

### 目录

1

▶ **第一节：重复测量资料的数据特征**

2

▶ **第二节：重复测量数据的两因素两水平分析**

3

▶ **第三节：重复测量数据的两因素多水平分析**

4

▶ **第四节：重复测量数据的多重比较**



# 第一节

## 重复测量资料的数据特征

# 一、未设立平行对照的前后测量设计

---

(一) 定义

(二) 与配对设计的区别

### (一) 定义

---

重复测量资料 ( repeated measurement data ) 最常见的一种情况是同一个试验对象前后2次测量, 属于未设立平行对照的前后测量设计, 也称前后测量设计 ( premeasure -postmeasure design )。如表12-1中患者治疗前后的舒张压。

表12-1 轻度高血压患者治疗前后的舒张压 ( mmHg )

编 号	治疗前	治疗后	差值
1	130	114	16
2	124	110	14
3	136	126	10
4	128	116	12
5	122	102	20
6	118	100	18
7	116	98	18
8	138	122	16
9	126	108	18
10	124	106	18
$\bar{X}$	126.2	110.2	16.0
$S$	7.08	9.31	3.13

### (二) 与配对设计的区别

---

1. 配对设计中同一对子中的两个观察单位可以随机分配，两个观察单位可以同期记录试验结果；而前后测量设计不能同期记录试验结果，本质上比较的是前后两个时间点之间差别。

### (二) 与配对设计的区别

2. 配对设计采用t检验进行分析，要求同一对子的差值相互独立，且服从正态分布；而前后测量设计前后两次测量结果通常与差值不独立。
3. 配对设计用平均差值推论处理因素的作用；前后测量设计除了分析平均差值外，还可进行相关回归分析。如由表12-1计算，治疗前后舒张压的相关系数为0.963，也可以构建治疗前舒张压推论治疗后舒张压的回归方程。

# 二、设立平行对照的前后测量设计

为明确处理因素的效果，前后测量设计必须增加平行对照。如表12-2，将20位轻度高血压患者随机分配到处理组和对照组。若比较处理组与对照组之间的差别，似乎可以用前后测量的差值做两组均数比较的t检验，但该方法要求两组方差相等。注意：如果处理组与对照组基线值（即治疗前的舒张压）相差很大，差值大小不能作为判别组间差别的依据。

表12-2 轻度高血压患者治疗前后的舒张压 ( mmHg )

顺序号	处理组			顺序号	对照组		
	治疗前	治疗后	差值		治疗前	治疗后	差值
1	130	114	16	11	118	124	-6
2	124	110	14	12	132	122	10
3	136	126	10	13	134	132	2
4	128	116	12	14	114	96	18
5	122	102	20	15	118	124	-6
6	118	100	18	16	128	118	10
7	116	98	18	17	118	116	2
8	138	122	16	18	132	122	10
9	126	108	18	19	120	124	-4
10	124	106	18	20	134	128	6
合计	1262	1102		合计	1248	1206	
均数	126.2	110.2	16.0	均数	124.8	120.6	4.2
标准差	7.08	9.31	3.13	标准差	7.90	9.75	8.02

## 三、重复测量设计

---

(一) 定义

(二) 与随机区组设计的区别

### (一) 定义

当前后测量设计的重复测量次数 $m \geq 3$ 时，称重复测量设计（repeated measurement design）或重复测量数据（repeated measurement data）。重复测量数据与第四章介绍的随机区组设计数据很相似，如表12-3所示四个时间点糖尿病患者的糖化血红蛋白含量。

表12-3 糖尿病患者治疗前后的糖化血红蛋白含量 (%)

受试者编号	治疗前 (0个月)	治疗后		
		1个月	3个月	6个月
1	8.42	8.24	7.62	7.01
2	7.24	7.03	6.38	6.32
3	9.41	8.96	8.56	7.23
4	9.03	8.76	8.46	7.21
5	8.13	7.94	7.54	6.82
6	7.48	7.23	6.82	6.74
7	8.01	7.94	7.34	6.87
8	7.16	7.03	6.93	6.72

# （二）与随机区组设计的区别

1.重复测量设计中，受试者内（区组内）的各时间点是固定的，不能随机分配。如果有不同的“处理”，也只能是在受试者间（区组间）随机分配。随机区组设计则要求每个区组内观察单位彼此独立，“处理”只能在区组内随机分配，同一区组内的每个观察单位接受的处理是不相同的。

表12-4 胰腺炎患者不同时间段外周血单个细胞核中NF- $\kappa$ B 激活情况 ( % )

处理分组	处理前	处理后				
		1天	3天	5天	7天	10天
甲	32.34	34.65	64.68	48.51	46.20	36.96
甲	30.03	78.54	94.71	66.99	62.37	38.54
甲	25.41	53.13	62.37	39.27	25.41	30.03
甲	25.41	32.34	23.10	36.96	21.79	48.51
乙	27.72	30.03	39.27	23.1	20.79	13.86
乙	78.54	76.23	78.54	78.54	48.51	34.65
乙	25.41	27.72	34.65	55.44	34.65	23.92
乙	36.96	27.72	73.92	53.13	53.13	34.65
乙	36.96	43.89	41.58	48.51	30.03	25.41
乙	25.41	23.10	27.72	20.79	18.48	13.86
乙	41.58	32.34	23.10	30.03	55.44	45.44

