习 题 2.1

1. 试分别给出随机变量的可能取值为可列、有限的实例.

解 用 X 表示一个电话交换台每小时收到呼唤的次数，X 的全部可能取值为可列的

$$0,1,2,3,\cdots;$$

用 Y 表示某人掷一枚骰子出现的点数，Y 的全部可能取值为有限个

$$1,2,3,4,5,6;$$

2. 试给出随机变量的可能取值至少充满一个实数区间的实例.

解 用 X 表示某灯泡厂生产的灯泡寿命（以小时记），X 的全部可能取值为区间

$$(0,+\infty)$$

3. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 为

$$F(x)=\begin{cases}1-\dfrac{A}{x^2}, & x>2\\ 0, & x\le 2\end{cases}$$

确定常数 A 的值，计算 $P(0\le X\le 4)$.

解 由 $F(2+0)=F(2)$，可得

$$1-\frac{A}{4}=0,\quad A=4$$

$$P(0\le X\le 4)=P(0<X\le 4)=F(4)-F(0)=0.75.$$

4. 试讨论：A、B 取何值时函数 $F(x)=A+B\arctan\dfrac{x}{3}$ 是分布函数.

解 由分布函数的性质，有 $F(-\infty)=0, F(+\infty)=1$，可得

$$\begin{cases}A+B\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=0,\\ A+B\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1,\end{cases}\Rightarrow A=\frac{1}{2}, B=\frac{1}{\pi},$$

于是

$$F(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan\frac{x}{3},\ (-\infty<x<+\infty).$$

习 题 2.2

1．设 10 个零件中有 3 个不合格．现任取一个使用，若取到不合格品，则丢弃重新抽取一个，试求取到合格品之前取出的不合格品数 X 的概率分布．

解 由题意知，X 的取值可以是 0,1,2,3．而 X 取各个值的概率为

$$P\{X=0\}=\frac{7}{10},$$

$$P\{X=1\}=\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}=\frac{7}{30},$$

$$P\{X=2\}=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{7}{8}=\frac{7}{120},$$

$$P\{X=3\}=\frac{3}{10}\times\frac{2}{9}\times\frac{1}{8}\times\frac{7}{7}=\frac{1}{120}.$$

因此 X 的概率分布为

$$X\sim\begin{pmatrix}0 & 1 & 2 & 3\\ \frac{7}{10} & \frac{7}{30} & \frac{7}{120} & \frac{1}{120}\end{pmatrix}$$

2．从分别标有号码 1 ，2 ，…，7 的七张卡片中任意取两张，求余下的卡片中最大号码的概率分布．

解 设 X 为余下的卡片的最大号码，则 X 的可能取值为 5、6、7，且

$$P\{X=5\}=\frac{1}{21}$$

$$P\{X=6\}=\frac{5}{21}$$

$$P\{X=7\}=\frac{15}{21}$$

即所求分布为

$$X\sim\begin{pmatrix}5 & 6 & 7\\ \frac{1}{21} & \frac{5}{21} & \frac{15}{21}\end{pmatrix}$$

3．某人有 n 把外形相似的钥匙，其中只有 1 把能打开房门，但他不知道是哪一把，只好逐把试开．求此人直至将门打开所需的试开次数的概率分布．

解 设此人将门打开所需的试开次数为 X，则 X 的取值为 $k=1,2,3,\ldots,n$，事件

$\{X=k\}=\{$前$k-1$次未打开，第k次才打开$\}$，且

$$P\{X=1\}=\frac{1}{n},$$

$$P\{X=2\}=\frac{n-1}{n}\cdot\frac{1}{n-1}=\frac{1}{n},\ \cdots\cdots,$$

$$P\{X=k\}=\frac{n-1}{n}\cdot\frac{n-2}{n-1}\cdots\frac{n-k+1}{n-k+2}\cdot\frac{1}{n-k+1}$$

$$=\frac{1}{n}\qquad (k=1,2,...,n),$$

故所需试开次数的分布为

$$X\sim\begin{pmatrix}1 & 2 & \dots & n\\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n} & \dots & \frac{1}{n}\end{pmatrix}$$

