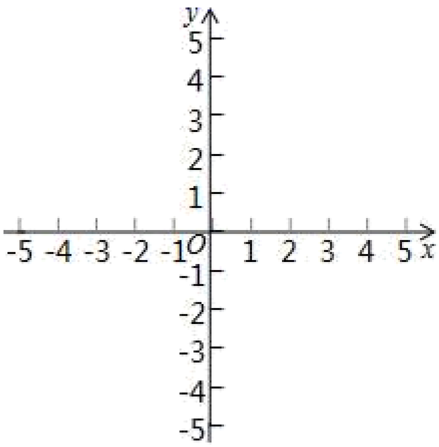
## 一、解答题

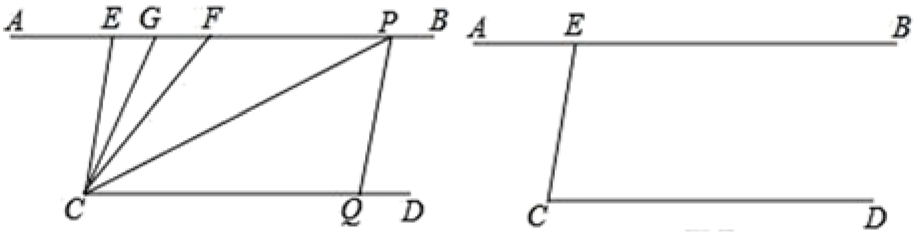
1. 如图，在平面直角坐标系中，同时将点A（﹣1，0）、B（3，0）向上平移2个单位长度再向右平移1个单位长度，分别得到A、B的对应点C、D．连接AC，BD



（1）求点C、D的坐标，并描出A、B、C、D点，求四边形ABDC面积；

（2）在坐标轴上是否存在点P，连接PA、PC使$S_{\triangle PAC}=S_{四边形ABCD}$？若存在，求点P坐标；若不存在，请说明理由．

2. 如图，已知直线$AB//$射线$CD$，$\angle CEB=100°$．$P$是射线$EB$上一动点，过点$P$作$PQ//EC$交射线$CD$于点$Q$，连接$CP$．作$\angle PCF=\angle PCQ$，交直线$AB$于点$F$，$CG$平分$\angle ECF$．



（1）若点$P$，$F$，$G$都在点$E$的右侧，求$\angle PCG$的度数；

（2）若点$P$，$F$，$G$都在点$E$的右侧，$\angle EGC-\angle ECG=30°$，求$\angle CPQ$的度数；

（3）在点$P$的运动过程中，是否存在这样的情形，使$\angle EGC:\angle EFC=4:3$？若存在，求出$\angle CPQ$的度数；若不存在，请说明理由．

3. 综合与实践

背景阅读：在同一平面内，两条不重合的直线的位置关系有相交、平行，若两条不重合的直线只有一个公共点，我们就说这两条直线相交，若两条直线不相交，我们就说这两条直线互相平行两条直线的位置关系的性质和判定是几何的重要知识，是初中阶段几何合情推理的基础．

已知：$AM\parallel CN$，点$B$为平面内一点，$AB\perp BC$于$B$．

问题解决：（1）如图1，直接写出$\angle A$和$\angle C$之间的数量关系；

（2）如图2，过点$B$作$BD\perp AM$于点$D$，求证：$\angle ABD=\angle C$；

（3）如图3，在（2）问的条件下，点$E$、$F$在$DM$上，连接$BE$、$BF$、$CF$，$BF$平分$\angle DBC$，$BE$平分$\angle ABD$，若$\angle FCB+\angle NCF=180°$，$\angle BFC=3\angle DBE$，则$\angle EBC=$_.

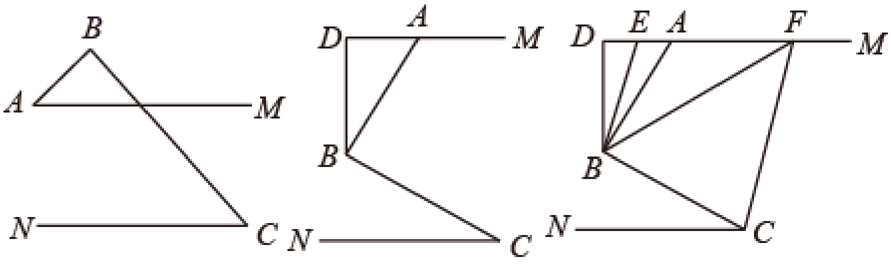


图1　图2　图3

4．已知 $AM//CN$，点 $B$ 为平面内一点，$AB \perp BC$ 于 $B$．

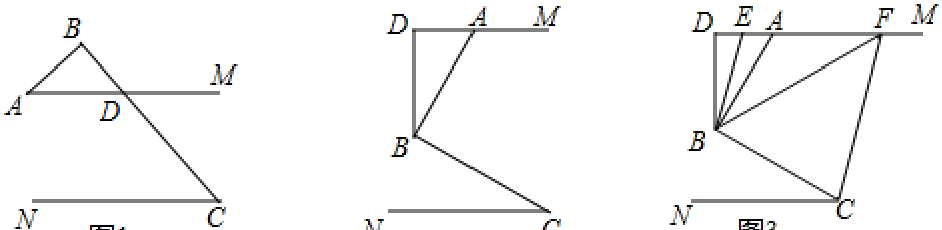


图1　图2　图3

（1）如图1，求证：$\angle A+\angle C=90°$；

（2）如图2，过点 $B$ 作 $BD \perp MA$ 的延长线于点 $D$，求证：$\angle ABD=\angle C$；

（3）如图3，在（2）问的条件下，点 $E$、$F$ 在 $DM$ 上，连接 $BE$、$BF$、$CF$，且 $BF$ 平分 $\angle DBC$，$BE$ 平分 $\angle ABD$，若 $\angle AFC=\angle BCF$，$\angle BFC=3\angle DBE$，求 $\angle EBC$ 的度数．

5．如图，$MN//PQ$，直线 $AD$ 与 $MN$、$PQ$ 分别交于点A、$D$，点 $B$ 在直线 $PQ$ 上，过点 $B$ 作 $BG \perp AD$，垂足为点 $G$．

（1）如图1，求证：$\angle MAG+\angle PBG=90°$；

（2）若点 $C$ 在线段 $AD$ 上（不与A、$D$、$G$ 重合），连接 $BC$，$\angle MAG$ 和 $\angle PBC$ 的平分线交于点 $H$ 请在图2中补全图形，猜想并证明 $\angle CBG$ 与 $\angle AHB$ 的数量关系；

