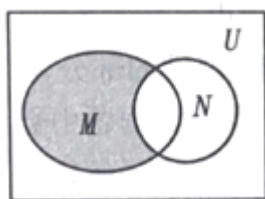


- A. 72 B. 64 C. 48 D. 32

6. 函数 $f(x) = 4\sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期是 3π ，则其图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数的一条对称轴是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{4}$ B. $x = \frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{5\pi}{6}$ D. $x = \frac{19\pi}{12}$

7. 已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $M = \{x | -3 < x < 1\}$ ， $N = \{x | |x| \leq 1\}$ ，则阴影部分表示的集合是 ()



- A. $[-1, 1]$ B. $(-3, 1]$ C. $(-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$ D. $(-3, -1)$

8. 在 $(x - \frac{1}{2x})^{10}$ 的展开式中， x^4 的系数为 ()

- A. -120 B. 120 C. -15 D. 15

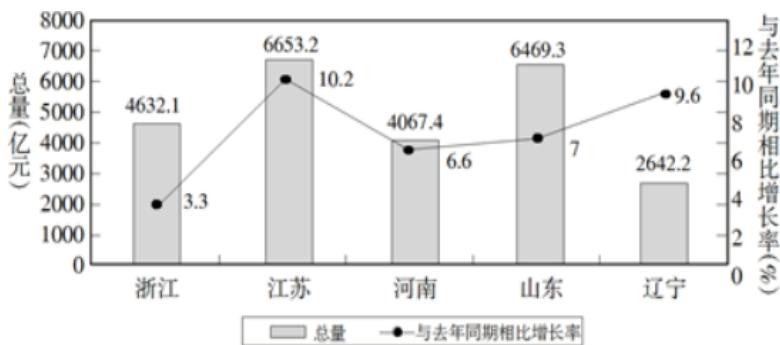
9. 已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $z \cdot (1 - i) = i$ ，则复数 z 在复平面内对应的点在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

10. 已知集合 $A = \{x | 1 < x \leq 24\}$ ， $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}\right\}$ ，则 $\partial_A B = ()$

- A. $\{x | x \geq 5\}$ B. $\{x | 5 < x \leq 24\}$
 C. $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 5\}$ D. $\{x | 5 \leq x \leq 24\}$

11. 如图所示是某年第一季度五省 GDP 情况图，则下列说法中不正确的是 ()



- A. 该年第一季度 GDP 增速由高到低排位第 3 的是山东省
- B. 与去年同期相比, 该年第一季度的 GDP 总量实现了增长
- C. 该年第一季度 GDP 总量和增速由高到低排位均居同一位的省份有 2 个
- D. 去年同期浙江省的 GDP 总量超过了 4500 亿元

12. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 1$, $AD = \sqrt{2}$, $AA_1 = \sqrt{3}$, 则直线 DD_1 与平面 ABC_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

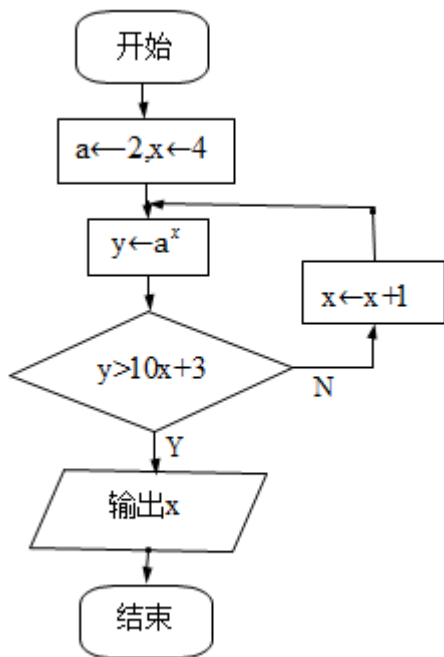
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知定义在 R 的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) - f(-x) = 0$, 且当 $x > 0$ 时, $xf'(x) < 0$, 则 $f[\log_3(x-1)] < f(1)$ 的解集为 _____.

14. 设 P 为有公共焦点 F_1, F_2 的椭圆 C_1 与双曲线 C_2 的一个交点, 且 $PF_1 \perp PF_2$, 椭圆 C_1 的离心率为 e_1 , 双曲线 C_2 的离心率为 e_2 , 若 $e_2 = 3e_1$, 则 $e_1 =$ _____.