4．随机变量X只取1、2、3共三个值，并且取各个值的概率不相等且组成等差数列，求X的概率分布．

解 设$P\{X=1\}=a, P\{X=2\}=b, P\{X=3\}=c$，则由题意有

$$\begin{cases}a+b+c=1\\ c-b=b-a\end{cases}$$

解之得

$$\begin{cases}a+c=\frac{2}{3}\\ b=\frac{1}{3}\end{cases}$$

设三个概率的公差为d，则$a=\frac{1}{3}-d, c=\frac{1}{3}+d$，即$X$的概率分布为

$$X\sim\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ \frac{1}{3}-d & \frac{1}{3} & \frac{1}{3}+d\end{pmatrix},\quad 0<|d|<\frac{1}{3}$$

5．设随机变量X的全部可能取值为1，2，…，n，且$P(X=k)$与k成正比，求X的概率分布．

解 由题意，得

$$P\{X=k\}=p_k=ck\qquad (k=1,2,\dots,n)$$

其中c是大于 0 的待定系数.

由$\sum_{k=1}^{n} p_k = 1$，有

$$c\sum_{k=1}^{n} p_k = c + 2c + \cdots + nc = 1$$

即$\frac{n(n+1)}{2}c = 1$，解之得

$$c = \frac{2}{n(n+1)}.$$

把$c = \frac{2}{n(n+1)}$代入p_k，可得到X的概率分布为

$$P(X = k) = \frac{2k}{n(n+1)}, k = 1, 2, \ldots, n,$$

6. 一汽车沿街道行驶时须通过三个均设有红绿灯的路口. 设各信号灯相互独立且红绿两种信号显示的时间相同，求汽车未遇红灯通过的路口数的概率分布.

解 设汽车未遇红灯通过的路口数为X，则X的可能值为 0，1，2，3.

以$A_i (i = 1, 2, 3)$表示事件"汽车在第i个路口首次遇到红灯"，则A_1, A_2, A_3相互独立，且

$$P(A_i) = P(\overline{A}_i) = \frac{1}{2}, i = 1, 2, 3.$$

对$k = 0, 1, 2, 3$，有

$$P(X = 0) = P(A_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(X = 1) = P(\overline{A}_1 A_2) = P(\overline{A}_1)P(A_2) = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$P(X = 2) = P(\overline{A}_1 \overline{A}_2 A_3) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$P(X = 3) = P(\overline{A}_1 \overline{A}_2 \overline{A}_3) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

所以汽车未遇红灯通过的路口数的概率分布为

$$X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$$

7．将一颗骰子连掷若干次，直至掷出的点数之和超过 3 为止．求掷骰子次数的概率分布．

解 设掷骰子次数为 X，则 X 可能取值为 1，2，3，4，且

$$P\{X=1\}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

$$P\{X=2\}=\frac{1}{6}\times\frac{4}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{12}；$$

$$P\{X=3\}=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{17}{216}；$$

$$P\{X=4\}=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$$

所以掷骰子次数 X 的概率分布为

$$X\sim\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ \frac{1}{2} & \frac{5}{12} & \frac{17}{216} & \frac{1}{216}\end{pmatrix}$$

8．设 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	0.2	0.3	0.1	0.4

试求

（1） X 的分布函数并作出其图形；

（2） 计算 $P\{-1<X\le 1\}$，$P\{0\le X\le 1.5\}$，$P\{X\le 2\}$．

解（1）由公式 $F(X)=P\{X\le x\}=\sum_{x_k\le x}p_k\ (-\infty<x<+\infty)$，得

$$F(X)=\begin{cases}0, & x<0\\ 0.2, & 0\le x<1\\ 0.5, & 1\le x<2\\ 0.6, & 2\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$$

