

## 摘 要

《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》指出：数学学科核心素养水平的达成不是一蹴而就的，具有阶段性、连续性、整合性的特点，要求教师不仅关注每一节课的教学目标，更要关注主题、单元教学目标，明晰这些目标对实现核心素养发展的贡献<sup>[1]</sup>。核心素养教育是当前教育界改革的核心主题，因此基于学科能力的单元教学不仅是对核心素养教育的基本回应，也是推动核心素养落地的现实需要。美国教育学博士格兰特·威金斯和杰伊·麦克格泰提出的追求理解的教学设计（understanding by design），与我国目前的教育改革理念相吻合，致力于促进学生的深度学习，提升学科核心素养，为单元教学提供了理论基石。

自新课程改革以来，“概率”在教学中的地位日益凸显，成为高中数学课程的重要内容之一，也是高考的必考内容。因此，本研究主要针对2019年北师大版高中数学必修第一册第七章概率单元来展开基于UbD理论下的高中数学单元教学设计研究，具有一定的教育价值。

本研究共分为三大部分，首先是理论研究部分，在文献分析的基础上，对UbD理论以及单元教学的国内外研究现状进行了分析梳理和总结，接着对UbD理论的内涵及相关概念进行了详细阐述，进而总结出UbD理论下的单元教学设计框架，并根据该框架对概率单元进行了单元和具体课时教学设计。其次是实践应用部分，在分析学生期中数学成绩的基础上，选定两个平行班级来进行基于UbD理论下的概率单元教学实践研究，实践完成后，从两个班的单元测试成绩对比、实验班的调查问卷以及教师访谈三方面来分析UbD理论下的单元教学设计的可行性和有效性。最后即第六章是对本研究得到的结论、不足之处以及未来的展望进行陈述。本研究得到的结论如下：（1）学生与教师对UbD理论下的高中数学教学设计有一定的认可度；（2）与传统的教学设计相比，基于UbD理论的高中数学教学设计能够增强学生理解、掌握基础知识的能力，从而提升学生的学习成绩，进而提升教学效果。

**关键词：**UbD理论；单元教学；教学设计；概率教学

## Abstract

The mathematics curriculum standard for Senior High School (2017 edition revised in 2020) points out that the achievement of the core literacy level of mathematics subject is not achieved overnight, and has the characteristics of phases, continuity and conformity, teachers should not only pay attention to the teaching objectives of each class, but also pay attention to the theme and unit teaching objectives, and make clear the contribution of these objectives to the development of core literacy. The core literacy education is the core theme of the current educational reform, so the unit teaching based on subject competence is not only the basic response to the core literacy education, but also the realistic need to push the core literacy to the ground. The American Doctor of Education Guerrant Wiggins and John Jay mcgregor's understanding by design, similar to our current educational reform, aims to promote students' deep learning, to improve the core quality of the discipline provides the theoretical foundation for unit teaching.

Since the new curriculum reform, "Probability" in the teaching of the increasingly prominent status of high school mathematics as one of the important content, but also the required examination of the content. Therefore, this research mainly aims at the probability of chapter 7 of the first volume of 2019 Beijing Normal University Edition High School mathematics compulsory course to carry out the high school mathematics unit teaching design research based on the UbD theory, has the certain educational value.

This research is divided into three parts, the first part is theoretical research, on the basis of literature analysis, the theory of UbD and unit teaching at home and abroad were analyzed and summarized, then the connotation and related concepts of UbD theory are expounded in detail, the framework of UbD unit teaching design is summarized, and according to this framework, the concrete unit and class hour teaching design scheme of probability unit is carried out. The second part is the practical application part. On the basis of analyzing the students' achievement in mathematics, two parallel classes are selected to carry out the teaching practice research of probability unit based on UbD theory, this paper analyzes the feasibility and validity of UbD unit teaching design from three aspects: the comparison of unit test scores of two classes, the questionnaire of experimental class and the interview with teachers. Finally, the sixth chapter is the conclusion of this study, shortcomings and future prospects for the statement. The conclusions of this study are as follows: (1) students and teachers have a high degree of approval for the UbD-based high school mathematics instructional design; (2) compared with the traditional instructional design, based on the UbD theory of high school mathematics teaching design can enhance students' understanding, grasp the basic knowledge of the effect, so as to improve students' academic performance, and thus enhance the teaching effect.

**Keywords:** Ubd Theory; Unit Teaching; Teaching Design;Probability Teaching

# 目 录

摘 要 .....	I
Abstract .....	II
1. 绪论 .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.1.1 课程改革的需要 .....	1
1.1.2 概率的教学地位与教学现状 .....	1
1.2 研究问题与研究意义 .....	2
1.2.1 研究问题 .....	2
1.2.2 研究意义 .....	2
1.3 研究思路和研究方法 .....	2
1.3.1 研究思路 .....	2
1.3.2 研究方法 .....	4
2. 文献综述 .....	5
2.1 UbD 理论相关的研究 .....	5
2.1.1 国外研究现状 .....	5
2.1.2 国内研究现状 .....	5
2.2 单元教学文献综述 .....	9
2.2.1 国外研究现状 .....	9
2.2.2 国内研究现状 .....	10
2.3 概率教学在教育理论中的主要研究成果 .....	12
2.3.1 国外研究现状 .....	12
2.3.2 国内研究现状 .....	13
3. 主要概念界定及运用的理论基础 .....	16
3.1 概念界定 .....	16
3.1.1 单元教学的含义 .....	16
3.1.2 UbD 理论及其要义 .....	16
3.2 理论基础 .....	16
3.2.1 系统论中的主要观点 .....	16
3.2.2 建构主义学习理论 .....	17
4. 基于 UbD 理论下的单元教学设计 .....	18
4.1 UbD 理论的概述 .....	18
4.2 大概念和基本问题的内涵 .....	22
4.3 理解内涵及其表现形式 .....	22
4.4 单元教学设计流程 .....	24
4.4.1 分析单元教学要素 .....	25
4.4.2 确定单元学习目标 .....	30
4.4.3 教学评估设计 .....	31
4.4.4 教学活动设计 .....	32
5. 基于 UbD 理论的概率单元教学实践及效果分析 .....	33
5.1 研究设计 .....	33

5.1.1 研究目的 .....	33
5.1.2 研究对象 .....	33
5.1.3 研究过程 .....	33
5.1.4 研究工具 .....	34
5.2 教学实践对比分析 .....	34
5.3 学生调查问卷分析 .....	35
5.4 教师访谈结果分析 .....	37
5.5 课时教学设计 .....	39
5.5.1 《随机事件的运算》教学设计 .....	39
5.5.2 《古典概型的概率计算公式》教学设计 .....	47
<b>6. 总结与反思</b> .....	<b>53</b>
6.1 研究结论 .....	53
6.2 研究反思 .....	53
6.2.1 研究的不足 .....	53
6.2.2 研究展望 .....	53
<b>参考文献</b> .....	<b>55</b>
<b>附    录</b> .....	<b>58</b>
附录 1: 概率单元测试卷 .....	58
附录 2: 概率单元学习情况调查问卷 .....	59
附录 3: 教师访谈提纲 .....	60
<b>致    谢</b> .....	<b>61</b>

## 1. 绪论

### 1.1 研究背景

#### 1.1.1 课程改革的需要

随着新课程改革的逐渐推进,教育的育人目标从以往的知识本位向素养本位方向发生转变,同时《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》(以下简称新课标)强调要重视知识的连续性、整体性[1]。而传统的课时教学易将知识内容零碎化,将学生的知识割裂,导致学生难以将知识构建成一个完整的知识链条和结构体系,缺乏知识整体观;同时在以往的数学教学中,教师把更多的注意放在知识与技能目标的培养上,这导致学生情感态度与价值观的培养就被忽视了,长此以往,对学生数学学科核心素养的提升与发展是非常不利的,基于此,传统的课时教学难以落实新课程改革中提出的素养本位目标,而单元教学却恰恰相反,注重知识之间的联系,倡导将数学内容置于单元整体内容中去把握,对教材中的知识进行重构,更多地关注数学内容的本质、蕴含其中的数学思想方法以及学生学科核心素养的发展,有利于转变教师过多关注具体知识点的倾向,弥补了课时教学的弊端[2]。“基于 UbD 理论的大单元教学”作为教育创新的一个突破口,突出对知识体系的架构、对知识的真正理解,促进学生数学核心素养的发展,进而落实“立德树人”的根本任务。因此,基于 UbD 理论的大单元教学是解决当前亟需落实的数学学科核心素养的有力抓手,更是完成“立德树人”任务的基本途径。

#### 1.1.2 概率的教学地位与教学现状

概率论是研究随机现象规律的学科,随机现象是指在基本条件没有发生变化的情况下,不能得到确定结果的一种生活中常见的现象。正是因为随机现象的不确定性,因此在信息化社会中常常要利用统计与概率的知识来分析、预测以及判断随机现象,这就使得“概率与统计”能力的培养越来越受到重视。但在目前的实际教学中,由于教师在概率统计方面知识储备不足,教学中存在“机械记忆”的现象,忽略其中的概念内涵和学科本质;同时在国际测试中,在“不确定性和数据”领域中我国的学生表现相对要偏弱一些;再次,在高考这一风向标的影响下,由于时间紧、任务重,教师在统计与概率这部分内容的教学中往往为了应付考试而只注重公式运算和概念的应用,提高学生解题能力,忽视发展学生的核心素养,这与新课标所倡导的核心素养教育理念相悖。最后,从新课程标准的改革和高考试题中也可以看出统计与概率这部分内容的地位和比重大幅增加,这些对

随机性思维的培养和数理逻辑思维的养成提出了更高的要求。

## 1.2 研究问题与研究意义

### 1.2.1 研究问题

围绕“基于 UbD 理论的单元教学设计研究”这一核心问题，可将其分解为以下三个问题：

- (1) 参考相关文献，知道 UbD 理论是什么？
- (2) 探究基于 UbD 理论下高中数学单元教学设计的基本流程？
- (3) 通过对具体案例进行教学实践，探究教学效果如何？

### 1.2.2 研究意义

**实践意义：**本研究立足于教学实际，系统论述了基于 UbD 理论下的单元教学设计框架流程，并设计了《概率》单元教学设计案例，可为一线教师提供实施单元教学的操作参考；同时基于该理论的教学设计能够促进知识的理解与迁移，有助于引发对传统课堂教学的思考，具有一定的实践意义。