15. 已知集合 $A = \{1, 4\}$, $B = \{a-5, 7\}$. 若 $A \cap B = \{4\}$, 则实数 a 的值是 _____.

16. 下图是一个算法的流程图, 则输出的 x 的值为 _____.



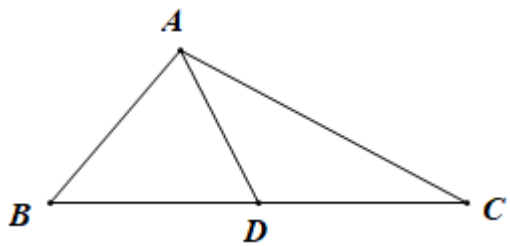
三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $b \sin(A+B) = c \sin \frac{A+C}{2}$ 。

(1) 求 B ；

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，周长为 8，求 b 。

18. (12 分) 如图，在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且满足 $a \sin B + b \cos A = c$ ，线段 BC 的中点为 D 。



(I) 求角 B 的大小；

(II) 已知 $\sin C = \frac{\sqrt{10}}{10}$ ，求 $\angle ADB$ 的大小。

19. (12 分) 某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查，每一位市民仅有一次参加机会，通过随机抽样，得到参加问卷调查的 1000 人的得分（满分：100 分）数据，统计结果如下表所示。

组别	[30,40)	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100)
频数	25	150	200	250	225	100	50

(1) 已知此次问卷调查的得分 Z 服从正态分布 $N(\mu, 210)$, μ 近似为这 1000 人得分的平均值 (同一组中的数据用该组区间的中点值为代表), 请利用正态分布的知识求 $P(36 < Z \leq 79.5)$;

(2) 在 (1) 的条件下, 环保部门为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案.

(i) 得分不低于 μ 的可以获赠 2 次随机话费, 得分低于 μ 的可以获赠 1 次随机话费;

(ii) 每次赠送的随机话费和相应的概率如下表.

赠送的随机话费/元	20	40
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

现市民甲要参加此次问卷调查, 记 X 为该市民参加问卷调查获赠的话费, 求 X 的分布列及数学期望.

附: $\sqrt{210} \approx 14.5$, 若 $X: N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545$,

$P(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.9973$.

20. (12分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 且短轴的一个端点 B 与两焦点 A, C 组成

的三角形面积为 $\sqrt{3}$.

(I) 求椭圆 E 的方程;

(II) 若点 P 为椭圆 E 上的一点, 过点 P 作椭圆 E 的切线交圆 $O: x^2 + y^2 = a^2$ 于不同的两点 M, N (其中 M 在 N 的右侧), 求四边形 $ACMN$ 面积的最大值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 满足下列 3 个条件中的 2 个条件:

① 函数 $f(x)$ 的周期为 π ;

② $x = \frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的对称轴;

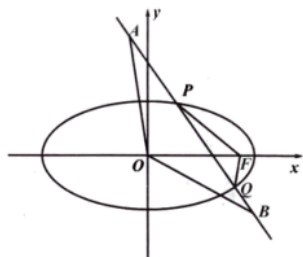
③ $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ 且在区间 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调.

(I) 请指出这二个条件, 并求出函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 若 $x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, 求函数 $f(x)$ 的值域.

22. (10分) 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, F 为其右焦点, 直线 $l: x = my + n$ ($mn < 0$) 与椭圆交于

$P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 两点, 点 P, Q 在 l 上, 且满足 $|OP| = |OQ|, |OP| = |OQ|, |OP| = |OQ|$. (点 P, Q, P, Q 从上到下依次排列)



(I) 试用 x_1 表示 $|OP|$:

(II) 证明: 原点 O 到直线 l 的距离为定值.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

根据函数 $f(x)$, 在 $(0, \pi)$ 上是单调函数, 确定 $0 < \omega \leq 1$, 然后一一验证,

A. 若 $\omega = \frac{1}{2}$, 则 $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \varphi\right)$, 由 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, 得 $\varphi = \frac{3\pi}{4}$, 但 $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{4}\right) \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. 由

$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{2}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, 确定 $f(x) = 2 \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3}\right)$, 再求解 $f\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ 验证. C. 利用整体法根据正弦函数的单调

性判断. D. 计算 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ 是否为 0.

