax+c=0\left(a\neq 0\right)$ 是“和谐方程”，利用“和谐方程”的定义得到 $c=2a$，代入 $y=ax^2+3ax+c$ 即可求出函数图象与 x 轴交点的坐标；对于 D，由点 $\left(m,n\right)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象上得到 $n=\dfrac{4}{m}$，代入 $mx^2+3\sqrt{2}x+n=0$，利用“和谐方程”的定义检验是否为“和谐方程”.

【解析】由 $x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left(x+2\right)\left(x-1\right)=0$，则方程的两根为 $-2,1$，

又 $-2\neq 2\times 1,-2\times 2\neq 1$，

则方程 $x^2+x-2=0$ 不是“和谐方程”，故 A 错误；

若关于 x 的方程 $x^2+ax+8=0$ 是“和谐方程”，设 $2x_1=x_2$，

又 $\begin{cases}x_1+x_2=-a\\x_1\cdot x_2=8\end{cases}$，$\therefore x_1^2=4$，

解得 $x_1=2,x_2=4$，或 $x_1=-2,x_2=-4$，

$\therefore a=\pm 6$，故 B 正确；

若关于 x 的方程 $ax^2-3ax+c=0\left(a\neq 0\right)$ 是“和谐方程”，设 $2x_3=x_4$，

又 $\begin{cases}x_3+x_4=3\\x_3\cdot x_4=\dfrac{c}{a}\end{cases}$，$\therefore x_3=1$，$x_4=2$，

则 $x_3\cdot x_4=\dfrac{c}{a}=2$，即 $c=2a$，

又 $ax^2+3ax+2a=0$，解得方程的两根为 $-1,-2$，

即 $y=ax^2+3ax+c$ 的函数图象与 x 轴交点的坐标是 $\left(-1,0\right)$ 和 $\left(-2,0\right)$，故 C 正确；

$\because$点(m,n)在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，

$\therefore n=\frac{4}{m}$， $m\neq 0,n\neq 0$，

则关于x的方程$mx^2+3\sqrt{2}x+n=0 \Leftrightarrow mx^2+3\sqrt{2}x+\frac{4}{m}=0 \Leftrightarrow \left(mx+\sqrt{2}\right)\left(x+\frac{2\sqrt{2}}{m}\right)=0$，

解得方程的两根为$-\frac{\sqrt{2}}{m},-\frac{2\sqrt{2}}{m}$，又$-\frac{\sqrt{2}}{m}\times 2=-\frac{2\sqrt{2}}{m}$，

即关于x的方程$mx^2+3\sqrt{2}x+n=0$是“和谐方程”，故 D 正确；

故选：BCD.

【小结】关键小结：本题关键是对新定义“和谐方程”的理解，再结合根与系数的关系进行求解即可.

12． $\frac{4}{5}/0.8$ $-\frac{4}{3}/-1\frac{1}{3}$

【分析】根据同角三角函数关系，结合诱导公式即可求解.

【解析】因为$A\in\left(0,\pi\right)$， $\sin A>0$，又$\cos A=\frac{3}{5}$，故$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$；

$$\tan(\pi-A)=-\tan A=-\frac{\sin A}{\cos A}=-\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{4}{3}.$$

故答案为：$\frac{4}{5}$； $-\frac{4}{3}$.

13． $f(x)=x^{-\frac{1}{3}}$ $(\frac{2}{3},+\infty)$

【解析】（1）设幂函数的解析式为$f(x)=x^m$，解方程$\frac{1}{3}=27^m$即得解；

（2）由题得函数$f(x)=x^{-\frac{1}{3}}$的定义域为$\{x\,|\,x\neq 0\}$，在$(0,+\infty)$是减函数，解不等式$2^{a+1}>2^{3-2a}$即得解集.

【解析】（1）设幂函数的解析式为$f(x)=x^m,\therefore \frac{1}{3}=27^m,\therefore 3^{-1}=3^{3m},\therefore 3m=-1,\therefore m=-\frac{1}{3}$，

所以函数的解析式为$f(x)=x^{-\frac{1}{3}}$；

（2）由题得函数$f(x)=x^{-\frac{1}{3}}$的定义域为$\{x\,|\,x\neq 0\}$，在$(0,+\infty)$是减函数，

因为$2^{a+1}>0,2^{3-2a}>0$，所以$2^{a+1}>2^{3-2a},\therefore a+1>3-2a,\therefore a>\frac{2}{3}$.

所以不等式的解集为$(\frac{2}{3},+\infty)$.