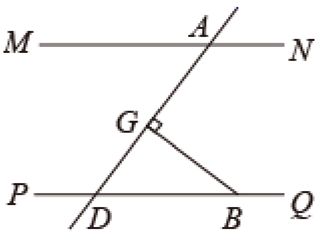


图1

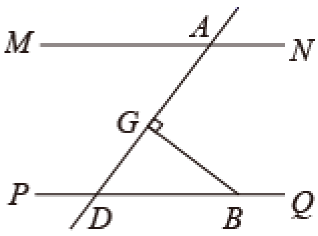
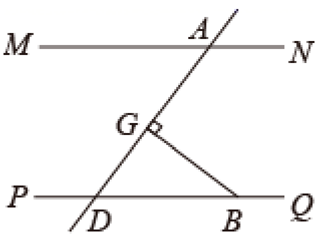
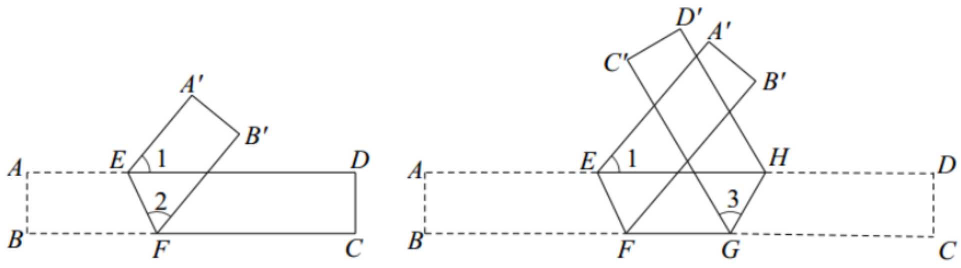


图2



备用图

6．如图①，将一张长方形纸片沿 $EF$ 对折，使 $AB$ 落在 $A'B'$ 的位置；




图①　　　　　　　　图②

（1）若 $\angle 1$ 的度数为 $a$，试求 $\angle 2$ 的度数（用含 $a$ 的代数式表示）；

（2）如图②，再将纸片沿 $GH$ 对折，使得 $CD$ 落在 $C'D'$ 的位置．

①若 $EF//C'G$，$\angle 1$ 的度数为 $a$，试求 $\angle 3$ 的度数（用含 $a$ 的代数式表示）；

②若 $B'F \perp C'G$，$\angle 3$ 的度数比 $\angle 1$ 的度数大 $20°$，试计算 $\angle 1$ 的度数．

7．据说，我国著名数学家华罗庚在一次访问途中，看到飞机邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题：一个数32768，它是一个正数的立方，希望求它的立方根，华罗庚不假思索给出了答案，邻座乘客非常惊奇，很想得知其中的奥秘，你知道华罗庚是怎样准确计算出的吗？请按照下面的问题试一试：

（1）由 $10^3=1000, 100^3=1000000$，因为 $1000<32768<1000000$，请确定 $\sqrt[3]{32768}$ 是______位数；

（2）由32768的个位上的数是8，请确定 $\sqrt[3]{32768}$ 的个位上的数是________，划去32768后面的三位数768得到32，因为 $3^3=27, 4^3=64$，请确定 $\sqrt[3]{32768}$ 的十位上的数是______________

(3)已知13824和 $-110592$ 分别是两个数的立方，仿照上面的计算过程，请计算：$\sqrt[3]{32768}=$_____；$\sqrt[3]{-110592}=$_________

8．阅读下列解题过程：

为了求 $1+2+2^2+2^3+...+2^{50}$ 的值，可设 $S=1+2+2^2+2^3+...+2^{50}$，则 $2S=2+2^2+2^3+2^4+...+2^{51}$，所以得 $2S-S=2^{51}-1$，所以 $S=2^{51}-1$，即：$1+2+2^2+2^3+...+2^{50}=2^{51}-1$；

仿照以上方法计算：

（1）$1+2+2^2+2^3+...+2^{2019}=$_____________.

（2）计算：$1+3+3^2+3^3+...+3^{2019}$

（3）计算：$5^{101}+5^{102}+5^{103}+...+5^{200}$

9．在已有运算的基础上定义一种新运算 $\otimes$：$x \otimes y=|x-y|+y$，$\otimes$ 的运算级别高于加减乘除运算，即 $\otimes$ 的运算顺序要优先于 $+$、$-$、$\times$、$\div$ 运算，试根据条件回答下列问题．

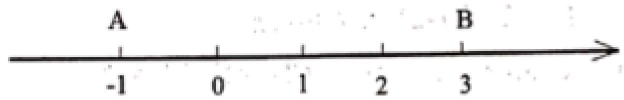
（1）计算：$5\otimes(-3)=$______；

（2）若 $x\otimes 3=5$，则 $x=$______；

（3）在数轴上，数 $x$、$y$ 的位置如下图所示，试化简：$1\otimes x-y\otimes x$；


（4）如图所示，在数轴上，点 $A$、$B$

分别以1个单位每秒的速度从表示数-
1和3的点开始运动，点$A$向正方向运动，点$B$向负方向运动，$t$秒后点$A$、$B$分别运动到表示数$a$和$b$的点所在的位置，当$a\otimes b=2$时，求$t$的值.




10．规定两数$a$，$b$之间的一种运算，记作($a$，$b$)：如果$a^c=b$，那么($a$，$b$)=$c$.
例如：因为$2^3=8$，所以(2，8)=3.
（1）根据上述规定，填空：
（3，27）=_______，（5，1）=_______，（2，$\frac{1}{4}$）=_______.
（2）小明在研究这种运算时发现一个现象：（$3^n$，$4^n$）=（3，4）小明给出了如下的证明：
设（$3^n$，$4^n$）=$x$，则（$3^n$）$^x$=$4^n$，即（$3^x$）$^n$=$4^n$
所以$3^x$=4，即（3，4）=$x$，
所以（$3^n$，$4^n$）=（3，4）.
请你尝试运用上述这种方法说明下面这个等式成立的理由：(4，5)+(4，6)=(4，30)
11．定义：如果$2^b=n$，那么称b为n的布谷数，记为$b=g(n)$.
例如：因为$2^3=8$，所以$g(8)=g\left(2^3\right)=3$，
因为$2^{10}=1024$，
所以$g(1024)=g\left(2^{10}\right)=10$.
（1）根据布谷数的定义填空：g（2）=________________,g（32）=____________________.
（2）布谷数有如下运算性质：
若m，n为正整数，则$g(mn)=g(m)+g(n)$，$g\left(\frac{m}{n}\right)=g(m)-g(n)$.
根据运算性质解答下列各题：
①已知$g(7)=2.807$，求$g$ (14)和$g\left(\frac{7}{4}\right)$的值；
②已知$g(3)=p$.求$g(18)$和$g\left(\frac{3}{16}\right)$的值.
12．阅读下面文字：
对于$\left(-5\frac{5}{6}\right)+\left(-9\frac{2}{3}\right)+17\frac{3}{4}+\left(-3\frac{1}{2}\right)$
可以如下计算：
原式$=\left[(-5)+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\left[(-9)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(17+\frac{3}{4}\right)+\left[(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$
$=\left[(-5)+(-9)+17+(-3)\right]+\left[\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$$= 0 + \left(-1\frac{1}{4}\right)$$

$=-1\frac{1}{4}$

上面这种方法叫拆项法，你看懂了吗？

仿照上面的方法，计算：

（1）$-1\frac{1}{4}+\left(-2\frac{1}{3}\right)+7\frac{5}{6}+\left(-4\frac{1}{2}\right)$