（2） $P\{-1<X\le 1\}=F(1)-F(-1+0)=0.5-0=0.5$

$$P\{0\le X\le 1.5\}=F(1.5)-F(0-0)=0.5-0=0.5$$

$$P\{X\le 2\}=F(2)=0.6$$

9．设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0.2, & -1\le x<0\\ 0.7, & 0\le x<2\\ 1, & x\ge 2\end{cases}$$

试求

（1） 求 X 的概率分布；

（2） 计算 $P\left\{-\frac{1}{2}<X\le\frac{3}{2}\right\}$，$P\{X\le -1\}$，$P\{0\le X\le 3\}$，$P\{X\le 1\mid X\ge 0\}$

解 (1) 对于离散型随机变量，有 $P\{X=k\}=F(k)-F(k-0)$，因此，随机变量 X 的概率分布为

$$X\sim\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ 0.2 & 0.5 & 0.3\end{pmatrix}$$

(2) 由分布函数计算概率，得

$$P\left\{-\frac{1}{2}<X\le\frac{3}{2}\right\}=F\left(\frac{3}{2}\right)-F\left(-\frac{1}{2}\right)=0.5;$$

$$P\{X\le -1\}=F(-1)=0.2;$$

$$P\{0\le X\le 3\}=F(3)-F(0-0)=1-0.2=0.8$$

$$P\{X\le 1\mid X\ge 0\}=\frac{P\{X\le 1, X\ge 0\}}{P\{X\ge 0\}}=\frac{P\{0\le X\le 1\}}{P\{X\ge 0\}}=\frac{0.5}{0.8}=0.625.$$

10．已知随机变量 X 服从 0—1 分布，并且 $P\{X\le 0\}=0.2$，求 X 的概率分布.

解 X 只取 0 与 1 两个值，$P\{X=0\}=P\{X\le 0\}-P\{X<0\}=0.2$，

$$P\{X=1\}=1-P\{X=0\}=0.8$$

11．已知 $P\{X=n\}=p^n$，$n=1,2,3,\cdots$，求 P 的值.

解 因为 $\sum_{n=1}^{\infty}P\{X=n\}=1$，有 $1=\sum_{n=1}^{\infty}p^n=\frac{p}{1-p}$，解此方程，得 $p=0.5$.

12．商店里有 5 名售货员独立地售货．已知每名售货员每小时中累计有 15 分钟要用台秤．

（1） 求在同一时刻需用台秤的人数的概率分布；

（2） 若商店里只有两台台秤，求因台秤太少而令顾客等候的概率.

解 (1) 由题意知,每名售货员在某一时刻使用台秤的概率为 $p=\frac{15}{60}=0.25$，设在同一时刻需用台秤的人数为 X，则 $X\sim B(5,0.25)$，所以

$$P(X=k)=C_5^k 0.25^k 0.75^{5-k}\ (k=0,1,2,3,4,5)$$

(2) 因台秤太少而令顾客等候的概率为

$$P(X>2)=\sum_{k=3}^{5}P(X=k)=\sum_{k=3}^{5}C_5^k 0.25^k 0.75^{5-k}$$

$$=C_5^3 0.25^3 0.75^2+C_5^4 0.25^4 0.75+0.25^5=0.1035$$

13．保险行业在全国举行羽毛球对抗赛，该行业形成一个羽毛球总队，该队是由各地区的部分队员形成．根据以往的比赛知，总队羽毛球队实力较甲地区羽毛球队强，但同一队中队员之间实力相同，当一个总队运动员与一个甲地区运动员比赛时，总队运动员获胜的概率为 0.6，现在总队、甲队双方商量对抗赛的方式，提出三种方案：

（1）双方各出 3 人；

（2）双方各出 5 人；

（3）双方各出 7 人.