**理论意义：**本研究对 UbD 理论的内涵、相关概念以及国内外发展现状进行了梳理和解释，并在该理论下对高中数学单元教学设计进行研究，有利于拓宽单元教学的研究视野，丰富高中数学单元教学设计研究案例，提升高中阶段数学教学效果，进一步落实数学核心素养，具有一定的理论意义。

## 1.3 研究思路和研究方法

### 1.3.1 研究思路

研究思路如下图 1-1 所示

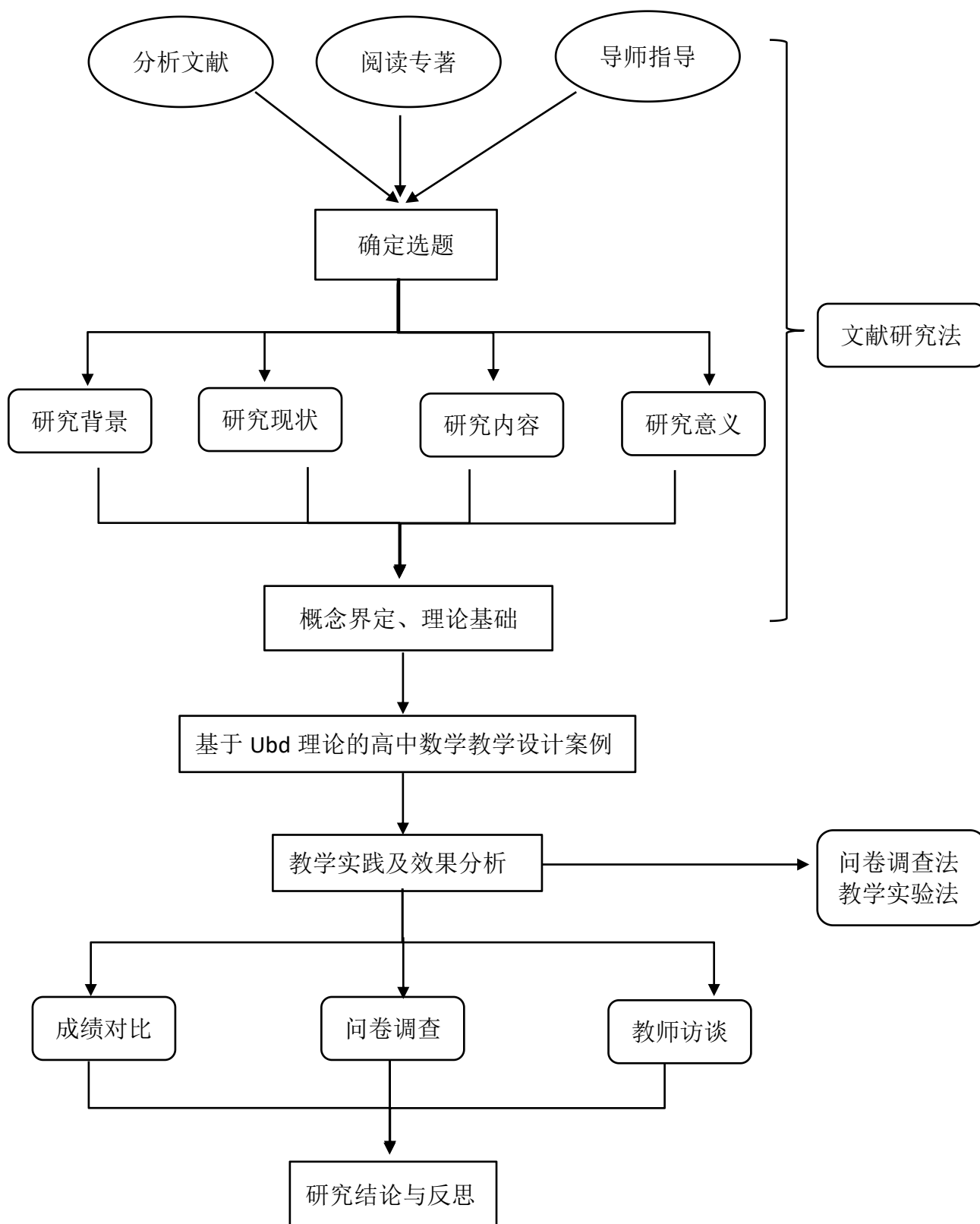


图 1-1 研究思路图

### 1.3.2 研究方法

本研究主要采用文献研究法、问卷调查法、教学实验法。

#### 文献研究法

在准备阶段，本研究利用文献研究法，在中国知网数据库中检索单元教学研究、UbD 理论和概率教学相关的文献，通过文献整理分析出单元教学设计研究现状、UbD 理论的操作步骤以及在数学中的应用情况、概率教学的研究现状，进而设计出基于 UbD 理论的概率单元教学。

#### 问卷调查法

本研究以古典概型这一课时为主题进行问卷编制，通过向研究对象发放问卷，根据所获得数据来进行学生对于 UbD 理论下的单元教学的态度分析。

#### 教学实验法

本研究在进行教学实践时采用教学实验法，在实习学校所在的高一年级中选择两个水平相当的班级，将运用 UbD 理论下的教学设计组织教学的班级记为实验班，而采用传统教学设计组织的班级记为对照班，在进行教学实验时，严格控制教师、教学进度、教学设施、教学条件等无关变量，以此来研究利用 UbD 理论下的教学设计组织教学的效果是否会优于传统教学设计下的教学效果。



## 2. 文献综述

本研究的主要内容是基于 UbD 理论的高中数学单元教学设计研究——以概率单元为例，因此在检索文献、分析现状时主要围绕 UbD 理论在国内外的研究现状、单元教学设计研究现状以及 UbD 理论在我国高中数学单元教学设计中的应用现状、发展趋势进行了整理、分析和概括。

### 2.1 UbD 理论相关的研究

#### 2.1.1 国外研究现状

目前，国外对于 UbD 理论的研究已经较为成熟，通过对相关文献进行整理与分析，大致可以将国外对 UbD 理论的研究分为三个阶段：萌芽——发展——推广。

美国教育家泰勒（Taylor, 1902-1994）<sup>[3]</sup>在其教育著作《课程与教学基本原理》中提出的“目标导向”思想通常被认为是 UbD 理论的发端，认为教育目标是课程设计的基础和出发点。

1998 年美国两位课程专家格兰特·威金斯（Grant Wiggins, 1950-2015）和杰伊·麦克泰格（Jay McTighe）在《Understanding by Design》《追求理解的教学设计》<sup>[4]</sup>一书中首次提出一种新的指导教学设计的理论，即 Ubd 理论。

2007 年 3 月，教育专家苏珊·克莱顿<sup>[5]</sup>（Susan Clayton）在新加坡也进行了基于 UbD 理论的系列教育活动，比如有关 UbD 理论的培训讨论会，在会议中详细介绍了如何使用 UbD 理论来进行教学设计。

到目前为止，一线教师和专业人士越来越认可该理论，知名度在逐渐的提升，该理论也在不断被丰富和完善。

#### 2.1.2 国内研究现状

Ubd 理论有时又被学者称为追求理解的教学设计或逆向教学设计，因此以“Ubd 理论”或“追求理解的教学设计”或“逆向教学设计”为检索词，在 CNKI 上基于“期刊论文”和“学位论文”两个数据库检索了 2011 到 2022 年 10 月相关的文献，共 634 篇，具体的发表篇数和对应年份如表 2-1 所示。

表 2-1 论文数量及年份表

发表年份	论文数量	发表年份	论文数量
2011	4	2017	23
2012	5	2018	37
2013	6	2019	70
2014	7	2020	120
2015	5	2021	165
2016	12	2022	181

由于本论文的主题是 UbD 理论在高中数学单元教学设计中的研究，因此先对文献进行了筛选，把相关度不高的论文去掉，最后确定了与本论文主题相匹配的文献共 215 篇，对搜索到的文献数量进行了可视化分析，如图 2-1 所示，从图中可以看出，近年来国内对 UbD 理论在单元教学设计的研究整体上呈现出一个递增趋势，这说明“UbD 理论”在我国被众多的学者广泛关注。

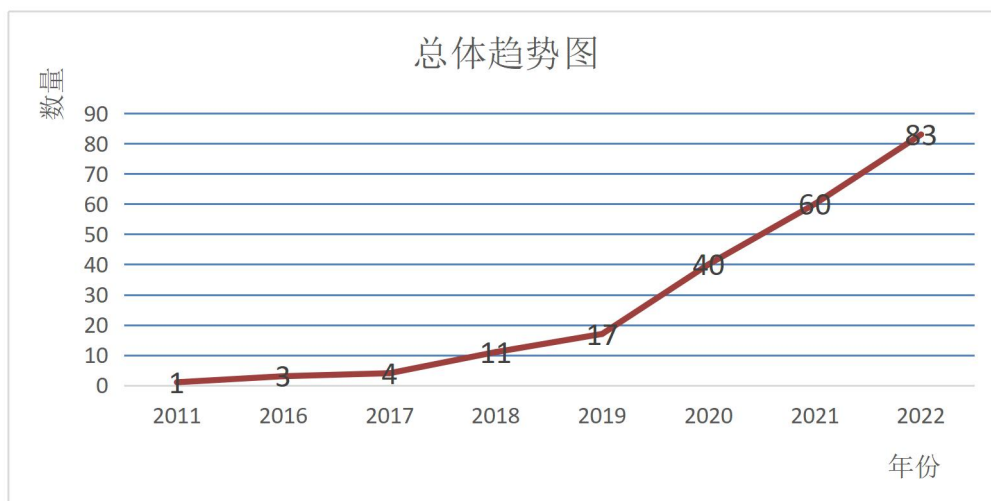


图 2-1 论文数量检索趋势图

在对文献的具体内容梳理和分析过程中，容易发现，对于 UbD 理论我国的研究大部分集中在两个方面，一是关于理论方面的研究即对其内涵、特征等方面的研究，二是关于实践方面的研究即将 UbD 理论与具体的学科进行融合研究。

关于 UbD 理论的研究

西南大学的么加利教授<sup>[6]</sup>是我国学者中较早接触 UbD 理论的，他在 2003 年把美国课程专家格兰特·威金斯（Grant Wiggins, 1905-2015）和杰伊·麦克泰格（Jay McTighe）的著作《Understanding by Design》（第一版）进行了翻译，不久就出版了著作《理解力培养与课程设计——一种教学和评价的新实践》，这为我国的学者研究该理论奠定了理论基础。