【详解】

因为函数 $f(x)$, 在 $(0, \pi)$ 上是单调函数,

所以 $\frac{T}{2} \geq \pi$, 即 $\frac{2\pi}{\omega} \geq 2\pi$, 所以 $0 < \omega \leq 1$,

若 $\omega = \frac{1}{2}$, 则 $f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x + \varphi\right)$, 又因为 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, 即 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 0$, 解得 $\varphi = \frac{3\pi}{4}$, 而

$f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\frac{1}{2} \times \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{4}\right) \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故 A 错误.

由 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{\omega\pi}{2} + \varphi\right) = 0$, 不妨令 $\frac{\omega\pi}{2} + \varphi = \pi$, 得 $\varphi = \pi - \frac{\pi\omega}{2}$

由 $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = \sin\left(\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 得 $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ 或 $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$

当 $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$ 时, $\omega = \frac{2k\pi}{3} + 2$, 不合题意.

当 $\omega \times \frac{\pi}{8} + \varphi = 2k\pi + \frac{3\pi}{4}$ 时, $\omega = \frac{2k\pi}{3} + \frac{2}{3}$, 此时 $f(x) = 2\sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3}\right)$

所以 $f\left(-\frac{\pi}{8}\right) = 2\sin\left(\frac{2}{3} \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin\left(\frac{2}{3} \times \left(-\frac{\pi}{8}\right) + \frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$, 故 B 正确.

因为 $x \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$, $\frac{2}{3}x + \frac{2\pi}{3} \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$, 函数 $f(x)$, 在 $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ 上是单调递增, 故 C 错误.

$f\left(\frac{5\pi}{4}\right) = 2\sin\left(\frac{2}{3} \times \frac{5\pi}{4} + \frac{2\pi}{3}\right) = 2\sin\frac{3\pi}{2} = \sqrt{3} \neq 0$, 故 D 错误.

故选: B

【点睛】

本题主要考查三角函数的性质及其应用, 还考查了运算求解的能力, 属于较难的题.

2、B

【解析】

根据程序框图知当 $i=11$ 时, 循环终止, 此时 $S=1-\lg 11 < 0$, 即可得答案.

【详解】

$i=1$, $S=1$. 运行第一次, $S=1+\lg\frac{1}{3}=1-\lg 3 > 0$, $i=3$, 不成立, 运行第二次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}=1-\lg 5 > 0$, $i=5$, 不成立, 运行第三次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}=1-\lg 7 > 0$, $i=7$, 不成立, 运行第四次,

$S=1+\lg\frac{1}{3}+\lg\frac{3}{5}+\lg\frac{5}{7}+\lg\frac{7}{9}=1-\lg 9 > 0$, $i=9$, 不成立, 运行第五次,

$$S = 1 + \lg \frac{1}{3} + \lg \frac{3}{5} + \lg \frac{5}{7} + \lg \frac{7}{9} + \lg \frac{9}{11} = 1 - \lg 11 < 0, i = 11, \text{ 成立,}$$

输出 i 的值为 11, 结束.

故选: B.

【点睛】

本题考查补充程序框图判断框的条件, 考查函数与方程思想、转化与化归思想, 考查逻辑推理能力和运算求解能力, 求解时注意模拟程序一步一步执行的求解策略.

3、C

【解析】

结合基本初等函数的奇偶性及单调性, 结合各选项进行判断即可.

【详解】

A: $y = \sqrt{x}$ 为非奇非偶函数, 不符合题意;

B: $f(x) = x \sin x$ 在 $(0, +\infty)$ 上不单调, 不符合题意;

C: $y = x^2 + |x|$ 为偶函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 符合题意;

D: $y = |x+1|$ 为非奇非偶函数, 不符合题意.

故选: C.

【点睛】

本小题主要考查函数的单调性和奇偶性, 属于基础题.

4、B

【解析】

先把没有要求的 3 人排好, 再分如下两种情况讨论: 1. 甲、丁两者一起, 与乙、丙都不相邻, 2. 甲、丁一起与乙、丙二者之一相邻.