3 种方案中得胜人数多的一方为胜利．问：对甲队来说，哪种方案有利？

解 设以上三种方案中第 i 种方案甲队得胜人数为 $X_i\ (i=1,2,3)$ 则上述 3 种方案中，甲队胜利的概率为

（1） $P(X_1\geq 2)=\sum_{k=2}^{3}C_3^k(0.4)^k(0.6)^{3-k}=0.352$

（2） $P(X_2\geq 3)=\sum_{k=3}^{5}C_5^k(0.4)^k(0.6)^{5-k}=0.317$

（3） $P(X_3\geq 4)=\sum_{k=4}^{7}C_7^k(0.4)^k(0.6)^{7-k}=0.290$

因此第一种方案对甲队最为有利．这和我们的直觉是一致的。

14．有某商店过去的销售记录知道，某种商品每月的销售数可以用参数 $\lambda=5$ 的泊松分布来描述．为了以 95% 以上的把握保证不脱销，问商店在月底至少应进某种商品多少件？

解 设该商店每月销售这种商品数为X，月底进货为a件，则为了$X \le a$时不脱销，故有

$$P\{X \le a\} \ge 0.95.$$

由于$X \sim P(5)$，上式即为

$$\sum_{k=0}^{a} \frac{e^{-5}5^k}{k!} \ge 0.95.$$

查表可知

$$\sum_{k=0}^{8} \frac{e^{-5}5^k}{k!} \approx 0.9319 < 0.95.$$

$$\sum_{k=0}^{9} \frac{e^{-5}5^k}{k!} \approx 0.9682 > 0.95.$$

于是，这家商店只要在月底进货这种商品9件（假定上个月没有存货），就可以95% 以上的把握保证这种商品在下个月不会脱销。

15．一本300页的书中共有240个印刷错误．若每个印刷错误等可能地出现在任意1页中，求此书首页有印刷错误的概率．

解 根据题意，可将问题看作是一个240重伯努利试验，每一个错误以概率$p = \frac{1}{300}$出现在指定的一页上，以概率$q = \frac{299}{300}$不出现在这一页上．以X表示出现在首页上的错误数，则$X \sim B\left(240, \frac{1}{300}\right)$，而所求概率为

$$P\{X \ge 1\} = 1 - P\{X = 0\} = 1 - C_{240}^{0}\left(\frac{299}{300}\right)^{240} \approx 0.5513$$

16．设某高速公路上每天发生交通事故的次数服从参数为$\lambda = 2$的泊松分布．已知今天上午该公路上发生了一起交通事故，求今天该公路上至少发生三起交通事故的概率．

解 设每天发生交通事故的次数为X，由题知X服从参数为$\lambda = 2$的泊松分布，即

$$P\{X=k\}=\frac{2^k}{k!}e^{-2}$$

已知今天上午该公路上发生了一起交通事故，则今天至少发生一次交通事故，其概率为

$$P\{X\geq 1\}=1-\frac{2^0}{0!}e^{-2}=1-e^{-2}$$

该公路上每天至少发生三起交通事故的概率为

$$P\{X\geq 3\}=1-\sum_{k=0}^{2}\frac{2^k}{k!}e^{-2}=1-5e^{-2}$$

所以所求概率为

$$P\{X\geq 3|X\geq 1\}=\frac{P\{X\geq 3\}}{P\{X\geq 1\}}=\frac{1-5e^{-2}}{1-e^{-2}}=0.3739$$

17．某传呼台有客户 3000．已知每个客户在任意时刻打传呼的概率为千分之二，问传呼台至少应安排多少名传呼员才能以不低于 0.9 的概率保证客户打入电话时立刻有人接？

解 设在任意时刻打传呼的客户数为 X，由题意可知，$X\sim B(3000,\frac{2}{1000})$．又设安排 n 名传呼员，则由题意有

$$P\{X\leq n\}\geq 0.9.$$

由泊松定理，X 近似服从 $\lambda=np=6$ 的泊松分布，即

$$P\{X\leq n\}=\sum_{k=0}^{n}\frac{6^k}{k!}e^{-6}\geq 0.9$$

查 $\lambda=6$ 的泊松分布表，可得 $n=9$．

18．某公司采购人员在购买一种电脑用芯片时被告知：此种芯片的合格率为 0.98，为了以不低于 0.95 的概率保证至少买到 80 只合格的芯片，该采购员应购买多少只芯片？

