

2021 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. -8 的倒数是（ ）

- A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(ab)^3 = a^3b^3$

3. 一家鞋店对上周某品牌女鞋的销售量统计如下：

尺寸(码)	35	36	37	38	39
销售量 (双)	2	4	11	7	3

这家鞋店决定本周进该品牌女鞋时多进一些尺寸为 37 码的鞋，影响鞋店决策的统计量是（ ）

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

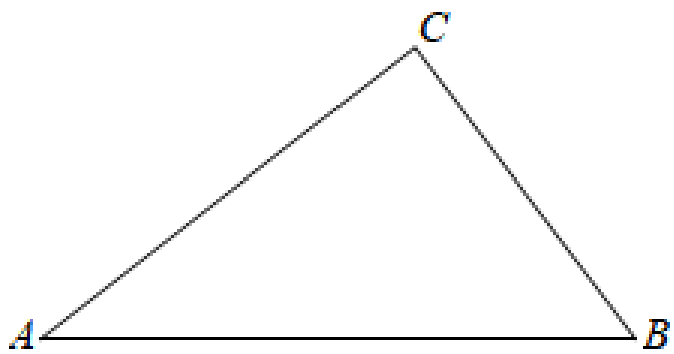
4. 下列方程中，有实数解的是（ ）

- A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $x^2 + 1 = 0$
C. $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ D. $\sqrt{x-1} = 1-x$

5. 下列命题中，假命题是（ ）

- A. 对角线互相垂直的矩形是正方形
B. 对角线相等的菱形是正方形
C. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形
D. 对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

6. 如果两个圆相交，且其中一个圆的圆心在另一个圆的圆内时，我们称此两圆的位置关系为“内相交”。如图 1，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，点 O 在边 AC 上。如果 $\odot C$ 与直线 AB 相切，以 OA 为半径的 $\odot O$ 与 $\odot C$ “内相交”，那么 OA 的长度可以是（ ）



- A. $\frac{16}{5}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 计算： $a(a+1) =$ _____.

8. 函数： $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域是_____.

9. 方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ x^2-y^2=0 \end{cases}$ 的解是_____.

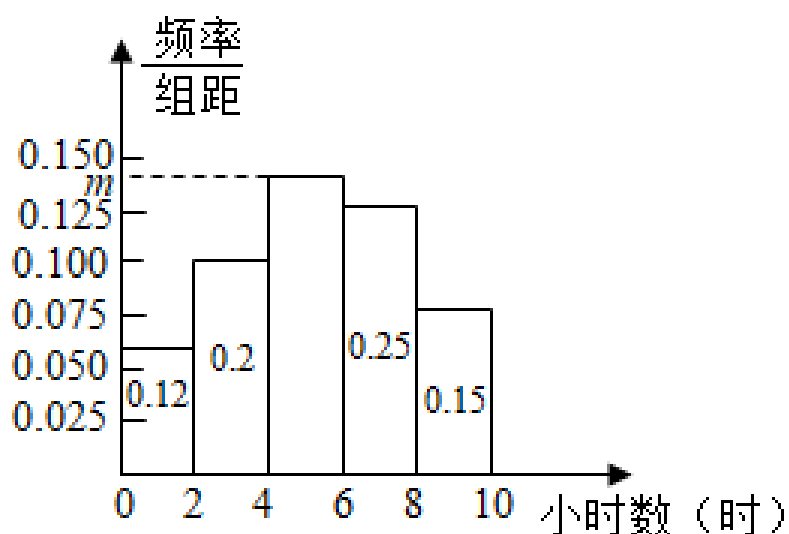
10. 正多边形的一个外角等于 20° ，则这个正多边形的边数是_____.

11. 如果抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点是坐标轴的原点，那么 m 的取值范围是_____.