2005 年，浙江大学教育学院盛群力教授<sup>[7]</sup>和他的团队展开了对 UbD 理论的研究，并在《教学设计》一书中论述了基于该理论的教学设计的方法以及程序，并把该理论称为是当代教学设计的模型之一。

2011 年，基于崔允漦教授<sup>[8]</sup>《课程实施的新取向：基于课程标准的教学》的论文和格兰特·威金斯（Grant Wiggins, 1950-2015）和杰伊·麦克泰格（Jay McTighe）《追求理解的教学设计（第一版）》的著作，华南师范大学的叶海龙教授<sup>[9]</sup>发表了一篇《逆向教学设计简论》论文，在其论文中给出了关于逆向教学设计的一个模板，该模板分为三个阶段来进行教学设计，每个阶段的内容如下图 2-2 所示：

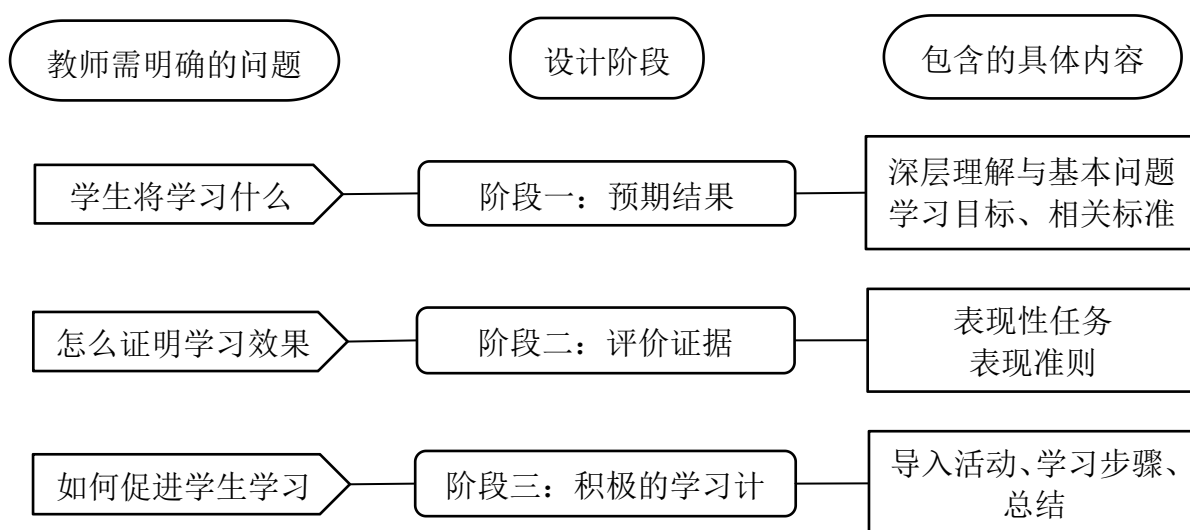


图 2-2 三阶段具体内容图

2013 年，盛群力、何晔<sup>[10]</sup>共同发表了《意义学习，理解为先—UbD 模式对课堂教学改革提出的新建议》，该论文基于已发表的文献，首先从三个方面论述了 UbD 理论最新的研究成果，然后详细解释了 UbD 理论核心理念，并给出了 7 种具有可操作性的教学策略，最后以提出问题，介绍单元关键内容、向学生说明学业要求等步骤环节来进行教学活动的方法。论文关于 UbD 理论的具体内容如下图 2-3 所示：

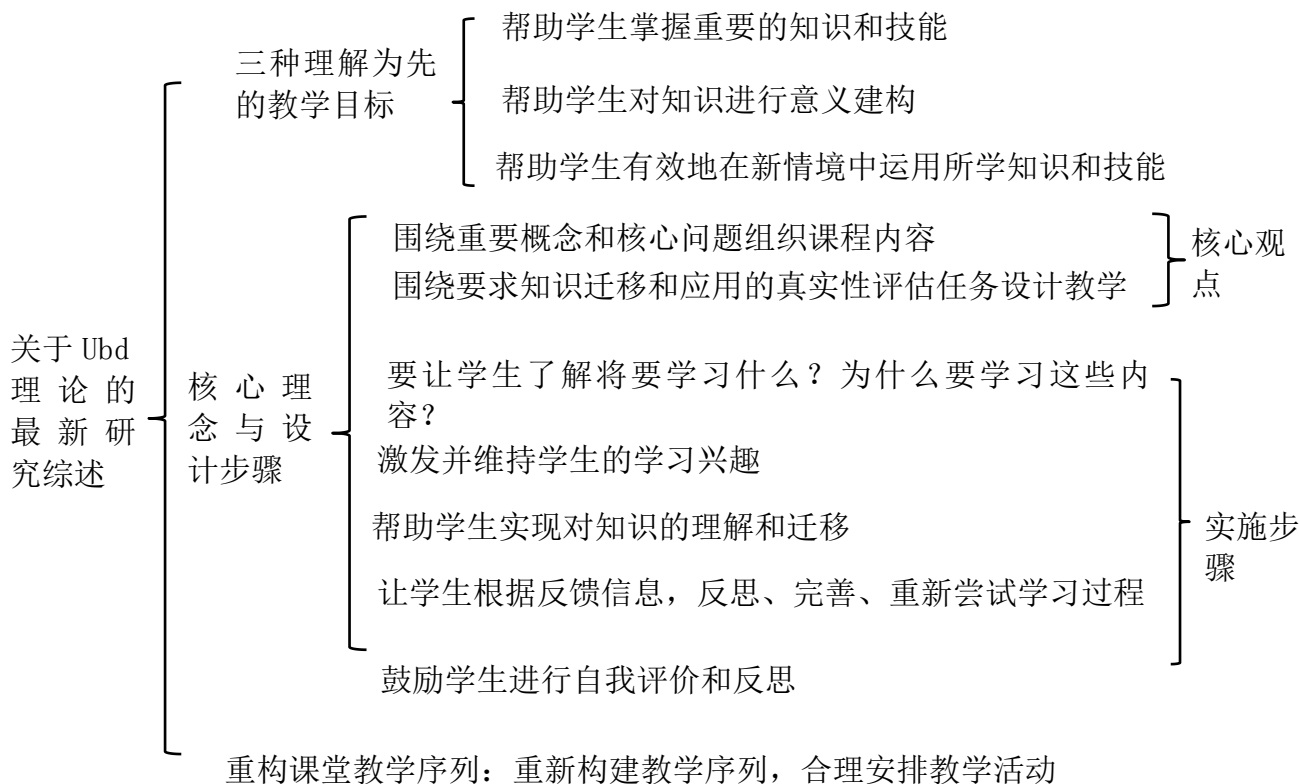


图 2-3 文献主要内容归纳图

2017 年, 闫寒冰教授<sup>[4]</sup>带领团队翻译了《Understanding by Design (Expanded 2<sup>nd</sup> Edition)》一书, 并出版了著作《追求理解的教学设计》。在书中详细论述了与 UbD 理论相关的概念, 并分章节叙述了每个阶段所包含的具体内容以及操作步骤, 给出了该理论下的教学设计模板, 还设计了与之相对应的教学案例。在这之后, 该理论在我国得到了广泛的传播, 得到教育界和学者的广泛关注, 我国迎来了研究该理论的热潮, 从论文数量检索趋势图中也能直观看出, 自 2017 始, 有关该理论的论文在逐渐的增加。

#### 关于 UbD 理论实践方面的研究

在化学学科, 尚晓霞<sup>[11]</sup>在其硕士论文《UbD 理论在高中化学教学设计中的应用研究》中通过“氧化还原反应”、“活泼金属单质—钠”这两个具体的教学实践案例, 得出 UbD 理论下的教学设计在某种程度上是对传统教学设计的优化, 是落实“教、学、评”一体化、提升学科核心素养行之有效的途径。王丹<sup>[12]</sup>在《基于 UbD 理论的高中化学单元教学设计与实践研究》中先梳理了相关文献, 接着利用逆向教学设计的三个阶段对高中化学“物质及其变化”单元进行设计, 然后构建领会意义、灵活运用、洞察自省三个维度的理解力测试题研究其对学生化学知识理解的影响, 最终得出结论: 在该理论下的教学设计对学生三个维度的理解力均有提升, 提升幅度最大的是灵活运用, 领会意义次之, 最后是洞察自省维度。

在地理学科, 郭洁萍<sup>[13]</sup>在《基于 UbD 模式的初中地理教学设计及实践研究》

中通过“世界的气候类型”和“世界分国篇”这两个实践案例证明了 UbD 模式在初中地理课堂具有可行性以及在该模式下能够增强学生对地理学习意义的理解。孙玉洁<sup>[14]</sup>在《UbD 理论在高中地理大概念单元教学中的应用研究》中以“地球上的大气”为在载体,指出目前将 UbD 理论应用于高中地理大概念单元教学的优势与挑战,并给出了如何更好地将 UbD 理论应用于高中地理大概念单元教学的建议。

关于 UbD 理论与数学学科相结合的研究

王瑞萍<sup>[15]</sup>在《UbD 理论下的高中数学单元教学设计研究》中以“圆锥曲线”为例,对 UbD 理论下的高中数学单元教学设计应遵循的四个原则以及具体的实施流程进行了阐述,说明 UbD 理论下的高中数学单元教学设计具有实用性,并从创设情境任务、优化评估任务、加强总结反思、重视团队合作等方面提出了教师在进行单元教学设计时的建议。刘鑫赫<sup>[16]</sup>在《UbD 视域下高中数学单元教学研究》中“以函数概念与性质”为例探究在该理论下的数学单元教学设计对理解知识的作用,通过编制问卷,经过两次教学实践发现在 UbD 视域下的高中单元教学设计对学生理解知识具有促进作用,并给出了单元教学设计的建议。于雪婧、张鑫<sup>[17]</sup>等人在《UbD 理论下促进深度学习的“数列”单元教学设计》一文中,通过阐述 UbD 理论的内涵,并以“数列”为载体给出基于逆向教学设计三阶段的具体内容,认为基于 UbD 理论的教学设计能够促进学生对数学知识本质的理解,是促进深度学习和提升核心素养的有效方法。葛梦婷、施梦媛<sup>[18]</sup>等人在《基于 UbD 理论的单元教学设计》一文中“以平面解析几何”为例,进行了基于 UbD 理论的单元教学设计,发现其不仅具有操作性而且能够达到整体化和连续化的课程效果,同时还能提高学生的核心素养和教师的专业发展。