### (二) 与随机区组设计的区别

2. 重复测量设计区组内的观察单位彼此不独立，同一糖尿病患者的重复测量结果是高度相关的，相关系数见下表。

表12-5 不同治疗时间糖尿病患者糖化血红蛋白的相关系数

治疗时间	治疗时间 (月)			
(月)	0	1	3	6
0	1	0.993**	0.969**	0.902**
1		1	0.970**	0.913**
3			1	0.955**
6				1

### (二) 与随机区组设计的区别

如果表12-3的单样本重复测量数据用第四章随机区组方差分析比较处理组间差异，前提条件是要求满足“球对称”（sphericity）假设。

“球对称”（sphericity）假设，即重复测量误差的协方差矩阵经正交对比变换后，与单位矩阵成比例。

## (二) 与随机区组设计的区别

表12-6 “球对称” 检验结果

$\chi^2$ 值	自由度	$P$	“球对称” 系数		
			Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
18.708	5	0.003	0.418	0.466	0.333

上表可见， $P=0.003$ ，拒绝“球对称”假设，表12-3数据不满足“球对称”的条件，因此，该资料不适合采用随机区组设计方差分析进行分析。

### (二) 与随机区组设计的区别

对于该种情况，我们可以用组内效应的 $F$  界值校正，即采用“球对称”系数 $\varepsilon$  乘以组内效应 $F$ 界值的自由度  $\nu_1$  和  $\nu_2$ ，得校正后的自由度  $\tau_1 = \nu_1\varepsilon$ ,  $\tau_2 = \nu_2\varepsilon$ ，用作校正后检验界值  $F_{\alpha, (\tau_1, \tau_2)}$ 。

“球对称”系数 $\varepsilon$ 的常用估计方法：Greenhouse-Geisser、Huynh-Feldt和 Lower-bound。

### (二) 与随机区组设计的区别

**注意：**当重复测量数据不满足“球对称”假设时，采用随机区组设计方差分析，就会增大 I 型错误的概率。当样本含量较小时，Mauchly “球对称”检验效能较低，易发生 II 型错误。此时，对处理组内效应 F 界值的自由度和仍需校正，以得到可信的统计结论。

# 第二节

## 重复测量数据的两因素两水平分析

# 一、两因素离均差平方和分解

将重复测量设计的干预因素作为A因素，共两个水平，1水平为“对照”，2水平为“干预”；前后两次测量时间作为B因素，共两个水平，1水平为“第1次测量时间”，2水平为“第2次测量时间”，共有  $(a_1b_1)$ 、 $(a_1b_2)$ 、 $(a_2b_1)$ 、 $(a_2b_2)$  4个“处理”组，各组观察值的合计分别用  $T_1$ 、 $T_2$ 、 $T_3$ 、 $T_4$  表示，A因素两水平的合计分别用  $A_1$ 、 $A_2$  表示，B因素两水平的合计分别用  $B_1$ 、 $B_2$  表示。

# 一、两因素离均差平方和分解

处理因素的离均差平方和  $SS_{\text{处理}}$  可分解为A因素的离均差平方和  $SS_A$ 、B因素的离均差平方和  $SS_B$  和AB交互作用的离均差平方和  $SS_{AB}$  三部分，可整理成下表

表12-7 重复测量设计两因素两水平离均差平方和分解

变异来源	自由度	SS
处理变异	3	$SS_{\text{处理}} = \frac{1}{n}(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) - C$
干预分组 (A因素)	1	$SS_A = \frac{1}{2n}(A_1^2 + A_2^2) - C$
测量时间 (B因素)	1	$SS_B = \frac{1}{2n}(B_1^2 + B_2^2) - C$
AB	1	$SS_{AB} = SS_{\text{处理}} - SS_A - SS_B$

# 一、两因素离均差平方和分解

例12-1 依据表12-2中20位轻度高血压患者治疗前后舒张压的结果按上表进行两因素离均差平方和分解。

$$T_1=1262, T_2=1102, T_3=1248, T_4=1206, n=n_1=n_2=10$$

$$A_1=1262+1102=2364, A_2=1248+1206=2454,$$

$$B_1=1262+1248=2510, B_2=1102+1206=2308。$$

$$C = \frac{(1262 + 1102 + 1248 + 1206)^2}{40} = 580328.1$$

# 一、两因素离均差平方和分解

主效应与交互作用的离均差平方和分解：

$$SS_{\text{处理}} = \frac{1}{10}(1262^2 + 1102^2 + 1248^2 + 1206^2) - 580328.1 = 1570.7$$

$$SS_A = \frac{1}{2 \times 10}(2364^2 + 2454^2) - 580328.1 = 202.5$$

$$SS_B = \frac{1}{2 \times 10}(2510^2 + 2308^2) - 580328.1 = 1020.1$$

$$SS_{AB} = 1507.7 - 202.5 - 1020.1 = 348.1$$

# 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

重复测量数据总变异来源由两部分组成：一是观察单位的个体之间差异，其离均差平方和记作 $SS_{\text{组间}}$ ，二是每个观察单位前后两次观察之间的差异，其离均差平方和记作 $SS_{\text{组内}}$ 。设两组观察单位都为 $n$ ，每个观察单位前后两次观察的合计值为 $M_j$ ， $SS_{\text{组间}}$ 和 $SS_{\text{组内}}$ 的计算方法见下表。