（2）$\left(-2019\frac{2}{3}\right)+2018\frac{3}{4}+\left(-2017\frac{5}{6}\right)+2016\frac{1}{2}$

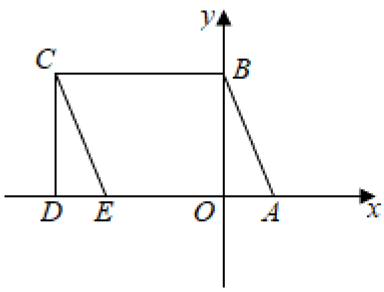
13．如图所示，*A*（1，0），点*B*在*y*轴上，将三角形*OAB*沿*x*轴负方向平移，平移后的图形为三角形*DEC*，点*C*的坐标为（﹣3，2）．

（1）直接写出点*E*的坐标_____；

（2）在四边形*ABCD*中，点*P*从点*O*出发，沿*OB*→*BC*→*CD*移动，若点*P*的速度为每秒1个单位长度，运动时间为*t*秒，请解决以下问题；

①当*t*为多少秒时，点*P*的横坐标与纵坐标互为相反数；

②当*t*为多少秒时，三角形*PEA*的面积为2，求此时*P*的坐标




14．如图，直线 $PQ//MN$，一副直角三角板 $\Delta ABC,\Delta DEF$ 中，$\angle ACB=\angle EDF=90^{\circ},\angle ABC=\angle BAC=45^{\circ},\angle DFE=30^{\circ},\angle DEF=60^{\circ}$．

（1）若 $\Delta DEF$ 如图1摆放，当 $ED$ 平分 $\angle PEF$ 时，证明：$FD$ 平分 $\angle EFM$．

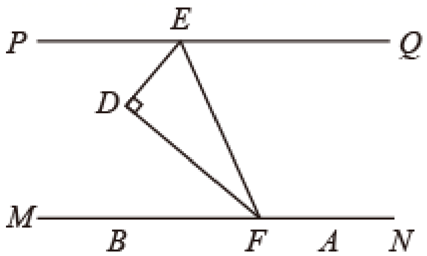



图1

（2）若 $\Delta ABC,\Delta DEF$ 如图2摆放时，则 $\angle PDE=$

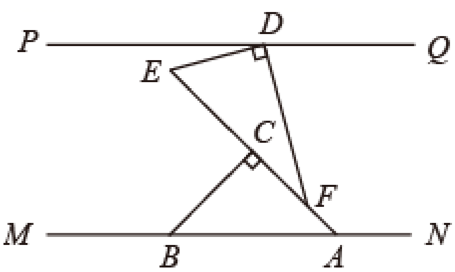



图2

（3）若图2中$\Delta ABC$固定，将$\Delta DEF$沿着$AC$方向平移，边$DF$与直线$PQ$相交于点$G$，作$\angle FGQ$和$\angle GFA$的角平分线$GH$、$FH$相交于点$H$（如图3），求$\angle GHF$的度数．

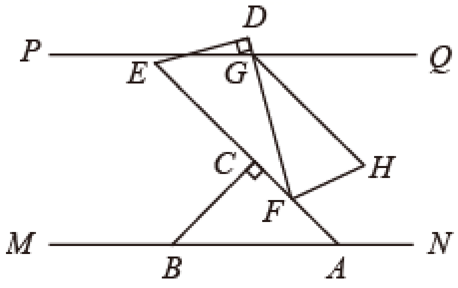



图3

（4）若图2中$\Delta DEF$的周长$35cm, AF=5cm$，现将$\Delta ABC$固定，将$\Delta DEF$沿着$CA$方向平移至点$F$与A重合，平移后的得到$\Delta D'E'A$，点$D$、$E$的对应点分别是$D'$、$E'$，请直接写出四边形$DEAD'$的周长．

（5）若图2中$\Delta DEF$固定，（如图4）将$\Delta ABC$绕点A顺时针旋转，1分钟转半圈，旋转至$AC$与直线$AN$首次重合的过程中，当线段$BC$与$\Delta DEF$的一条边平行时，请直接写出旋转的时间．

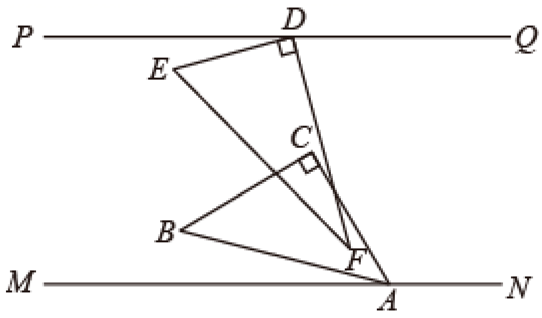
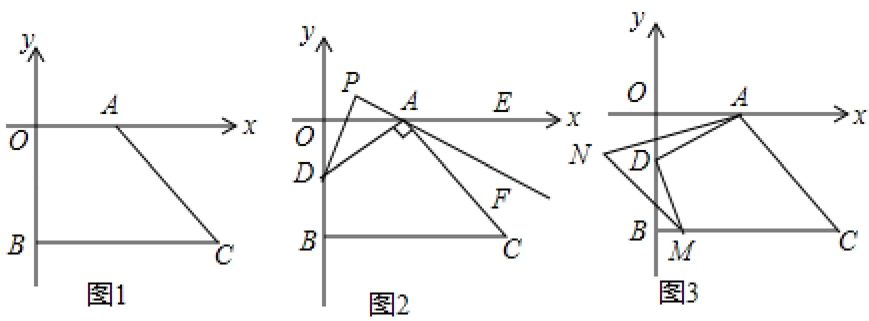



图4

15．如图1，在平面直角坐标系中，A（a，0）是x轴正半轴上一点，C是第四象限内一点，CB⊥y轴交y轴负半轴于B（0，b），且|a﹣ 3|+（b+4）²＝0，$S_{四边形AOBC}$＝16．




（1）求点C的坐标．

（2）如图2，设D为线段OB上一动点，当AD⊥AC时，∠ODA的角平分线与∠CAE的角平分线的反向延长线交于点P，求∠APD的度数；（点E在x轴的正半轴）．

（3）如图3，当点D在线段OB上运动时，作DM⊥AD交BC于M点，∠BMD、∠DAO的平分线交于N点，则点D在运动过程中，∠N的大小是否会发生变化？若不变化，求出其值；若变化，请说明理由．

16．

某地葡萄丰收，准备将已经采摘下来的11400公斤葡萄运送杭州，现有甲、乙、丙三种车型共选择，每辆车运载能力和运费如表表示（假设每辆车均满载）

| 车型 | 甲 | 乙 | 丙 |
|---|---|---|---|
| 汽车运载量（公斤/辆） | 600 | 800 | 900 |
| 汽车运费（元/辆） | 500 | 600 | 700 |