## 2.2 单元教学文献综述

### 2.2.1 国外研究现状

19 世纪末 20 世纪初期的欧美国家“新教育运动”是单元教学理论的萌芽时期,该理论倡导将学生的学习内容和学习活动有机地联系在一起,使之成为一体,对教材中将知识分割成课时的做法持否定态度,认为这对学生构建知识的完整性将是不利的,最终不利于学生的综合能力素质的培养。作为“新教育运动”的发起人之一,比利时教育工作者德可乐利<sup>[19]</sup>于 1907 在布鲁塞尔新建立的学校中推行教学“整体化”教育理论,认为每个单元都是一个独立且完整的整体,依照“先制定适合的单元主题,然后再根据已确定的主题来设计相对应的教学内容以及选择合适的教学方式,最后在一段连续的时间内完成单元内容的教学”的程序来进行单元教学。随后,倡导实用主义的美国学者杜威,其主张的单元教学模式对单元教学的发展起到了一定的推动作用。20 世纪 20 年代,杜威的学生——美国教

教育家克伯屈<sup>[20]</sup>在其教师的影响下,基于德可乐利的教育理论提出单元教学及具体的实施步骤,主张按照学生的兴趣来设计教学内容,用来割裂学科之间的联系,以此来更好地提高学生解决问题的能力。20世纪30年代,莫里逊<sup>[21]</sup>提出了“莫里逊单元教学法”,主张将教材按照知识之间的逻辑结构来进行重构,从而确定单元内容来进行教学,以学生的能力和兴趣作为选择教学程序的依据。美国教育家布鲁姆<sup>[22]</sup>于20世纪60年代提出“掌握学习”理论,主张把教材划分为若干个单元,通过单元教学来检测知识的掌握情况,达到查漏补缺的作用,进一步推动了单元教学的发展。

综上所述:国外对单元教学的研究有着悠久的历史,经历了萌芽、发展和逐渐发展完善的过程。这些理论成果对我国的单元教学设计的理论和实践研究具有重要的参考价值。

### 2.2.2 国内研究现状

单元教学思想开始在我国传播是在五四新文化运动爆发和杜威来华访问之后。随后,梁启超先生提出“分组教学法”,即根据分类编排的思想对文章进行分组,按照整组实施的观念来完成教学活动,分组教学法被认为是我国单元教学的雏形。自此,单元教学思想在我国慢慢发展起来。教育家陈鹤琴在此影响下,在南京的鼓楼幼稚园进行了设计教学法的实验,实践单元教学法。20世纪80年代后,国外的单元教育理论逐渐传入我国,受到越来越多教育者的关注。单元教学最早是在语文学科被普遍使用,如魏书生的“六步教学法”,教育改革家黎世法的“六课型单元教学法”,万兴厚的“比较归纳法”,旨在提升学生的自学能力和教学质量。近年来,随着新课程改革的推行,教育目标转向核心素养方向,而传统的课时教学将知识割裂的做法无法满足发展学生核心素养这一要求,因此,在教育界又再一次掀起了对单元教学研究的热潮。

通过对有关文献的整理、分析,发现单元教学的研究主要集中在两个方面。一是从不同的角度对单元教学设计的特点、内涵、实施过程以及教学价值等方面进行深入的剖析。覃可霖<sup>[23]</sup>从单元教学与单篇教学的区别、单元教学的历史发展以及单元的组成三个方面来揭示语文单元教学的概念,即以单元为基本单位,灵活有机的将各环节结合起来,从而形成一个整体;接着阐述了语文单元教学的优势如加强教学的系统性,提高自学能力,触类旁通等;对单元教学的设计类型以及如何组织单元教学也进行了讨论,最后对单元教学的发展趋势进行了展望。马兰<sup>[24]</sup>在《整体化有序设计单元教学探讨》一文中阐述了其基本含义,即以单元为出发点,将各要素之间融合为一整体,通过五个步骤来设计单元教学。杨玉琴<sup>[25]</sup>从中观层面详细解释了单元教学设计的含义,结合具体实例分析了单元教学设计

的基本框架，从而落实核心素养目标；华东师范大学钟启泉教授<sup>[26]</sup>针对单元教学设计提出了具体的操作步骤即 ADDIE 模型：分析（Analysis）、设计（Design）、开发（Development）、实施（Implement）、评价（Evaluation），并指出单元教学设计是发展核心素养的一个重要路径。崔允漷<sup>[27]</sup>从学科核心素养视域下，围绕如何确定一个大单元、怎样设计大单元学习以及如何在学习中设计真实情境和任务展开了论述，并提出了大单元教学设计理念是推行核心素养、开展素质教育的重要举措。

### 数学单元教学

南京师范大学喻平教授<sup>[28]</sup>提出数学单元教学的四种模式，分别是以问题解决过程线索为主题的单元教学模式；以建立个体 CPFS 结构为主题的单元教学模式；以概念生长作为主题的单元教学模式；以数学思想方法解决问题的单元教学模式。还对每一种模式具体的教学过程和基本结构以及教学策略进行了详细的阐述，并以案例加以说明。

西北师范大学吕世虎教授<sup>[29]</sup>等人首先给出了数学单元教学设计的概念，并将数学单元教学设计的特点主要概括为整体关联性、动态发展性、团队合作性，在此基础上确定了如下基本操作流程：确定单元教学内容→分析教学要素→编制单元教学目标→设计教学流程→评价、反思与修改。具体操作步骤如下图 2-4 所示。最后从教师和学生两方面来阐述了数学单元教学设计的教育价值。

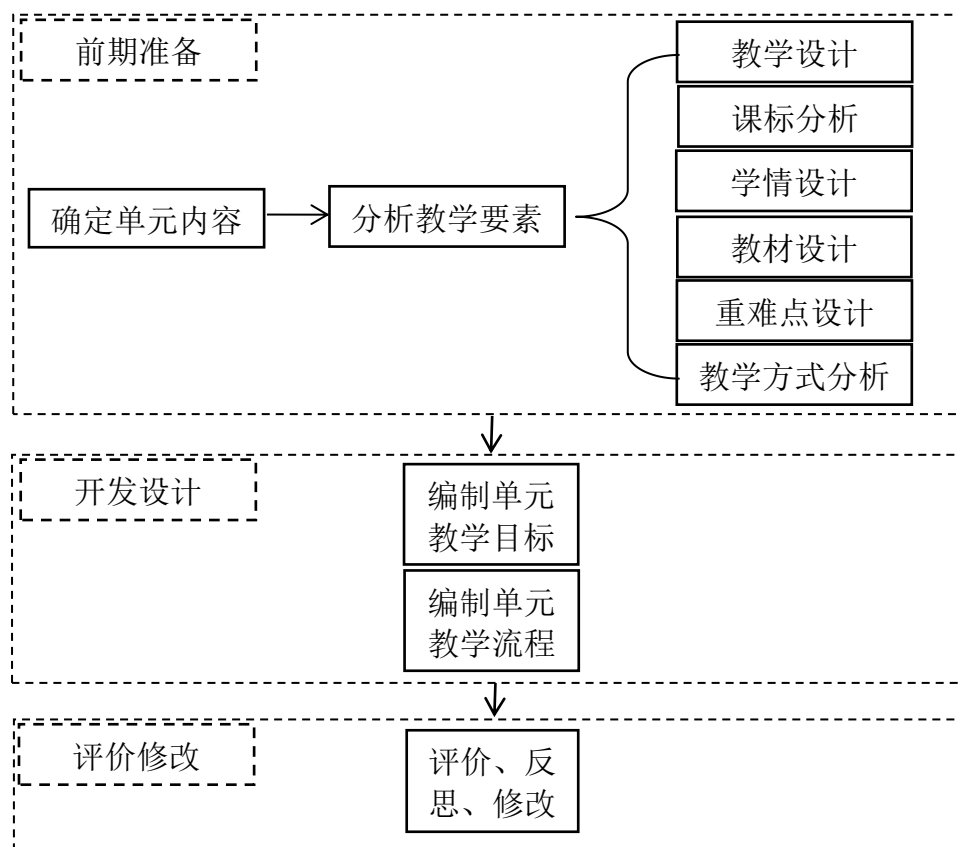


图 2-4 具体操作流程图

吴洪祥<sup>[30]</sup>在新高考的背景下,结合单元教学的内涵、特征,对高中数学单元教学设计进行阐述,认为大单元教学设计具有层次结构、生本性和创造力的特点,肯定了大单元教学在关注本质、蕴含思想,加强数学知识的整体性等方面的教育价值,提出四条具有操作性的单元设计实施策略:转变教学观念,发挥学生主体性;培育数学思想,提高运用能力;在过程中渗透核心素养,运用信息技术,倡导自主学习。

张然<sup>[31]</sup>在《高中数学单元教学设计的案例研究》一文中,分析了高中数学单元教学的指导思想、遵循的原则以及操作步骤,并通过访谈了解教学情况,最后对“直线与平面平行”单元进行教学设计,为一线教师提供教学实践参考。

程筱雯<sup>[32]</sup>结合单元教学的UbD理论和HPM的数学史,自上而下从理论出发建构出HPM视角下的高中数学单元教学设计框架,设计出具有可操作性的HPM视角下的高中数学单元教学设计流程即规划单元主题—单元目标设计—单元评价设计—教学过程设计—课后反思改进。以“指数与对数”单元中的对数的概念这一课为例,进行教学设计和实践案例分析,发现HPM视角下的高中数学单元教学能够提升教学效果,并从数学史和单元教学两方面提出了建议。

## 2.3 概率教学在教育理论中的主要研究成果

### 2.3.1 国外研究现状

自“新数运动”以来,美、英、日等发达国家就意识到概率统计内容的重要性,并将“统计与概率”作为重要内容纳入到中小学数学教学中,并注重随机思想的发展与培养。

Dilek Sezgin Memnun (2019)<sup>[33]</sup>通过对十一年级的学生提问10个概率问题,运用定性研究方法研究分析他们在概率概念方面存在的困难和错误,研究得出学生在理解样本空间这一概念存在较大困难。为了解决存在的困难和错误提出了在概率教学过程中的教学策略。

1951年皮亚杰(Piaget)和英海尔德(Inhelder)是国外最早基于认知心理学来研究概率与统计的学者,出版了《儿童机会观念的由来》一书,在其著作中对儿童不同运算阶段概率与统计知识的学习状况进行了论述。