【详解】

首先将除甲、乙、丙、丁外的其余 3 人排好, 共有 A_3^3 种不同排列方式, 甲、丁排在一起共有 A_2^2 种不同方式;

若甲、丁一起与乙、丙都不相邻, 插入余下三人产生的空档中, 共有 A_4^3 种不同方式;

若甲、丁一起与乙、丙二者之一相邻, 插入余下三人产生的空档中, 共有 $C_2^1 A_4^2$ 种不同方式;

根据分类加法、分步乘法原理, 得满足要求的排队方法数为 $A_3^3 A_2^2 (A_4^3 + C_2^1 A_4^2) = 576$ 种.

故选: B.

【点睛】

本题考查排列组合的综合应用，在分类时，要注意不重不漏的原则，本题是一道中档题。

5、B

【解析】

由三视图可知该几何体是一个底面边长为4的正方形，高为5的正四棱柱，挖去一个底面边长为4，高为3的正四棱锥，利用体积公式，即可求解。

【详解】

由题意，几何体的三视图可知该几何体是一个底面边长为4的正方形，高为5的正四棱柱，挖去一个底面边长为4，高为3的正四棱锥，

所以几何体的体积为 $V = V_{\text{柱}} - V_{\text{锥}} = 4 \times 4 \times 5 - \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 3 = 64$ ，故选 B。

【点睛】

本题考查了几何体的三视图及体积的计算，在由三视图还原为空间几何体的实际形状时，要根据三视图的规则，空间几何体的可见轮廓线在三视图中为实线，不可见轮廓线在三视图中为虚线。求解以三视图为载体的空间几何体的表面积与体积的关键是由三视图确定直观图的形状以及直观图中线面的位置关系和数量关系，利用相应公式求解。

6、D

【解析】

由三角函数的周期可得 $\omega = \frac{2\pi}{3}$ ，由函数图像的变换可得，平移后得到函数解析式为 $y = 4 \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{4\pi}{9}\right)$ ，再求其

对称轴方程即可。

【详解】

解：函数 $f(x) = 4 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($\omega > 0$) 的最小正周期是 3π ，则函数 $f(x) = 4 \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，经过平移后得到函数

解析式为 $y = 4 \sin\left[\frac{2}{3}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = 4 \sin\left(\frac{2}{3}x + \frac{4\pi}{9}\right)$ ，由 $\frac{2}{3}x + \frac{4\pi}{9} = k\pi + \frac{\pi}{2}$ ($k \in \mathbf{Z}$)，

得 $x = \frac{3}{2}k\pi + \frac{\pi}{12}$ ($k \in \mathbf{Z}$)，当 $k = 1$ 时， $x = \frac{19\pi}{12}$ 。

故选 D。

【点睛】

本题考查了正弦函数图像的性质及函数图像的平移变换，属基础题。

7、D

【解析】

先求出集合 N 的补集 $\check{Q}_U N$ ，再求出集合 M 与 $\check{Q}_U N$ 的交集，即为所求阴影部分表示的集合。

【详解】

由 $U = \mathbf{R}$ ， $N = \{x \mid |x| \leq 1\}$ ，可得 $\check{Q}_U N = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$ ，

又 $M = \{x \mid -3 < x < 1\}$

所以 $M \cap \check{Q}_U N = \{x \mid -3 < x < -1\}$ 。

故选：D。

【点睛】

本题考查了韦恩图表示集合，集合的交集和补集的运算，属于基础题。

8、C

【解析】

写出 $(x - \frac{1}{2x})^{10}$ 展开式的通项公式 $T_{r+1} = C_{10}^r (-\frac{1}{2})^r x^{10-2r}$ ，令 $10 - 2r = 4$ ，即 $r = 3$ ，则可求系数。

【详解】

$(x - \frac{1}{2x})^{10}$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1} = C_{10}^r x^{10-r} (-\frac{1}{2x})^r = C_{10}^r (-\frac{1}{2})^r x^{10-2r}$ ，令 $10 - 2r = 4$ ，即 $r = 3$ 时，系数为 $C_{10}^3 (-\frac{1}{2})^3 = -15$ 。故选 C

【点睛】

本题考查二项式展开的通项公式，属基础题。

9、B

【解析】

求出复数 z ，得出其对应点的坐标，确定所在象限。

【详解】

由题意 $z = \frac{i}{1-i} = \frac{i(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ ，对应点坐标为 $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ，在第二象限。

故选：B。

【点睛】

本题考查复数的几何意义，考查复数的除法运算，属于基础题。

10、D

【解析】

首先求出集合 B ，再根据补集的定义计算可得；

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/556044120015011004>