（1）若全部葡萄都用甲、乙两种车型来运，需运费8700元，则需甲、乙两种车型各几辆？

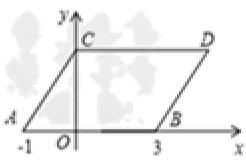
（2）为了节省运费，现打算用甲、乙、丙三种车型都参与运送，已知它们的总辆数为15辆，你能分别求出这三种车型的辆数吗？怎样安排运费最省？

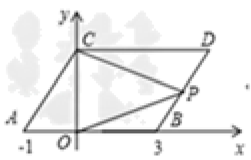
17. 在平面直角坐标系中，点A，B的坐标分别为（﹣1，0），（3，0），现同时将点A，B分别向上平移2个单位，再向右平移1个单位，分别得到点A，B的对应点C，D，连接AC，BD．

（1）求点C，D的坐标及四边形ABDC的面积$S_{四边形ABDC}$；

（2）在y轴上是否存在一点P，连接PA，PB，使$S_{\triangle PAB}=S_{四边形ABDC}$？若存在这样一点，求出点P的坐标；若不存在，试说明理由；

（3）点P是直线BD上一个动点，连接PC、PO，当点P在直线BD上运动时，请直接写出∠OPC与∠PCD、∠POB的数量关系




18. 如图所示，A（1，0）、点B在y轴上，将三角形OAB沿x轴负方向平移，平移后的图形为三角形DEC，且点C的坐标为（﹣3，2）．

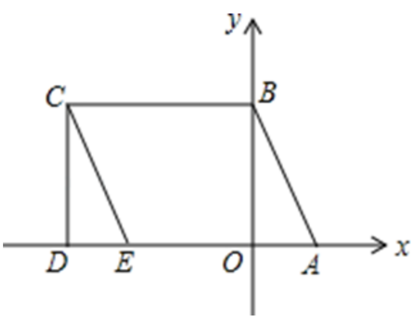
（1）直接写出点E的坐标____________；

（2）在四边形ABCD中，点P从点B出发，沿“BC→CD”移动．若点P的速度为每秒1个单位长度，运动时间为t秒，回答下列问题：

①当t=____________秒时，点P的横坐标与纵坐标互为相反数；

②求点P在运动过程中的坐标，（用含t的式子表示，写出过程）；

③当点P运动到CD上时，设∠CBP=x°，∠PAD=y°，∠BPA=z°，试问x，y，z之间的数量关系能否确定？若能，请用含x，y的式子表示z，写出过程；若不能，说明理由．



19.

某工厂接受了20天内生产1200台GH型电子产品的总任务．已知每台GH型产品由4个G型装置和3个H型装置配套组成．工厂现有80名工人，每个工人每天能加工6个G型装置或3个H型装置．工厂将所有工人分成两组同时开始加工，每组分别加工一种装置，并要求每天加工的G、H型装置数量正好全部配套组成GH型产品．

（1）按照这样的生产方式，工厂每天能配套组成多少套GH型电子产品？请列出二元一次方程组解答此问题．

（2）为了在规定期限内完成总任务，工厂决定补充一些新工人，这些新工人只能独立进行G型装置的加工，且每人每天只能加工4个G型装置．设原来每天安排$x$名工人生产G型装置，后来补充$m$名新工人，求$x$的值（用含$m$的代数式表示）

20．每年的6月5日为世界环保日，为提倡低碳环保，某公司决定购买10台节省能源的新机器，现有甲、乙两种型号的机器可选，其中每台的价格、产量如下表：

| | 甲型机器 | 乙型机器 |
|---|---|---|
| 价格（万元/台） | $a$ | $b$ |
| 产量（吨/月） | 240 | 180 |

经调查：购买一台甲型机器比购买一台乙型机器多12万元，购买2台甲型机器比购买3台乙型机器多6万元．

（1）　求$a$、$b$的值；

（2）　若该公司购买新机器的资金不超过216万元，请问该公司有哪几种购买方案？

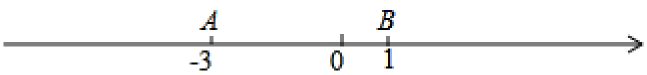
（3）　在（2）的条件下，若公司要求每月的产量不低于1890吨，请你为该公司设计一种最省钱的购买方案．

21．数轴上有两个动点$M$，$N$，如果点$M$始终在点$N$的左侧，我们称作点$M$是点$N$的“追赶点”．如图，数轴上有2个点$A$，$B$，它们表示的数分别为-3，1，已知点$M$是点$N$的“追赶点”，且$M$，$N$表示的数分别为$m$，$n$．

（1）由题意得：点$A$是点$B$的“追赶点”，$AB$=1-(-3)=4($AB$表示线段$AB$的长，以下相同)；类似的，$MN$=____________．

（2）在$A$，$M$，$N$三点中，若其中一个点是另外两个点所构成线段的中点，请用含$m$的代数式来表示$n$．

（3）若$AM=BN$，$MN=\dfrac{4}{3}BM$，求$m$和$n$值．




22．对于不为0的一位数$m$和一个两位数$n$，将数$m$放置于两位数之前，或者将数$m$放置于两位数的十位数字与个位数字之间就可以得到两个新的三位数，将较大三位数减去较小三位数的差与15的商记为$F(m,n)$．例如：当$m=1$，$n=68$时，可以得到168，618．较大三位数减去较小三位数的差为$618-168=450$，而$450\div15=30$，所以$F(1,68)=30$．

（1）计算：$F(2,17)$．

（2）若 $a$ 是一位数，$b$ 是两位数，$b$ 的十位数字为 $x$（$1\le x\le 8$，$x$

为自然数），个位数字为8，当$\frac{1}{6}F(a,50)+\frac{1}{2}F(9,b)=8$时，求出所有可能的$a$，$b$的值．

23．七年（1）（2）两班各40人参加垃圾分类知识竞赛，规则如图．比赛中，所有同学均按要求一对一连线，无多连、少连．

（1）分数5，10，15，20中，每人得分不可能是________分．

（2）七年（1）班有4人全错，其余成员中，满分人数是未满分人数的2倍；七年（2）班所有人都得分，最低分人数的2倍与其他未满分人数之和等于满分人数．

①问（1）班有多少人得满分？

②若（1）班除0分外，最低得分人数与其他未满分人数相等，问哪个班的总分高？


24．用如图1的长方形和正方形铁片（长方形的宽与正方形的边长相等）作侧面和底面、做成如图2的竖式和横式的两种无盖的长方体容器，

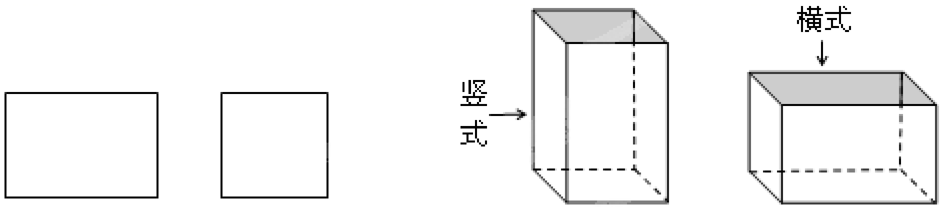



图 1　　　　图 2

（1）现有长方形铁片2014张，正方形铁片1176张，如果将两种铁片刚好全部用完，那么可加工成竖式和横式长方体容器各有几个？

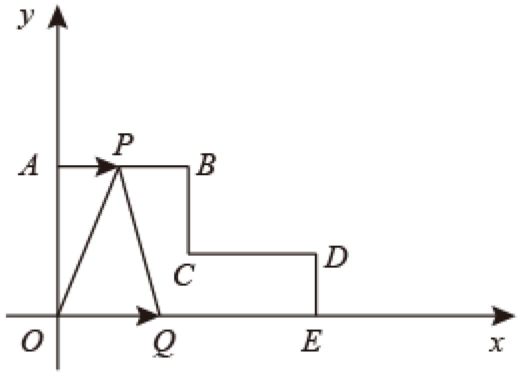
（2）现有长方形铁片$a$张，正方形铁片$b$张，如果加工这两种容器若干个，恰好将两种铁片刚好全部用完．则$a+b$的值可能是（　）