毕格斯和克里斯(Biggs & Collis) (1991)将小学生对概率的学习划分为四个层次,如图2-5所示。他们创立了以皮亚杰儿童认知发展阶段理论为基础的SOLO分类法的新学派模型,以此更好地对学生学习的认知发展水平展开研究分析。



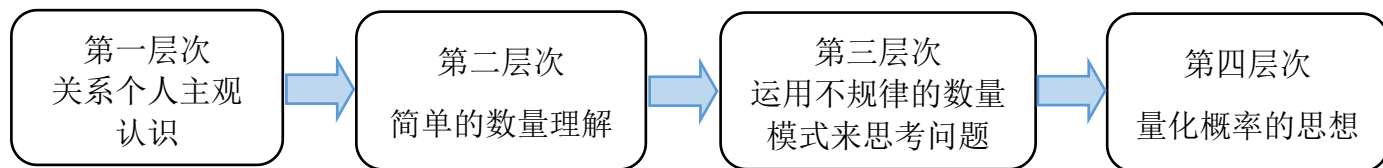


图 2-5 概率学习层次图

Thompson P. W., Liu Y., & Saldanha L. A. 在《统计推断的复杂性及教师对其的理解》著作中以八位从事高中数学概率统计教学的在职教师为例，旨在探究教师们对“异常现象”(Unusualness)和“假设检验逻辑”(the Logic of Hypothesis Testing)的理解，研究结果表明，大部分教师在概率和统计观念方面略有欠缺，例如不能很好地理解概率和假设检验逻辑的概念；对假设检验的内涵和逻辑掌握不透彻。

### 2.3.2 国内研究现状

2003 年《普通高中数学课程标准（试验）》的颁布，概率成为了必修内容的一部分。因此在中国知网上基于学位论文、期刊、会议论文数据库以“高中概率”为主题进行文献检索，时间跨度从 2003 年至 2022 年 10 月。得到论文 282 篇，其中学位论文 198 篇，学术期刊 77 篇，会议 7 篇。从教材研究、教学研究、课程标准研究、调查研究四个方面对文献进行分类剖析，如表 2-2 所示：

表 2-2 文献分布情况表

	教材研究	教学研究	课程标准	调查研究	试题研究
学位论文	48	138	2	10	0
期刊	20	41	6	2	8
会议	1	6	0	0	0

再次通过筛选，发现仅以高中概率作为研究对象的论文仅有 26 篇，其中学位论文 22 篇，学术期刊 4 篇。具体情况如下表 2-3 所示：

表 2-3 高中概率文献数量表

时间	发表数量	时间	发表数量	时间	发表数量
2005	2	2012	1	2016	4
2006	2	2013	6	2017	2
2007	1	2014	2	2021	3
2011	2	2015	2		

#### 高中概率内容的教材比较研究

徐利花<sup>[34]</sup>以沪教版和人教 A 版为例，对高中数学概率内容从宏观（编排顺序；体例结构对比；教学内容情况对比）和微观层面（逻辑对比；正文对比；思考、探究对比；例习题对比）进行了比较分析，发现虽然两版教材在“概率”内容上

的编排、阐述方式不大相同，但都充分体现了新课标的育人理念，有利于提升学生数学建模、数学抽象、逻辑推理等核心素养。

王泽扬<sup>[35]</sup>从课程标准、宏观对比、微观对比、素养评价四个维度对中英教材中概率统计内容进行了定性和定量比较分析，得到两套教科书都能够提升学生学习数学的兴趣和理性思维和实践精神，具体表现在：课程标准上，中国的更完整、系统；HODDER 版操作性更强、更具体；宏观上，苏教版教科书与时代联系更加紧密，层次明确；微观上，HODDER 版教科书对学、教、考三者的统一把握的更好，苏教版教科书逻辑性更强；素养评价上：两版教科书在概率部分基本一致。

#### 高中概率内容的教学研究

李美华<sup>[36]</sup>通过分析教学现状，基于核心素养的视角提出了高中数学概率与统计的四条教学策略；方耀华<sup>[37]</sup>结合深度学习的理念与特征，对沪教版新教材必修三概率初步单元的教学内容从学生经验这一层面进行解析，确定该单元主题为“类比集合学概率，解释表达促理解”，基于该主题对本单元设计学习活动，以此为教师在讲授该单元提供参考。

张世静、栾庆芳<sup>[38]</sup>在《初、高中数学“统计与概率”教学衔接的研究》一文中，从课程标准、教材编排两个角度对初、高中这部分知识内容的衔接进行了分析，从教师、学生这两个主体着手分析了影响初、高中概率统计教学衔接的原因，最后围绕知识、教师、学生三方面给出了教学建议。

林天祝<sup>[39]</sup>针对如何在概率教学落实核心素养这一问题进行了研究，先对在高中落实核心素养进行了可行性分析，然后给出了在课堂教学中落实核心素养的基本策略：数形结合，突破难题；进行变式训练，培养应变能力，一题多解，培养高阶思维；基于整体关联性，总结知识。

#### 高中概率内容的试题研究

璩斌<sup>[40]</sup>等人对 2021 年高考数学（理科）8 份试题中有关统计与概率部分的试题进行分析，总结了试题特点、学生错误类型，最后给出了此部分内容的备考建议。

王淼生、周翔<sup>[41]</sup>对近三年概率统计有关的高考试题进行分析，并将人教版新旧教材这部分内容进行对比分析，在此基础上揭示概率与统计的命题特点。

#### 高中概率内容的调查研究

吴夕鸣<sup>[42]</sup>以高三年级学生为例，对学生解决概率问题时的错误进行调查研究，将解题错误归为以下四个类型：知识性错误、策略性错误、心理性错误和逻辑性错误，并从数学内容、教学、学生学习三个方面进行了原因分析。

竺琨媛<sup>[43]</sup>通过问卷调查和课后访谈对教师概率统计 PCK（学科教学知识）现状和来源进行调查研究，发现教师概率统计 PCK 整体现状不理想，发展不均衡，

具体表现在：在学生知识上，对学生的认知基础和理解水平比较了解，但在解释错误原因和评价学生方面存在不足；在课程知识上，比较好地掌握课程标准的相关要求以及概率统计的教育价值，但较少使用信息技术，不清楚课程标准的知识编排和课程设置的变化情况；在学科知识上存在知识理解错误、概念理解模糊、解释不准确等问题。针对这些问题，从教师、学校、教师培训以及高效师范生培育四方面提出了具体的建议。

#### 高中概率内容的课程标准分析

曹一鸣<sup>[44]</sup>基于知识的广度、深度、核心知识分布以及概率统计内容与排列组合知识内容的联系等，以来自亚洲、欧洲、美洲和非洲的 15 个国家的 20 个版本的高中数学课程标准为例对概率部分的内容进行定量定性比较，得出中国的概率内容呈现出“广而不深”的特点。

叶立军、王思凯<sup>[45]</sup>对 2017 年版和实验版课标中的概率统计内容从宏观和微观两个层面进行比较分析，发现 2017 年版新课标在知识内容的评价、编排和应用等方面均优于实验版课表。

朱亚丽、张慧慧、刘月<sup>[46]</sup>采用内容分析法、定量分析法和比较法等对新旧课标中必修课程和选择性必修课程中概率统计内容进行了比较分析，通过新旧课标的变化得出以下结论：新课标的课程目标要求更加准确、清晰、明了；在内容上强调使用信息技术；课程结构体系更加完整。依据以上变化还提出了相对应的教学建议。

综上所述，可以发现目前对于概率的研究大部分集中在概率教学、试题以及课标研究等方面，针对概率大单元的研究还是比较少的，因此本文的研究是有一定创新意义的。

### 3. 主要概念界定及运用的理论基础

#### 3.1 概念界定

##### 3.1.1 单元教学的含义

单元教学首先必须弄清楚何为“单元”，单元教学设计是在整体思维指导下，从提升学生数学核心素养的角度出发，通过教学团队的合作，对相关教材内容进行统筹重组和优化，并将优化后的教学内容视为一个相对独立的教学单元，以突出数学内容的主线以及知识间的关联性，在此基础上对数学单元整体进行循环改进的动态教学设计。

##### 3.1.2 UbD 理论及其要义

UbD 是 Understanding by Design 的缩写，常被学者翻译为“追求理解的教学设计”、“逆向教学设计”、“基于理解的教学设计”等。

UbD 理论是由美国两位著名的教育学博士格兰特·威金斯（Grant Wiggins, 1950-2015）和杰伊·麦克泰格（Jay McTighe）在 1988 年针对传统教学设计存在的活动导向和灌输导向的两个弊端而提出来的，逆向设计以预期目标为导向，将具体的结果设定为目标，接着以这些结果为依据来进行逆向设计，其最终的目的是让学生对他们所要学习的知识内容获得持久性理解。

#### 3.2 理论基础

##### 3.2.1 系统论中的主要观点

系统论由美籍奥地利人贝塔朗菲创立，旨在强调进行研究的对象都是一个有机完整体，不是简单的将各要素相加和汇总，在系统中每个要素都处于其独特的位置和起着独特的作用，同时各要素之间也存在着其内在的联系，最终形成了一个密不可分的整体。基于此，在进行教学时不应该只是仅仅关注一些零散的事实和知识以及单个的结论，而是要着重强调知识的整体性、结构性，从而建立起知识之间的内在联系，这为我们的单元整体教学研究奠定了理论基础以及指明了方向。

### 3.2.2 建构主义学习理论

建构主义理论内涵丰富，有众多流派，且包含了很多不同的理论观点，但这些观点之间都存在相同的地方，其主要代表人物有瑞士心理学家皮亚杰和苏联心理学家维果斯基。瑞士心理学家皮亚杰关于建构主义的观点通常被认为是建构主义的开端，该观点强调儿童通过与周边环境的相互作用即同化和顺应，来完善自身的认知结构，进而主动构建外部信息的过程。维果斯基的“文化-历史发展观和最近发展区理论”，强调人类个体要在有益的社会文化历史环境中学习，认为学习的过程旨在于激发个体内心潜在的心理机制。

概括来说，建构主义学习理论认为学习是学生对知识进行主动和有意义建构的过程，不再是教师简单向学生传递信息和学生被动接受信息的过程。在学习新知识时，要以原有的知识经验为基础，并对原有的知识进行意义建构。因此，在采用 UbD 理论进行教学设计时，教师要考虑以下方面：在教学中教师是起引导者、组织者的作用，更多的是让学生来参与课堂，因为学习是积极主动构建知识的过程，学习者要想真正的理解和运用所学知识，最终还是要自己去对知识内容进行有意义的建构。