解 设该采购员应购买 $80+n$ 只芯片，则其中的不合格芯片数为 X，由题意可知，$X\sim B(80+n,0.02)$ 且

$$P\{X\leq n\}\geq 0.95$$

由泊松定理 X 近似服从参数为 λ 的泊松分布，其中

λ) $= 0.02 \times 1.6$，$0.02n \approx 1.6$　（n 显然不会太大）. 于是有

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{1.6^k}{k!} e^{-1.6} \ge 0.95$$

查表得 $n = 4$，所以该采购员应购买 84 只芯片

习题

1．已知函数 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{c} e^{-\frac{x^2}{2c}}, & x>0 \\ 0, & x \le 0 \end{cases}$.其 $c > 0$，问 $f(x)$ 是否为密度函数，为什么？

解 显然 $f(x) \ge 0, x \in (-\infty, +\infty)$，又

$$\int_0^{+\infty} \frac{x}{c} e^{-\frac{x^2}{2c}} dx = 1.$$

所以 $f(x)$ 是密度函数.

2． 设随机变量 $X \sim p(x)$

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{\pi(1+x^2)}, & a < x < +\infty \\ 0, & 其他 \end{cases}$$

试确定常数 a 的值，如果 $P(a < X < b) = 0.5$，求 b 的值.

解 $\int_a^{+\infty} \frac{2}{\pi(1+x^2)} dx = \frac{2}{\pi} \arctan x \Big|_a^{+\infty} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \arctan a\right)$

解方程 $\frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \arctan a\right) = 1$

得 $a = 0$

$$P(a < X < b) = \int_0^b f(x)dx = \frac{2}{\pi} \arctan x \Big|_0^b = \frac{2}{\pi} \arctan b$$

解关于 b 的方程：

$$\frac{2}{\pi} \arctan b = 0.5$$

得 $b = 1$

3．某种电子元件的寿命 X 是随机变量，概率密度为

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{100}{x^2}, & x\ge 100\\ 0, & x<100\end{cases}$$

3 计算这 3 个元件使用了 150 小时后仍能使线路正常工作的概率

解 由已条件知，串联线路正常工作当且仅当 3 个元件都能正常工作。而三个元件的寿命是三个相互独立同分布的随机变量，因此若用事件 A 表示“线路正常工作”，则

$$P(A)=[P\{X\ge 150\}]^3$$

$$P\{X\ge 150\}=\int_{150}^{+\infty}\frac{100}{x^2}dx=\frac{2}{3}$$

故

$$P(A)=\frac{8}{27}$$

4．设随机变量 X 的密度为

$$p(x)=\begin{cases}a(1-x), & 0<x<1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

试求（1） 常数 a；（2） X 的分布函数.

解 (1) 由密度函数的性质 $\int_{-\infty}^{+\infty}p(x)dx=1$，有

$$\int_0^1 a(1-x)dx=1 \Rightarrow a=2$$

(2) 由 $a=2$，有

$$p(x)=\begin{cases}2(1-x), & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

于是，X 的分布函数为

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(t)dt=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \int_0^x 2(1-t)dt, & 0<x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0, & x\le 0\\ 2\left(x-\dfrac{x^2}{2}\right), & 0<x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

的密度为

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{4}(x+2), & -2\le x<0\\[2mm] \dfrac{1}{2}\cos x, & 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\\[2mm] 0, & 其它\end{cases}$$

（1） 求 X 的分布函数；

（2） 计算 $P(-1<X<1)$，$P\left(X>\dfrac{\pi}{4}\right)$.