A．2019　　B．2020　　C．2021　　D．2022

（3）给长方体容器加盖可以加工成铁盒．先工厂仓库有35张铁皮可以裁剪成长方形和正方形铁片，用来加工铁盒，已知1张铁皮可裁剪出3张长方形铁片或4张正方形铁片，也可以裁剪出1张长方形铁片和2张正方形铁片．请问怎样充分利用这35张铁皮，最多可以加工成多少个铁盒?

25．如图，在平面直角坐标系中，$AB//CD//x$轴，$BC//DE//y$轴，且$AB=CD=4\text{cm},OA=5\text{cm},DE=2\text{cm}$，动点$P$从点A出发，以每秒1cm的速度，沿$ABC$路线向点$C$运动；动点$Q$从点$O$出发，以每秒2cm的速度，沿$OED$路线向点$D$运动．若

$P,Q$ 两点同时出发，其中一点到达终点时，运动停止．




（Ⅰ）直接写出 $B,C,D$ 三个点的坐标；

（Ⅱ）设两点运动的时间为 $t$ 秒，用含 $t$ 的式子表示运动过程中三角形 $OPQ$ 的面积；

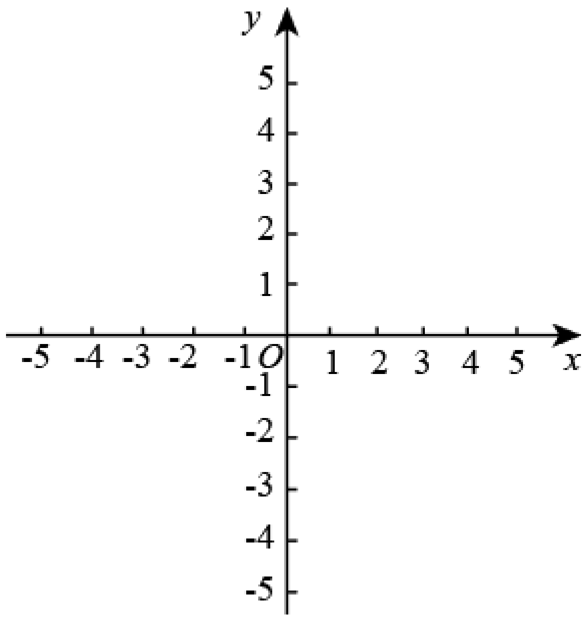
（Ⅲ）当三角形 $OPQ$ 的面积的范围小于16时，求运动的时间 $t$ 的范围．

26．在平面直角坐标系xOy中，已知点M（a，b）．如果存在点N（a′，b′），满足a′＝|a＋b|，b′＝|a﹣ b|，则称点N为点M的“控变点”．

（1）点A（﹣1，2）的“控变点”B的坐标为 _____；

（2）已知点C（m，﹣1）的“控变点”D的坐标为（4，n），求m，n的值；

（3）长方形EFGH的顶点坐标分别为（1，1），（5，1），（5，4），（1，4）．如果点P（x，﹣2x）的“控变点”Q在长方形EFGH的内部，直接写出x的取值范围．




27．对 $x$、$y$ 定义了一种新运算T，规定 $T(x,y)=\dfrac{ax+by}{2x+y}$（其中 $a$，$b$ 均为非零常数），这里等式右边是通常的四则运算，例如：$T(0,1)=\dfrac{a\times 0+b\times 1}{2\times 0+1}$，

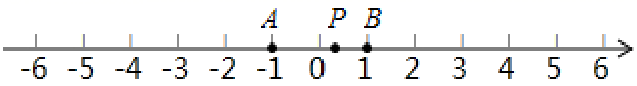
已知 $T(1,-1)=-2$，$T(4,2)=1$．

（1）求 $a$，$b$ 的值；

（2）求$T\left(-2,2\right)$．

（3）若关于$m$的不等式组$\begin{cases}T\left(2m,5-4m\right)\le 4\\T\left(m,3-2m\right)>p\end{cases}$恰好有4个整数解，求$p$的取值范围．

28．如图，数轴上两点A、B对应的数分别是－1，1，点P是线段AB上一动点，给出如下定义：如果在数轴上存在动点Q，满足|PQ|＝2，那么我们把这样的点Q表示的数称为连动数，特别地，当点Q表示的数是整数时我们称为连动整数．




（1）在－2.5，0，2，3.5四个数中，连动数有____________；（直接写出结果）

（2）若k使得方程组$\begin{cases}3x+2y=k+1\\4x+3y=k-1\end{cases}$中的x，y均为连动数，求k所有可能的取值；

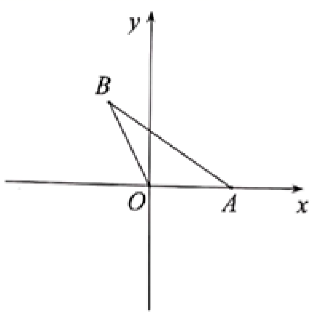
（3）若关于x的不等式组$\begin{cases}\dfrac{2x-6}{3}>x-3\\\dfrac{x+3}{2}\le x-a\end{cases}$的解集中恰好有4个连动整数，求这4个连动整数的值及a的取值范围．

29．对$x$，$y$定义一种新的运算$P$，规定：$P(x,y)=\begin{cases}mx+ny,(x\ge y)\\nx+my,(x<y)\end{cases}$（其中$mn\ne 0$）．已知$P(2,1)=7$，$P(-1,1)=-1$．

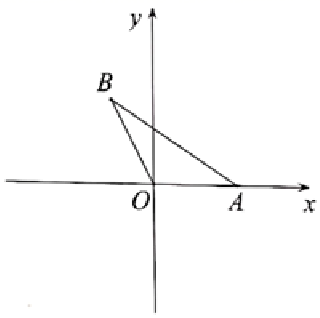
（1）求$m$、$n$的值；

（2）若$a>0$，解不等式组$\begin{cases}P(2a,a-1)<4\\P\left(-\dfrac{1}{2}a-1,-\dfrac{1}{3}a\right)\le -5\end{cases}$．