## 4. 基于 UbD 理论下的单元教学设计

### 4.1 UbD 理论的概述

UbD 理论是由美国课程专家格兰特·威金斯和杰伊·麦克格泰针对学校教学中活动教学和灌输式教学的弊端而提出的旨在促进学生持续理解的单元教学设计理论框架。该理论认为“以终为始”是最好的设计，即在设计教与学活动之前，教师应思考学习者的学习期望是什么以及有什么证据能够证明学习者达到了该学习期望，该理论框架是对传统意义上的教学设计顺序的温和重构，因此该理论也被称为追求理解的逆向教学设计。UbD 理论以大概念来建构学习单元，围绕大概念来确定单元教学目标、预期理解、基本问题以及教学内容的优先次序，UbD 理论通过三个阶段来设计课堂教学：明确预期结果——确定合适的评估证据——设计学习体验和教学（如图 4-1 所示）。

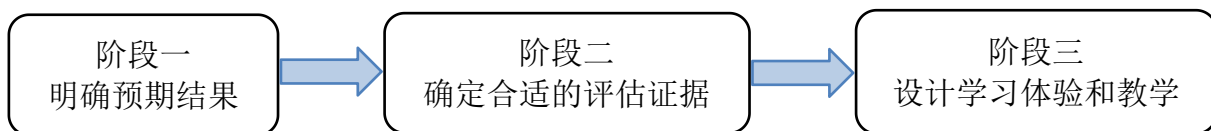


图 4-1 UbD 三阶段流程图

#### UbD 理论教学设计三阶段

第一阶段是明确预期结果。以终为始的 UbD 教学设计首先要确定课程或者单元学习完成后学习者所应该知道、理解的知识和具备的能力。回答“期望学生到哪里去”的问题。

需要传授的知识内容通常比我们在有限的时间内所能够讲授的知识内容要多，因此可以从国家、州、地区或者机构的标准出发，因为这些标准明确了学生所需要知道的内容以及必备的技能，从而为我们确定教与学的优先次序提供了一个有用的框架，该框架由三个嵌套的椭圆形构成，如图 4-2 所示：

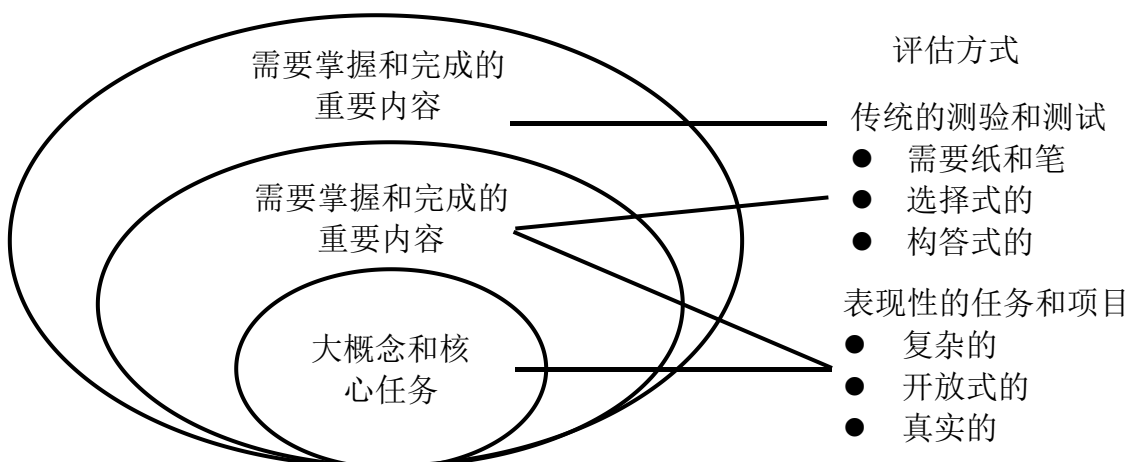


图 4-2 确定优先次序框架图

在这个框架中，最大椭圆之外的空白区域代表了在该课程或单元中所有可能会考查的内容比如主题、技能、资源等。但是在教学中我们不可能将所有的内容全部都进行讲授，这意味着教师需要在最大的椭圆范围之内去选择、确定学生应该熟悉的知识，例如在单元或课程中教师希望学生听读、浏览、研究，或意外获得的知识。中间的椭圆形则表示需要学生掌握和完成的重要内容，这些内容与本单元或其他相关的主题单元学习具有关联和传递效力。对于最内层的椭圆则需要教师进行审慎的决定，因为该椭圆内的内容一般是单元或课程的大概念以及处于学科中心的迁移任务。

第二阶段是确定合适的评估证据。教师通过设计能够提供充分证据的表现性任务来了解学习者对知识技能、概念理解、迁移能力所达到的水平。如果学生能够完成此任务，则标明学生已经达到了阶段一中所确定的预期目标，即回答“怎么知道学生到了那里”的问题。

为了提供多元评估依据，即为了更好地了解预期结果的达成情况而设计的可靠且有用的证据，《追求理解的教学设计》一书中论述了三种评估依据：表现性任务、其他证据和自我反思。其中表现性任务是指呈现给学生一定的真实问题情境，学生通过设计解决问题的方案或用实际行动解决问题，根据学生在完成任务的过程中的表现来对学生进行评价，为了更好地发挥表现性任务的评价作用，威金斯还提出了运用“GRASPS”工具来架构表现性任务，“GRASPS”工具所包含的具体内容如图 4-3 所示。

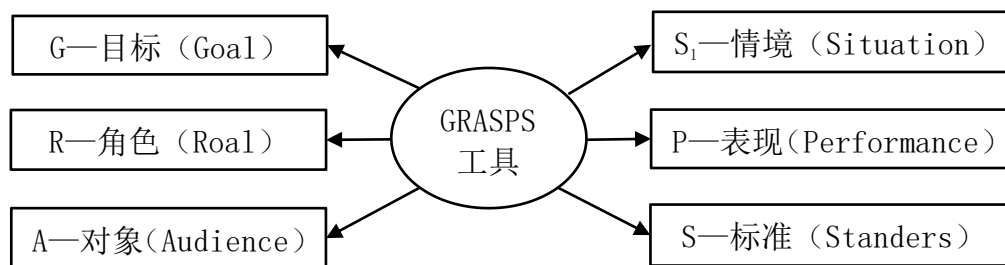


图 4-3 GRASPS 工具所包含的具体内容图

同时，该书中还强调利用“理解六侧面”来检验评估依据设计的合理性，从而达到“追求理解”的目的。其他证据通常是指学生在随堂测试、口头提问、档案袋管理、整理思维导图等学习任务中的表现（如表 4-1）。因此，面向预期结果的证据不只是指教学结束后的测试或最终完成的任务，还包括在单元或课程学习过程中开展各种正式和非正式的评估而收集起来的证据<sup>[47]</sup>。

表 4-1 评估依据表

名称	概念	特点
对理解的非正式检查	包括教师提问、检查作业和目光注视等。	属于教学过程的一部分，无需打分或评定等级，不耗费太多精力。
随堂测验与测试	有熟悉的评价格式，包括简单的、聚焦内容的题目。	是对基础性知识与技能的评估；一般使用选择、判断、简答等；有着唯一正确的答案。
问答题	要求学生进行批判性思考的开放性问题。	没有唯一的答案，答案是开放的；设计分析、综合和评价；是对特定主题或问题的建构。
表现性任务	呈现给学生一定的真实问题情境，学生通过设计解决问题的方案用实际行动解决问题。有短期任务或长期任务，包括一个或多个成果。	涉及真实的情境；通常需要学生进行扮演；更多地发挥学生的个性；预先知道任务与评价标准；

第三阶段是设计学习体验。根据阶段一和阶段二的内容进行展开，即在确定预期目标和评估证据的基础上，教师应该设计出学生参与度高，能够帮助学生在表现性任务中获得更好表现的教学活动，以此达到阶段一所确定的预期结果，回答“如何更好地到那里”的问题。

在设计教学活动时，下面几个问题值得教师再三考虑：假如学生想要有效地进行学习并获得期望的效果，他们需要掌握哪些知识（事实、概念、原理）与技能（过程、步骤、策略）？为了让学生获得这些需要的知识和技能我们可以设计哪些活动？同时为了实现表现性目标，哪些内容是我们应该要教给学生的，在教师的指导下学生应该要干什么，最后如何来组织最适合教学内容和学习资源来进行教学？要达成这些目的，哪些材料和资源是最适宜的？教师要思考如何设计出兼具吸引力与有效性的学习活动。该理论提出了 WHERETO 要素，并对教学设计元素作出了详细的归纳，每个字母都有其特别的寓意（如图 4-4）。教学设计的开始、过程、结束要根据详细的情况进行安排，但它是作为检验教学活动设计的一种方法，因此教师并不一定要严格遵循 WHERETO 的顺序来设计教学活动。