解 (1)由分布函数的定义，有

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(t)\,dt=\begin{cases}0, & x<-2\\[2mm] \displaystyle\int_{-2}^{x}\frac{1}{4}(t+2)\,dt, & -2\le x<0\\[2mm] \displaystyle\int_{-2}^{0}\frac{1}{4}(t+2)\,dt+\int_{0}^{x}\frac{1}{2}\cos t\,dt, & 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\\[2mm] 1, & x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}0, & x<-2\\[2mm] \dfrac{1}{8}(x+2)^2, & -2\le x<0\\[2mm] \dfrac{1}{2}(1+\sin x), & 0\le x<\dfrac{\pi}{2}\\[2mm] 1, & x\ge\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

(2) $P(-1<X<1)=F(1)-F(-1)$

$$=\frac{1}{2}(1+\sin 1)-\frac{1}{8}(-1+2)^2=\frac{3}{8}+\frac{1}{2}\sin 1$$

$$P\left(X>\frac{\pi}{4}\right)=1-F\left(\frac{\pi}{4}\right)=1-\frac{1}{2}\left(1+\sin\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

6．设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ a+b\arcsin x, & -1\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$$

a、b 并求 $P\left\{-1<X<\frac{1}{2}\right\}$.

解　因 X 为连续型随机变量，故其分布函数 $F(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，从而

$$0=F(-1-0)=F(-1)=a-\frac{\pi}{2}b,$$

$$1=F(1+0)=F(1)=a+\frac{\pi}{2}b,$$

解得 $a=\frac{1}{2},b=\frac{1}{\pi}$. 于是

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin x, & -1\le x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$$

$$P\left\{-1<X<\frac{1}{2}\right\}=F\left(\frac{1}{2}\right)-F(-1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arcsin\frac{1}{2}-0$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\cdot\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}.$$

习题 2.4

1. 设随机变量 X 在[2, 5]上服从均匀分布. 现对 X 进行 3 次独立观测，求至少有两次的观测值大于 3 的概率.

解　因为随机变量 X 服从均匀分布，故其密度函数为

$$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{3}, & x\in[2,5]\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

易得

$$P\{X>3\}=\frac{2}{3}$$

设 A 表示“对 X 进行 3 次独立观测，至少有两次的观测值大于 3 的”事件，则

$$P(A)=1-\left(\frac{1}{3}\right)^3-C_3^1\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{20}{27}$$

设随机变量 Y 服从 $[0,5]$ 上的均匀分布，求关于 x 的二次方程 $4x^2+4xY+Y+2=0$ 有实数根的概率.

解 x 的二次方程 $4x^2+4xY+Y+2=0$ 有实根的充要条件是它的判别式

$$\Delta=(4Y)^2-4\cdot4(Y+2)\geq0$$

即

$$16(Y+1)(Y-2)\geq0,$$

解得 $Y\geq2$, 或 $Y\leq-1$.

由假设，Y 在区间 $[0,5]$ 上服从均匀分布，其概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{5}, & 0\leq x\leq5,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

故所求概率为

$$p=P\{(Y\geq2)\cup(Y\leq-1)\}=P\{Y\geq2\}+P\{Y\leq-1\}$$

$$=\int_2^{+\infty}f_Y(y)dy+\int_{-\infty}^{-1}f_Y(y)dy=\int_2^5\frac{1}{5}dy+\int_{-\infty}^{-1}0dy=0.6.$$

3. 设 $X\sim\exp(\lambda)$，求：

（1） X 的分布函数；

（2） $P\left\{X<\dfrac{1}{\lambda}\right\}$；

（3） 常数 c，使 $P\{X>c\}=\dfrac{1}{2}$.

解 由题知 $X\sim e(\lambda)$，即 X 的概率密度为

$$p(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0,\\ 0, & x\leq0,\end{cases}$$

（1）由定义 $F(x)=\int_{-\infty}^{x}p(t)dt$

当 $x\leq0$ 时，$F(x)=0$，