30．如图，已知点$O(0,0)$，$A\left(2,0\right)$，$B\left(-1,2\right)$．




图




备用图

（1）求V$OAB$的面积；

（2）点$C$是在坐标轴上异于点A的一点，且V$OBC$的面积等于V$OAB$的面积，求满足条件的点$C$的坐标；

（3）若点$D$的坐标为$\left(\mathrm{m},2\right)$，且$m<-1$，连接$AD$交$OB$于点$E$，在$x$轴上有一点$F$，使V$BDE$的面积等于V$BEF$的面积，请直接写出点$F$的坐标__________（用含$m$的式子表示）．

【参考答案】***试卷处理标记，请不要删除

## 一、解答题

1. （1）（0，2），（4，2），见解析，ABDC面积：8；（2）存在，P的坐标为（7，0）或（﹣9，0）或（0，18）或（0，﹣14）．

【解析】

【分析】

（1）根据向右平移横坐标加，向上平移纵坐标加写出点C、D的坐标即可，再根据平行四边形的面积公式列式计算即可得解；

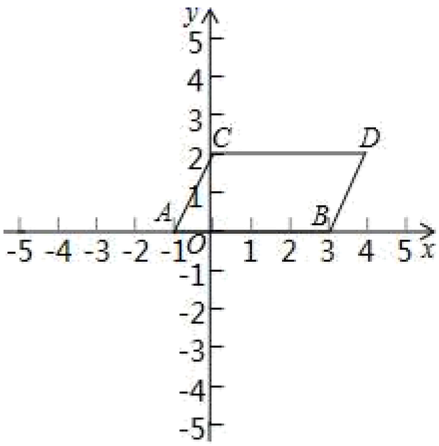
（2）分点P在x轴和y轴上两种情况，依据$S_{\triangle PAC}=S_{四边形ABCD}$求解可得．

【详解】

（1）由题意知点C坐标为（﹣1+1，0+2），即（0，2），

点D的坐标为（3+1，0+2），即（4，2），

如图所示，




$S_{四边形ABDC}=2\times4=8$；

（2）当P在x轴上时，

$\because S_{\triangle PAC}=S_{四边形ABCD}$，

$\therefore \frac{1}{2}AP\cdot OC=8$，

∵OC＝2，

∴AP＝8，

∴点P的坐标为（7，0）或（﹣9，0）；

当P在y轴上时，

$\because S_{\triangle PAC}=S_{四边形ABCD}$，

$\therefore \frac{1}{2}CP\cdot OA=8$，

∵OA＝1，

∴CP＝16，

∴点P的坐标为（0，18）或（0，﹣14）；
综上，点P的坐标为（7，0）或（﹣9，0）或（0，18）或（0，﹣14）．

【点睛】

本题考查了坐标与图形性质，三角形的面积，坐标与图形变化﹣平移，熟记各性质是解题的关键．

2．（1）40°；（2）65°；（3）存在，56°或20°

【分析】

（1）依据平行线的性质以及角平分线的定义，即可得到$\angle PCG$的度数；

（2）依据平行线的性质以及角平分线的定义，即可得到$\angle ECG=\angle GCF=25°$，再根据$PQ\parallel CE$，即可得出$\angle CPQ=\angle ECP=65°$；

（3）设$\angle EGC=4x$，$\angle EFC=3x$，则$\angle GCF=4x-3x=x$，分两种情况讨论：①当点$G$、$F$在点$E$的右侧时，②当点$G$、$F$在点$E$的左侧时，依据等量关系列方程求解即可．

【详解】

解：（1）∵$\angle CEB=100°$，$AB\parallel CD$，

∴$\angle ECQ=80°$，

∵$\angle PCF=\angle PCQ$，$CG$平分$\angle ECF$，

∴$\angle PCG=\angle PCF+\angle FCG=\frac{1}{2}\angle QCF+\frac{1}{2}\angle FCE=\frac{1}{2}\angle ECQ=40°$；

（2）∵$AB\parallel CD$

∴$\angle QCG=\angle EGC$，$\angle QCG+\angle ECG=\angle ECQ=80°$，

∴$\angle EGC+\angle ECG=80°$，

又∵$\angle EGC-\angle ECG=30°$，

∴$\angle EGC=55°$，$\angle ECG=25°$，

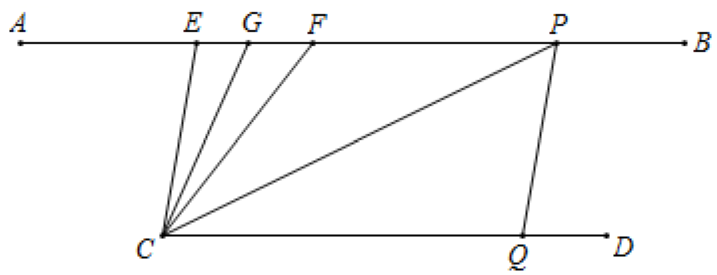
∴$\angle ECG=\angle GCF=25°$，$\angle PCF=\angle PCQ=\frac{1}{2}$（80°-50°）=15°，

∵$PQ\parallel CE$，

∴$\angle CPQ=\angle ECP=65°$；

（3）设$\angle EGC=4x$，$\angle EFC=3x$，则$\angle GCF=\angle FCD=4x-3x=x$，

①当点$G$、$F$在点$E$的右侧时，




则$\angle ECG=x$，$\angle PCF=\angle PCD=\frac{3}{2}x$，

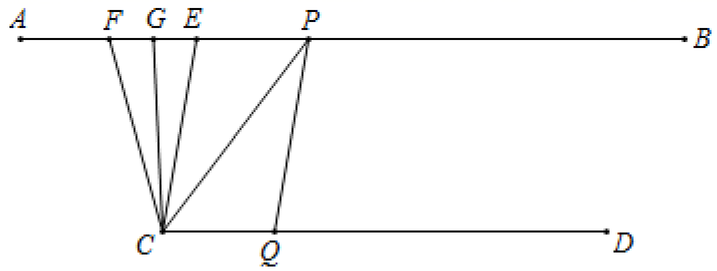
∵$\angle ECD=80°$，

∴$x+x+\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}x=80°$，

解得$x$=16°，

∴∠$CPQ$=∠$ECP$=$x$+$x$+$\frac{3}{2}x$=56°；

②当点$G$、$F$在点$E$的左侧时，




则∠$ECG$=∠$GCF$=$x$，

∵∠$CGF$=180°-4$x$，∠$GCQ$=80°+$x$，

∴180°-4$x$=80°+$x$，

解得$x$=20°，

∴∠$FCQ$=∠$ECF$+∠$ECQ$=40°+80°=120°，

∴∠$PCQ$＝$\frac{1}{2}$∠$FCQ$＝60°，

∴∠$CPQ$=∠$ECP$=80°-60°=20°．

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质，解题时注意：两直线平行，同旁内角互补；两直线平行，内错角相等．