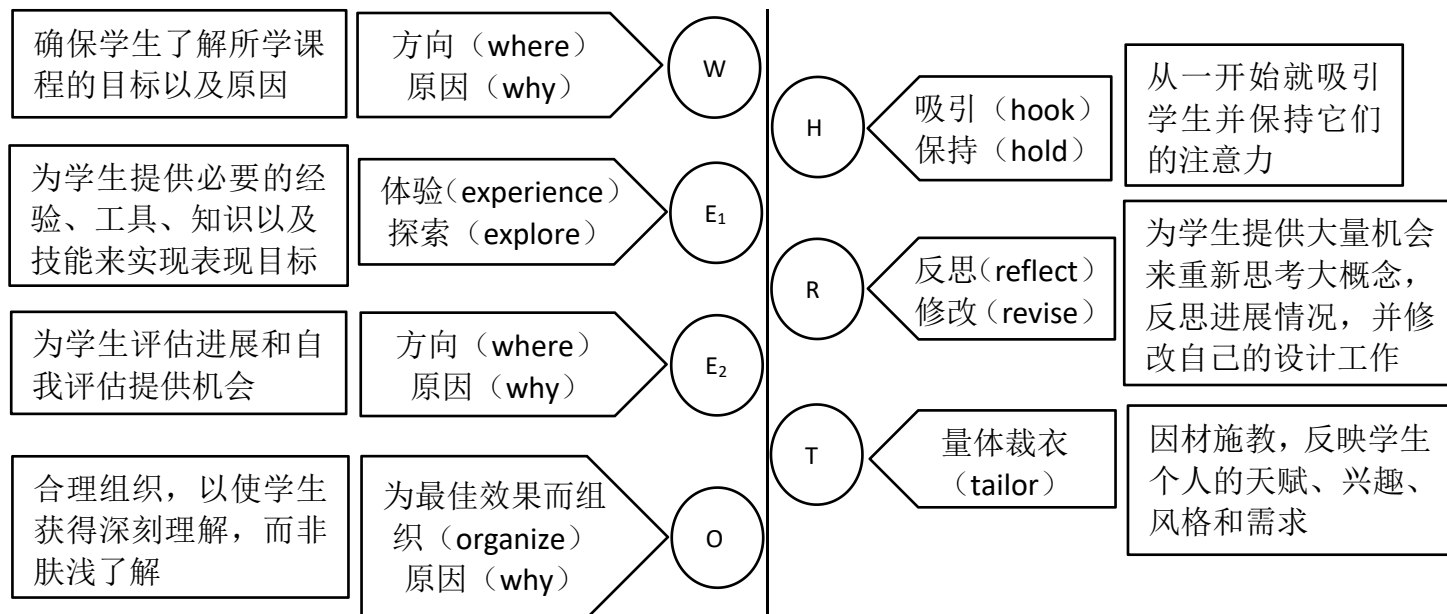


图 4-4 WHERETO 要素及其含义图

根据以上对 UbD 理论三阶段的分析, 下表给出了依据 UbD 理论进行教学设计的模板雏形。

阶段 1——预期结果	
所确定的目标: <ul style="list-style-type: none"> <li>● 此设计将达到什么目标 (例如: 内容标准、课程或项目目标、学习结果)?</li> </ul>	
理解 学生将理解…… <ul style="list-style-type: none"> <li>● 大概念是什么?</li> <li>● 期望他们获得的特定理解是什么?</li> <li>● 可预见的误解是什么?</li> </ul>	基本问题: <ul style="list-style-type: none"> <li>● 什么样的启发性问题能够促进探究、理解和学习迁移?</li> </ul>
学生将会知道…… <ul style="list-style-type: none"> <li>● 作为本单元的学习结果, 学生将会获得哪些关键知识和技能?</li> <li>● 习得这些知识和技能后, 他们最终能够做什么?</li> </ul>	学生将能够做到……
阶段 2——评估证据	
表现性任务: <ul style="list-style-type: none"> <li>● 学生通过哪些真实的表现性任务证明自己达到了预期的理解目标?</li> <li>● 通过什么标准评判理解成效?</li> </ul>	其他证据 <ul style="list-style-type: none"> <li>● 学生通过哪些其他证据 (例如: 小测验、考试、问答题、观察、作业、日志) 证明自己达到了预期结果?</li> <li>● 学生如何反馈和自评自己的学习?</li> </ul>
阶段 3——学习计划	

学习活动:

哪些学习体验和教学能够使学生达到预期的结果? 设计将如何:

W=帮助学生知道此单元的方向(Where)和预期结果(What)? 帮助教师知道学生从哪(Where)开始(先前知识、兴趣)?

H=把握(Hook)学生情况和保持(Hold)学生兴趣?

E=武装(Equip)学生,帮助他们体验(Experience)主要观点和探索(Explore)问题?

R=提供机会去反思(Rethink)和修改(Revise)他们的理解及学习表现?

E=允许学生评价(Evaluate)他们的学习表现及其含义?

T=对于学生不同的需要、兴趣和能力做到量体裁衣(Tailor)(个性化)?

O=组织(Organize)教学使其最大程度地提升学生的学习动机与持续参与的热情,提升学习效果?

## 4.2 大概念和基本问题的内涵

UbD 理论强调,在确定预期的学习目标之前就要确定教学内容的大概念,但它并不是指某一个具体知识的观念,而是指的是在这一具体知识的后面更加重要的认识与理念,是对概念间关系、事物性质、特征以及内在关系和规律的高度抽象概括。在课时教学中渗透大概念是有一定难度的,因此大概念比较适合在单元教学中来进行探究与讨论,而且渗透大概念是一个循序渐进的过程,不可能一蹴而就。旨在更好地渗透大概念、使单元教学设计有更好的效果,UbD 理论运用基本问题来架构内容目标。基本问题一般都会有如下特点:能够推进对某一特殊主题单元内容的理解;能够连接知识间的纽带;依据大概念提出并指向和突出大概念。同时,基本问题有四种不同但又有所重叠的含义:在学习者的一辈子中会反复出现;指向某一学科的重点大概念或核心思想;学习核心内容所需要的东西;能够更大程度地吸引学习者。UbD 理论提出了六个指标(如表 4-2)来帮助教师在单元教学设计中找出基本问题<sup>[47]</sup>。

表 4-2 基本问题的六个指标

指标一	真正引起大概念和核心内容的相关探究
指标二	激发对更多问题的深度思考、热烈讨论、持续探究和新的理解
指标三	要求学生考虑其他不同观点,权衡证据,论证自己的想法和回答
指标四	激励学生对大概念、假设和过往的经验教训进行必要的、持续的反思
指标五	激发与先前所学知识和个人经历的有意义联系
指标六	自然重现,为迁移到其他情境和学科创造机会

## 4.3 理解内涵及其表现形式

理解是指《Understanding by Design》中的“Understanding”,是 UbD 理论的核心也是其最终要达到的目标,该书单独用了一章的内容来介绍理解的内涵,

在介绍定义之前，我们需要先弄清楚理解和知道之间的区别，如下表 4-3 所示：

表 4-3 知道与理解的对比表

知道	理解
事实	事实的意义
大量相关事实	提供事实关联和意义的理论
可证实的主张	不可靠的、形成中的理论
对或错	有关程度或复杂性
知道一些正确的事情	我理解为什么它是知识，什么使它成为知识
根据所知回应提示	我能够判断何时使用以及何时不用我所知的内容

通过上面的表格对二者做了区分之后，紧接着便来探讨理解的概念，即什么是理解呢？既可以把理解当作动词来看待，也可以把其看作是名词。当理解作为动词时是指能够智慧而有效地掌握和运用知识与技能；作为名词时是指努力去理解（动词）的成功结果。因此，真正的理解应该是一把万能的特殊工具，能够弄清楚事物的主旨以及将所掌握的知识创造性地、灵活地、流畅地运用到其他问题、任务和领域中，而不是对知识进行简单的回忆和再现。例如到数学学习范畴中，名词理解指的是数学知识背后的数学思维；动词解释是指掌握数学知识与技能的能力。

同时，理解的内涵不是单一的而是相关能力的综合，格兰特·威金斯和杰伊·麦克格泰在书中将兼具多维性和复杂性的理解概括和界定为六个侧面（如表 4-4），这为理解提供了多元化的指标。

表 4-4 理解六侧面

理解六侧面	具体内涵
侧面 1：解释	恰如其分地运用理论和图示，有见地、合理地说明事件、行为和观点；通过归纳或推理，系统合理地解释现象、事实和数据；洞察事物间的联系并提供例证。
侧面 2：阐明	演绎、解说和转述，从而提供某种意义；叙述有深度的故事、提供合适的转化、从历史角度或个人角度揭示观点和事件的含义、通过图片、趣闻、类比和模型等方式达到理解的目的。
侧面 3：应用	在新的、不同的、现实的情境中有效地使用知识；在各种不同的真实情境中有效地使用和调整我们学到的知识
侧面 4：洞察	批判性的、富有洞见的观点；批判性地看待、聆听观点、观其大局
侧面 5：神入	感受到别人的情感和世界观的能力；能从他人认为古怪的、奇特的或难以置信的事物中发现价值、在先前直接经验的基础上进行敏锐的感知
侧面 6：自知	知道自己无知的智慧，知道自己的思维模式与行为方式是如何促进或妨碍认知；显示元认知意识、察觉诸如个人风格、偏见、心理投射和思维习惯等促成或阻碍理解的因素、意识到我们不理解的内容、反思学习和经验的意义

侧面 1 解释指恰当的应用理论和图示,对事件行为和观点进行有见地、合理的说明,需要学习者回答“是什么、为什么和怎么样”等这类问题,比如在概率单元中,学生能够解释频率与概率之间的联系与区别;侧面 2 阐释是指通过演绎、解说和转述的过程来提供某种意义,比如从大量的数据中得到数学结论;侧面 3 应用指学生能够将所学的数学知识应用在新的、不同的、现实的情境中,比如可以利用所学的概率知识来判断某个抽奖活动是否公平;侧面 4 洞察是指具有批判性、富有洞见的观点,比如在建构古典概型的方法时,根据样本空间的不一样,可以有多种构建方法,学习者对这些不同的方法进行评价;侧面 5 神入是指能感受到别人的情感与世界观的能力;侧面 6 自知学生在学习过程中能够客观的进行自我评价,在反思中不断地提升自我。

#### 4.4 单元教学设计流程

根据以上内容的分析,确定了基于 UbD 理论下的单元教学设计有如下四个阶段:分析单元教学要素、确定单元教学目标、确定评价方式及设计教学活动,具体流程如图 4-5 所示:

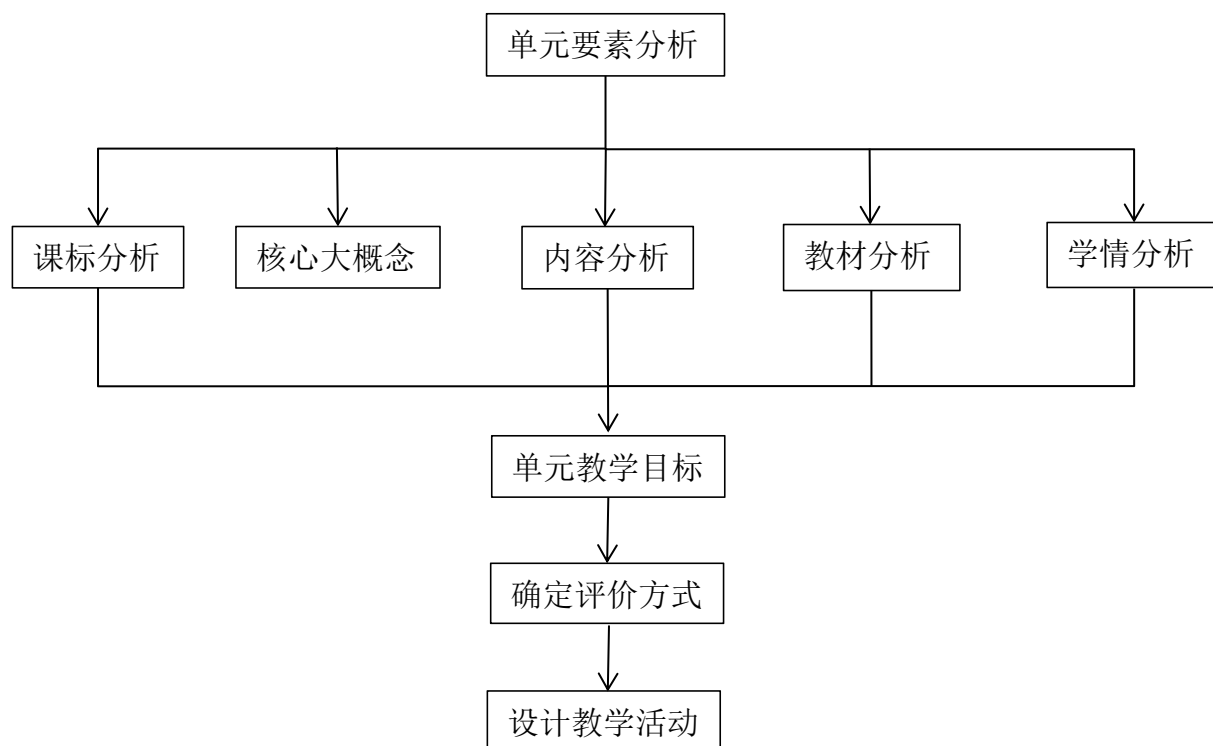


图 4-5 UbD 理论下的单元教学设计流程

#### 4.4.1 分析单元教学要素

Ubd 理论强调理解为先,理解不仅需要从解释、阐明、应用、洞察、自知和神入六个维度进行横向考虑,还需要从所熟知的基础知识、需要掌握和完成的重要内容及核心大概念进行纵向深入,但结合目前的教育现状,设计教学目标还要充分考虑课程标准、教材、重难点及核心素养。基于此,设计教学目标主要从:课标要求;核心大概念和基本问题;内容要求;素养要求等进行分析。

##### 4.4.1.1 课标要求

通过对《普通高中数学课程标准(2017年版2020修订)》进行解读,可以了解到对概率单元教学作出了如下要求,如表4-5所示:

内容	课标要求
随机事件与概率	<p>结合具体实例,理解样本点和有限样本空间的含义,理解随机事件与样本点的关系。了解随机事件的交、并与互斥的含义,能结合实例进行随机事件的交、并运算。</p> <p>结合具体实例,理解古典概型,能计算古典概型中简单随机事件的概率。</p> <p>通过实例,理解概率的性质,掌握随机事件概率的运算法则。结合实例,会用频率估计概率。</p>
随机事件的独立性	<p>结合样本空间,了解两个随机事件独立性的含义。结合古典概型,利用独立性计算概率。</p>

表 4-5 新课标对概率单元的基本要求

从上表可以看出,课程标准对概率单元这一章节的要求大部分都是通过实例来理解和掌握数学知识内容,而要达到这些要求则必须要以有效的理解为基础。

##### 4.4.1.2 核心大概念

根据前文所介绍的大概念定义,想要提炼出概率单元的大概念,首先需要对本单元内容的 2019 北师大版高中数学必修第一册<sup>[49]</sup>(以下简称新教材)与 2013 北师大高中数学必修三(以下简称旧教材)进行比较分析(如表 4-6),以获得对本单元的内容有一个清楚的了解。

表 4-6 新旧教材对比

新教材必修第一册第七章	旧教材必修三第三章
7.1 随机现象与随机事件	3.1 随机事件的概率
7.1.1 随机现象	3.1.1 频率与概率
7.1.2 样本空间	3.1.2 生活中的概率
7.1.3 随机事件	

7.1.4 随机事件的运算	
7.2 古典概型	3.2 古典概型
7.2.1 古典概型	3.2.1 古典概型的特征和概率计算公式
7.2.2 古典概型的应用	3.2.2 建立概率模型 3.2.3 互斥事件
7.3 频率与概率	3.3 模拟方法—概率的应用
7.4 事件的独立性	

从表格中可以看出,与旧教材相比,新教材增加了新概念——样本空间和样本点;将“事件的独立性”这部分内容从旧教材的选修调整为新教材的必修;把频率与概率作为单独的一节列出来;移除了几何概型,仅仅介绍古典概型这一概率模型。

变化原因分析:

通过增加样本空间和样本点,可以用高中所学的集合语言去刻画随机事件:引入样本空间 $\Omega$ ,样本点 $\omega_i (i=1,2,3,\dots,n)$ 。随机事件 $A, B (\Omega$ 的子集等), $\Omega$ 为必然事件, $\emptyset$ 为不可能事件。从而能够利用集合之间的关系和运算去类比学习随机事件之间的关系和运算,将复杂的事件转化为简单事件的运算结果来解决,进而从集合的角度去解决概率问题<sup>[50]</sup>,这与以往的文字表述相比,更加严谨、简洁和规范。

之所以将事件的独立性提前至必修内容是因为在解决有些问题的过程中已不知不觉用到了事件独立性的概率乘法计算公式。同时与选修教材中通过有难度的“条件概率,过渡得到独立事件”的安排相比,必修教材的安排更符合学生学生的认知规律,易于理解掌握——通过对两个试验中事件之间关系的探究,由 $P(AB)=P(A)P(B)$ ,得到事件 $A$ 与 $B$ 相互独立。

通过对新旧教材的对比分析,将本章的大概念确定为:理解样本空间的基础地位和建构依据;强调“随机事件”概念及其符号化的教学;重点关注概率的估算方法的教学,尽可能使用计算机开设随机模拟试验<sup>[51]</sup>。

#### 4.4.1.3 内容分析

“概率”单元是2019版北师大必修第一册第七章的内容,本章安排在“统计”单元之后,概率与统计之间既存在联系又有区别,在本单元学习完成后,选择性必修第一册第六章对概率内容进行了更深入的研究,因此本单元是高中概率学习的开端,为之后选择性必修概率内容的学习奠定知识基础,在必修课程中概率单元的内容主要分为四节,教学时间约需9课时,如表4-7所示:

表 4-7 必修第一册概率内容及课时安排

北师大版新教材	
必修第一册第七章	§ 1 随机现象与随机事件 (3 课时)
	§ 2 古典概型 (3 课时)
	§ 3 频率与概率 (1 课时)
	§ 4 事件的独立性 (1 课时)
	本章小结 (1 课时)

第一节是随机现象与随机事件，共有 4 个小节，涵盖的知识点主要有随机现象、样本点、样本空间，随机事件及随机事件的运算。

“随机现象”的主要内容是通过例举生活中的一些常见现象，使学生明白随机现象在我们的生活中是普遍存在的，进而概括出随机现象的两个特征：结果至少有 2 种；事先并不知道哪个结果会出现。

“样本空间”的主要内容是首先对试验和试验结果下定义，接着通过两个案例：抛硬币一次和连续抛三次的试验，观察正、反面出现的情况；射击目标 1 次和连续射击 10 次，观察命中的情况。分析两个案例的共同特征，抽象概括出样本空间和样本点的概念。

“随机事件”的主要内容是通过抛骰子的试验，使用集合的方式来分析归纳出随机事件、必然事件以及不可能事件的含义。

“随机事件的运算”的主要内容是依次通过不同的案例分析归纳出交事件（积事件）、并事件（和事件）、互斥事件和对立事件的含义，并用 Venn 图进行直观刻画。

第二节是古典概型，本节分为 2 小节，主要讲解古典概型的概率计算公式以及古典概型的应用。

“古典概型概率计算公式”通过熟悉的抛骰子试验，分析出等可能性和结果有限性两个特征，给出三个求解可能性的问题，揭示概率的概念，进而得到古典概型的概率计算公式。

“古典概型的应用”通过例 2 让学生熟悉使用古典概型的步骤，例 3 的模球试验，给出了 4 种解法旨在让学生明白在求解问题的进程中，可以通过构建不同概率模型，来简化问题的求解进程。通过思考交流中的三个试验，得到互斥事件的概率加法公式。

第三节是频率与概率，本节的主要内容是通过投篮命中率、抛硬币试验中正面朝上的频率、男孩出生的频率等案例，通过模拟这些大量重复的试验，来说明频率兼具随机性与稳定性，从而给出概率的统计定义，进一步理解和掌握二者之间的联系与区别。

第四节是事件的独立性，通过对两个试验（抛骰子试验和有放回摸球试验）中事件之间关系的探究，分别计算 $P(A)$ 、 $P(B)$ 、 $P(AB)$ 归纳出共同点，即 $P(AB) = P(A)P(B)$ ，由此得到相互独立事件的含义及相互独立事件同时发生的概率计算公式。

概率论是研究随机现象规律的一门独立学科。它起源于博弈问题，后经许多数学家的研究和规范最终形成了严格的公理化体系，成为一门独立的数学分支。在这个过程中具有突出贡献的数学家有费马、帕斯卡等，具体如表 4-8 所示：

表 4-8 数学家所做贡献表

	数学家	在概率中所做的贡献
1	费马、帕斯卡（1654 年）	解决了分赌金的问题，并建立了概率论一个基本的概念——数学期望
2	惠更斯（1657 年）	发表了最早的概率论著作——《论赌博中的计算》
3	雅各布·伯努利（1713 年）	《猜测术》中首次提出后来以“伯努利定理”著称的极限定理，成为概率论的真正奠基人
4	棣莫弗（1733 年） 高斯（1809 年）	引进正态分布
5	蒲丰（1777 年）	提出了投针问题和几何概型
6	拉普拉斯（1812 年）	出版了《概率的分析理论》，使概率问题系统化，提出了概率的古典定义。
7	切比雪夫（1866 年）	建立了关于独立随机变量序列的大数定理，推广了拉普拉斯的极限定理，建立了更一般的中心极限定理。
8	贝特朗（1899 年）	提出了“贝特朗悖论”
9	博雷尔（1905 年）	将测度论方法引入概率论
10	柯尔莫戈洛夫（1933 年）	在《概率论的基本概念》一书中给出概率的公理化定义，标志公理化概率论的问世

通过对以上内容的分析，学生在学完本单元内容的知识后，能够提升数学抽象、数学建模、数学运算以及逻辑推理等核心素养，具体内容如下表 4-9 所示：



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/567152033162006025>