## 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

表12-8 组间、组内离均差平方和分解

变异来源	自由度	SS
总变异	$4n - 1$	$SS_{\text{总}} = \sum X^2 - C$
组间变异 (观察对象)	$2n - 1$	$SS_{\text{组间}} = \frac{1}{2}(\sum M_j^2) - C$
组内变异 (重复测量)	$2n$	$SS_{\text{组内}} = SS_{\text{总}} - SS_{\text{组间}}$

# 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

组间变异和组内变异进行分解后，就可以用方差分析对A因素主效应、B因素主效应和AB交互作用进行假设检验了。由于A因素（干预分组）作用于观察对象，作用效应在 $SS_{\text{组间}}$ ，方差分析按表12-9进行。B因素主效应（测量前后）和AB交互作用的效应在 $SS_{\text{组内}}$ ，方差分析按表12-10进行。

## 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

表12-9 干预分组作用的方差分析表

变异来源	自由度	$SS$	$MS$	$F$	$P$
组间合计 (观察对象)	$2n - 1$	$SS_{\text{组间}} = \frac{1}{2}(\sum M_j^2) - C$			
干预分组 (A因素)	1	$SS_A = \frac{1}{2n}(A_1^2 + A_2^2) - C$			
组间误差	$2(n - 1)$	$SS_{\text{组间}} - SS_A$			

## 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

表12-10 测量前后与交互作用的方差分析表

变异来源	自由度	$SS$	$MS$	$F$	$P$
组内合计 ( 重复测量 )	$2n$	$SS_{\text{组内}} = \sum X^2 - \frac{1}{2}(\sum M_j^2)$			
测量前后 ( B因素 )	1	$SS_B = \frac{1}{2n}(B_1^2 + B_2^2) - C$			
AB	1	$SS_{AB} = \frac{1}{n}\sum\sum T_{ij}^2 - SS_B - SS_A - C$			
组内误差	$2(n-1)$	$SS_{\text{组内}} - SS_B - SS_{AB}$			

# 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

例12-2 根据表12-2数据，对处理组与对照组、治疗前后舒张压的差别进行统计分析。

1. 计算  $SS_{\text{组间}}$ 、 $SS_{\text{组内}}$  表12-2共有20名患者，每个患者治疗前后舒张压的合计为  $M_1 = 130 + 114 = 244$ ， $M_2 = 124 + 110 = 234$ ，...， $M_{19} = 120 + 124 = 244$ ， $M_{20} = 134 + 128 = 262$ ，由例12-1已算出， $C = 580328.1$ ，按表12-8中的公式计算。

# 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

$$SS_{\text{组间}} = \frac{1}{2} ( 2442 + 2342 + \dots + 2442 + 2622 ) - 580328.1 = 2517.9$$

$$SS_{\text{组内}} = ( 1302 + 1142 + \dots + 1342 + 1282 ) - \frac{1}{2} (\sum M_j^2) = 1702.0$$

## 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

2. 测量前后比较与交互作用分析 由例12-1已算出 $SS_B=1020.1$ ， $SS_{AB}=348.1$ ，  
现  $SS_{\text{组内}}=1702.0$ ，代入表12-10，结果见表12-11。

表12-11 测量前后比较与交互作用的方差分析表

变异来源	自由度	$SS$	$MS$	$F$	$P$
组内合计（重复测量间）	20	1702.00			
测量前后（B）	1	1020.10	1020.10	55.00	<0.01
交互作用（AB）	1	348.10	348.10	18.77	<0.01
组内误差	18	333.80	18.54		

# 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

3.处理组与对照组比较 由例12-1已算出 $SS_A = 202.5$ ，现 $SS_{\text{组间}} = 2517.9$ ，代入表12-9，结果见表12-12。

表12-12 处理组与对照组比较的方差分析

变异来源	自由度	$SS$	$MS$	$F$	$P$
组间合计（患者间）	19	2517.90			
处理（A）	1	202.50	202.50	1.57	>0.05
组间误差	18	2315.40	128.63		

# 二、组间、组内离均差平方和分解与方差分析

## 4.结论

- ①由表12-11可见，治疗前后舒张压的主效应有差别（ $P < 0.01$ ）。
- ②由表12-12可见，不考虑测量时间，处理组与对照组舒张压的主效应未见差别（ $P > 0.05$ ）。
- ③由表12-11可见，测量前后与处理存在交互作用（ $P < 0.01$ ），即处理组和对照组治疗前后的舒张压的变化幅度不同。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/565012101024011224>