3．（1）$\angle A+\angle C=90^\circ$；（2）见解析；（3）105°

【分析】

（1）通过平行线性质和直角三角形内角关系即可求解．

（2）过点$B$作$BG$∥$DM$，根据平行线找角的联系即可求解．

（3）利用（2）的结论，结合角平分线性质即可求解．

【详解】

解：（1）如图1，设$AM$与$BC$交于点$O$,∵$AM$∥$CN$，

∴∠$C$＝∠$AOB$，

∵$AB$⊥$BC$，

∴∠$ABC$＝90°，

∴∠$A$＋∠$AOB$＝90°，

∠$A$＋∠$C$＝90°，

故答案为：∠$A$＋∠$C$＝90°；

（2）证明：如图2，过点$B$作$BG$∥$DM$，

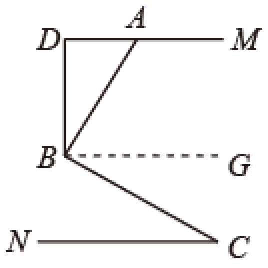



图2

∵$BD\perp AM$，

∴$DB\perp BG$，

∴$\angle DBG=90°$，

∴$\angle ABD+\angle ABG=90°$，

∵$AB\perp BC$，

∴$\angle CBG+\angle ABG=90°$，

∴$\angle ABD=\angle CBG$，

∵$AM\parallel CN$，

∴$\angle C=\angle CBG$，

∴$\angle ABD=\angle C$；

（3）如图3，过点$B$作$BG\parallel DM$，

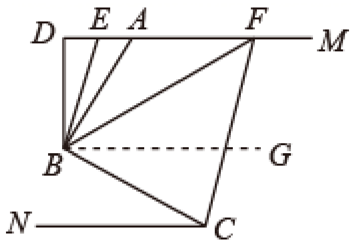



图3

∵$BF$平分$\angle DBC$，$BE$平分$\angle ABD$，

∴$\angle DBF=\angle CBF$，$\angle DBE=\angle ABE$，

由（2）知$\angle ABD=\angle CBG$，

∴$\angle ABF=\angle GBF$，

设$\angle DBE=\alpha$，$\angle ABF=\beta$，

则$\angle ABE=\alpha$，$\angle ABD=2\alpha=\angle CBG$，

$\angle GBF=\angle AFB=\beta$，

$\angle BFC=3\angle DBE=3\alpha$，

∴$\angle AFC=3\alpha+\beta$，

∵$\angle AFC+\angle NCF=180°$，$\angle FCB+\angle NCF=180°$，

∴$\angle FCB=\angle AFC=3\alpha+\beta$，

$\triangle BCF$中，由$\angle CBF+\angle BFC+\angle BCF=180°$得：$2\alpha+\beta+3\alpha+3\alpha+\beta=180°$，

∵$AB\perp BC$，

∴$\beta+\beta+2\alpha=90°$，

∴$\alpha=15°$，

$\therefore \angle ABE=15°$，

$\therefore \angle EBC=\angle ABE+\angle ABC=15°+90°=105°$.

故答案为：105°.

【点睛】

本题考查平行线性质，画辅助线，找到角的和差倍分关系是求解本题的关键.

4. （1）见解析；（2）见解析；（3）$\angle EBC=105°$.

【分析】

（1）先根据平行线的性质得到$\angle C=\angle BDA$,然后结合$AB\perp BC$即可证明；

（2）过$B$作$BH//DM$，先说明$\angle ABD=\angle CBH$，然后再说明$BH//NC$得到$\angle CBH=\angle C$，最后运用等量代换解答即可；

（3）设$\angle DBE=a$，则$\angle BFC=3a$，根据角平分线的定义可得$\angle ABD=\angle C=2a$，$\angle FBC=\frac{1}{2}\angle DBC=a+45°$，根据三角形内角和可得$\angle BFC+\angle FBC+\angle BCF=180°$，可得$\angle AFC=\angle BCF$的度数表达式，再根据平行的性质可得$\angle AFC+\angle NCF=180°$，代入即可算出$a$的度数，进而完成解答.

【详解】

（1）证明：$\because AM//CN$，

$\therefore \angle C=\angle BDA$，

$\because AB\perp BC$于$B$，

$\therefore \angle B=90°$，

$\therefore \angle A+\angle BDA=90°$，

$\therefore \angle A+\angle C=90°$；

（2）证明：过$B$作$BH//DM$，

$\because BD\perp MA$，

$\therefore \angle ABD+\angle ABH=90°$，

又$\because AB\perp BC$，

$\therefore \angle ABH+\angle CBH=90°$，

$\therefore \angle ABD=\angle CBH$，

$\because BH//DM$， $AM//CN$

$\therefore BH//NC$，

$\therefore \angle CBH=\angle C$，

$\therefore \angle ABD=\angle C$；

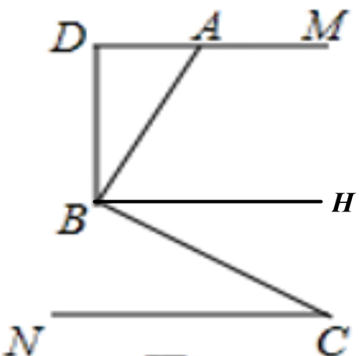


图2

（3）设$\angle DBE=a$，则$\angle BFC=3a$，

$\because BE$平分$\angle ABD$，

$\therefore \angle ABD=\angle C=2a$，

又$\because AB\perp BC$，$BF$平分$\angle DBC$，

$\therefore \angle DBC=\angle ABD+\angle ABC=2a+90$，即：$\angle FBC=\frac{1}{2}\angle DBC=a+45°$

又$\because \angle BFC+\angle FBC+\angle BCF=180°$，即：$3a+a+45°+\angle BCF=180°$

$\therefore \angle BCF=135°-4a$，

$\therefore \angle AFC=\angle BCF=135°-4a$，

又$\because AM//CN$，

$\therefore \angle AFC+\angle NCF=180°$，即：$\angle AFC+\angle BCN+\angle BCF=180°$，

$\therefore 135°-4a+135°-4a+2a=180$，解得$a=15°$，

$\therefore \angle ABE=15°$，

$\therefore \angle EBC=\angle ABE+\angle ABC=15°+90°=105°$.

【点睛】

本题主要考查了平行线的性质、角平分线的性质及角的计算，熟练应用平行线的性质、角平分线的性质是解答本题的关键.

5. （1）证明见解析；（2）补图见解析；当点$C$在$AG$上时，$2\angle AHB-\angle CBG=90°$；当点$C$在$DG$上时，$2\angle AHB+\angle CBG=90°$.

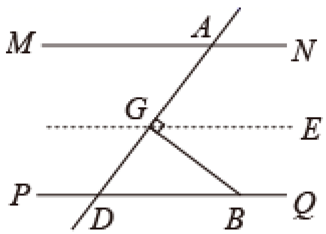
【分析】

（1）过点$G$作$GE//MN$，根据平行线的性质即可求解；

（2）分两种情况：当点$C$在$AG$上，当点$C$在$DG$上，再过点$H$作$HF//MN$即可求解.

【详解】

（1）证明：如图，过点$G$作$GE//MN$，



$\therefore \angle MAG = \angle AGE$，

$\because MN // PQ$，

$\therefore GE // PQ$.

$\therefore \angle PBG = \angle BGE$.

$\because BG \perp AD$，

$\therefore \angle AGB = 90^\circ$，

$\therefore \angle MAG + \angle PBG = \angle AGE + \angle BGE = \angle AGB = 90^\circ$.

（2）补全图形如图2、图3，

猜想：$2\angle AHB - \angle CBG = 90^\circ$ 或 $2\angle AHB + \angle CBG = 90^\circ$.

证明：过点 $H$ 作 $HF // MN$.

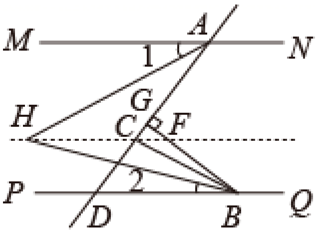



图2

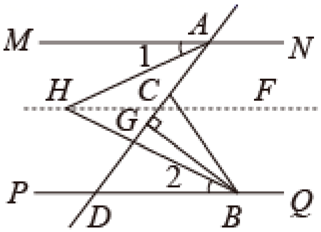



图3

$\therefore \angle 1 = \angle AHF$.

$\because MN // PQ$，

$\therefore HF // PQ$

$\therefore \angle 2 = \angle BHF$，

$\therefore \angle AHB = \angle AHF + \angle BHF = \angle 1 + \angle 2$.

$\because AH$ 平分 $\angle MAG$，

$\therefore \angle MAG = 2\angle 1$.

如图3，当点 $C$ 在 $AG$ 上时，

$\because BH$ 平分 $\angle PBC$，

$\therefore \angle PBC = \angle PBG + \angle CBG = 2\angle 2$，

$\because MN // PQ$，

$\therefore \angle MAG = \angle GDB$，

$\therefore 2\angle AHB = 2\angle 1 + 2\angle 2 = \angle MAG + \angle PBG + \angle CBG$

$= \angle GDB + \angle PBG + \angle CBG$

$= 90^\circ + \angle CBG$

即 $2\angle AHB - \angle CBG = 90^\circ$.

如图2，当点 $C$ 在 $DG$ 上时，

$\because BH$ 平分 $\angle PBC$，

$\therefore \angle PBC = \angle PBG - \angle CBG = 2\angle 2$.

$\therefore 2\angle AHB = 2\angle 1 + 2\angle 2 = \angle MAG + \angle PBG - \angle CBG = 90^\circ - \angle CBG$.

即 $2\angle AHB + \angle CBG = 90^\circ$.

【点睛】

本题考查了平行线的基本性质、角平分线的基本性质及角的运算，解题的关键是准确作出平行线，找出角与角之间的数量关系.

6. （1）$90°-\frac{1}{2}a$；（2）①$45°+\frac{1}{4}a$；②$50°$

【分析】

(1)由平行线的性质得到$\angle 4=\angle B'FC=a$，由折叠的性质可知，∠2=∠BFE，再根据平角的定义求解即可；

(2) ①由（1）知，$\angle BFE=90°-\frac{1}{2}a$，根据平行线的性质得到$\angle \mathrm{BFE}=\angle \mathrm{C'GB}=90°-\frac{1}{2}a$，再由折叠的性质及平角的定义求解即可；

②由（1）知，∠BFE =

$\angle EFB'=90°-\frac{1}{2}\angle 1$，由$B'F\perp C'G$可知：$\angle B'FC+\angle FGC'=90°$，再根据条件和折叠的性质得到$\angle B'FC+\angle FGC'=\angle 1+140°-2\angle 1=90°$，即可求解.

【详解】

解：（1）如图，由题意可知$A'E//B'F$，

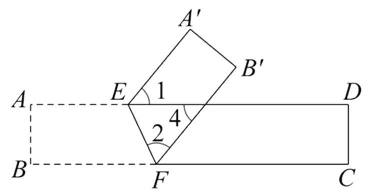
$\therefore \angle 1=\angle 4=a$，

$\because AD//BC$，

$\therefore \angle 4=\angle B'FC=a$，

$\therefore \angle BFB'=180°-a$，

$\therefore$由折叠可知$\angle 2=\angle BFE=\frac{1}{2}\angle BFB'=90°-\frac{1}{2}a$.




（2）①由题（1）可知$\angle BFE=90°-\frac{1}{2}a$，

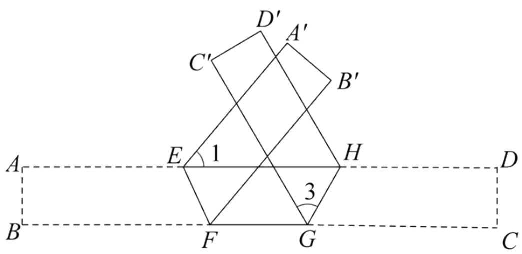
$\because EF//C'G$，

$\therefore \angle BFE=\angle C'GB=90°-\frac{1}{2}a$，

再由折叠可知：

$\angle 3+\angle HGC=180°-\angle C'GB=180°-\left(90°-\frac{1}{2}a\right)=90°+\frac{1}{2}a$，

$\therefore \angle 3=\angle HGC=45°+\frac{1}{4}a$；




②由 $B'F \perp C'G$ 可知：$\angle B'FC+\angle FGC'=90°$，

由（1）知 $\angle BFE=90°-\frac{1}{2}\angle 1$，

$\therefore \angle B'FC=180°-2\angle BFE=180°-2\left(90°-\frac{1}{2}\angle 1\right)=\angle 1$，

又Q $\angle 3$ 的度数比 $\angle 1$ 的度数大 $20°$，

$\therefore$ $\angle 3=\angle 1+20°$，

$\therefore \angle FGC'=180°-2\angle 3=180°-2(\angle 1+20°)=140°-2\angle 1$，

$\therefore \angle B'FC+\angle FGC'=\angle 1+140°-2\angle 1=90°$，

$\therefore \angle 1=50°$．

【点睛】

此题考查了平行线的性质，属于综合题，有一定难度，熟记“两直线平行，同位角相等”、“两直线平行，内错角相等”及折叠的性质是解题的关键．

7．（1）两；（2）2，3；（3）24，-48．

【分析】

（1）根据题中所给的分析方法先求出这32768的立方根都是两位数；

（2）继续分析求出个位数和十位数即可；

（3）利用（1）（2）中材料中的过程进行分析可得结论．

【详解】

解：（1）由$10^3$=1000，$100^3$=1000000，

∵1000＜32768＜100000，

∴10＜$\sqrt[3]{32768}$＜100，

∴$\sqrt[3]{32768}$是两位数；

故答案为：两；

（2）∵只有个位数是2的立方数是个位数是8，

∴$\sqrt[3]{32768}$的个位上的数是2

划去32768后面的三位数768得到32，

因为$3^3$=27，$4^3$=64，

∵27＜32＜64，

∴30＜$\sqrt[3]{32768}$＜40．

∴$\sqrt[3]{32768}$的十位上的数是3．

故答案为：2，3；

（3）由$10^3$=1000，$100^3$=1000000，