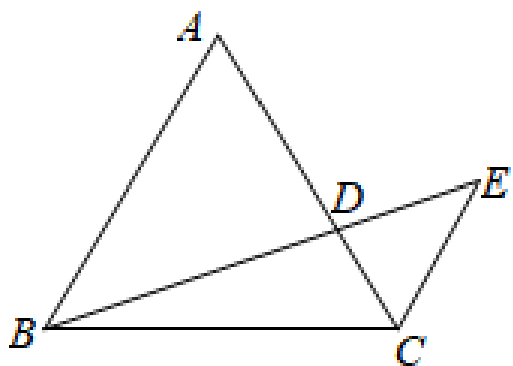
12. 观察反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象，当 $0 < x < 1$ 时， y 的取值范围是_____.

13. 从 $\frac{2}{9}$ ， $\sqrt{2}$ ， π 这三个数中任选一个数，选出的这个数是有理数的概率为_____.

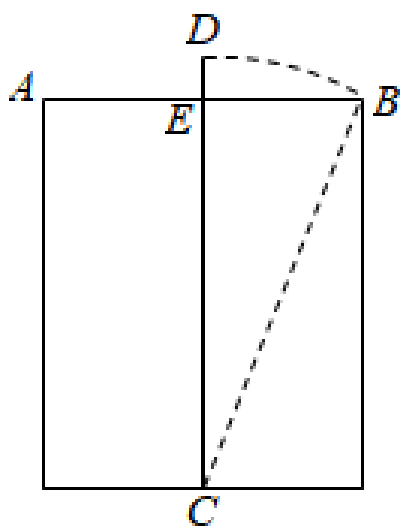
14. 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间，对本校全体学生进行了调查，并绘制如图所示的频率分布直方图，那么图中 m 的值为_____.



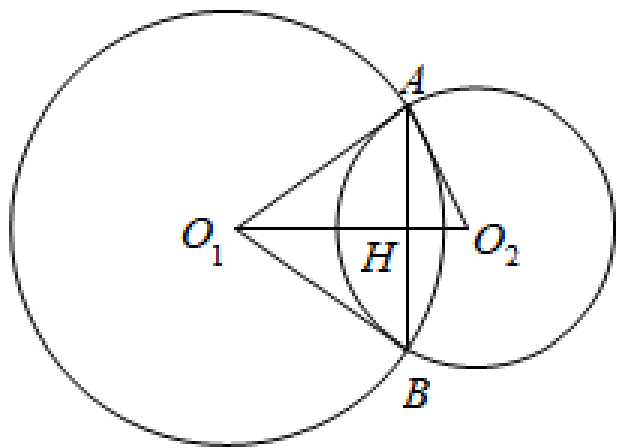
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=12$ ， $DC=4$ ，过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 BD 的延长线于点 E ， $\vec{AB} = \vec{a}$ ， $\vec{BC} = \vec{b}$ ，那么 \vec{BE} 用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 表示为_____.



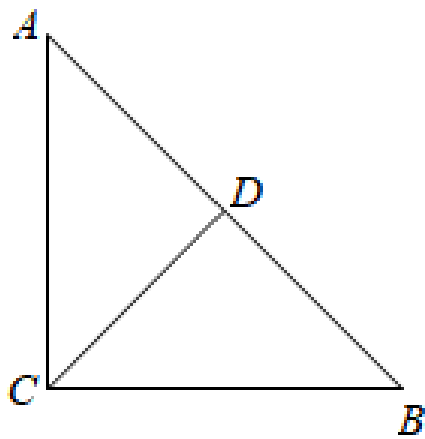
16. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺．引葭赴岸，适与岸齐，问水深几何？”（注：丈，尺是长度单位，1丈=10尺）这段话的意思是：有一水池一丈见方，池中央生有一棵芦苇，露出水面一尺．如把它引向岸边，正好与岸边齐．问水有多深？即如图所示的截面图中， $AB=1$ 丈， CD 垂直平分 AB ， $DE=1$ 尺， $CD=CB$ ，那么水的深度 CE 是_____尺．



17. 如图，已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，圆心 O_1 、 O_2 在公共弦 AB 的两侧， $AB=O_1O_2=4$ ， $\sin \angle AO_1B = \frac{12}{13}$ ，那么 O_2A 的长是_____．



18. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=6$ ， CD 是斜边 AB 的中线．将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，点 B 、点 C 分别落在点 B' 、点 C' 处，且点 B' 在射线 CD 上，边 AC' 与射线 CD 交于点 E ．如果 $\frac{AE}{EC'}=3$ ，那么线段 CE 的长是_____．



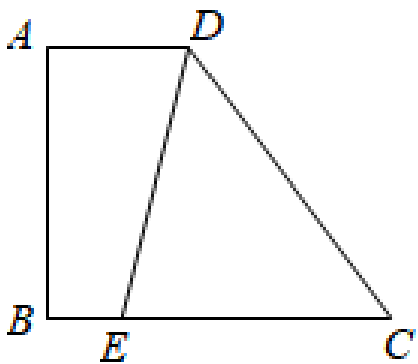
三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. (10 分) 计算： $27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2}-1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \frac{2}{\sqrt{2}-1}$.

20. (10 分) 解不等式组：
$$\begin{cases} 6\left(\frac{2}{3}x-2\right) < x-3 \text{ ①} \\ \frac{1-x}{2} \leq x \text{ ②} \end{cases}$$
，并求出它的正整数解.

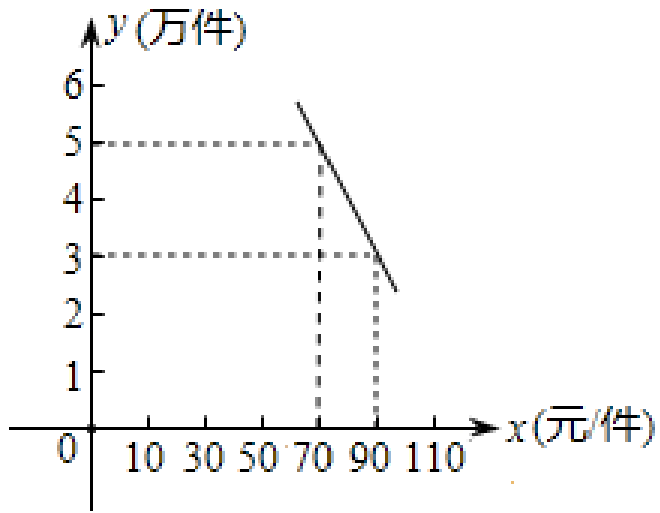
21. (10 分) 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $CD = 15$ ， $BC = 16$ ， $AB = 12$ ，点 E 是边 BC 上的一点，联结 DE ，且 $DE = CE$.

- (1) 求梯形 $ABCD$ 的面积；
- (2) 求 $\angle DEC$ 的正切值.



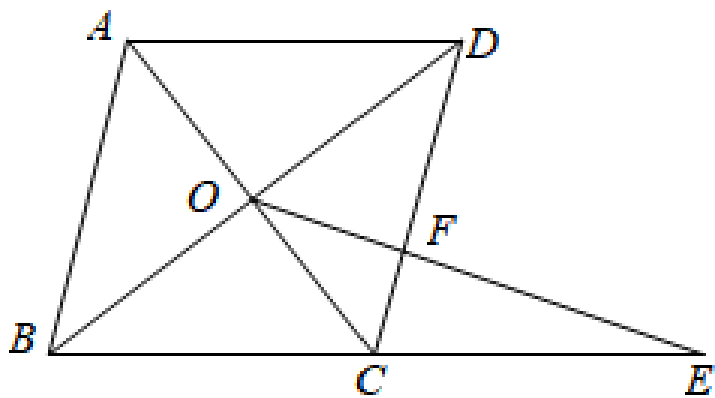
22. (10 分) 某商店销售一种商品. 经过市场调查发现：该产品的销售单价需定在 50 元到 110 元之间较为合理，每月销售量 y (万件) 与销售单价 x (元/件) 存在如图所示的一次函数关系. 根据图象提供的信息，解答下列问题：

- (1) 求这种商品的每月销售量 y (万件) 关于销售单价 x (元/件) ($50 \leq x \leq 110$) 的函数解析式；
- (2) 已知六月份、八月份这种商品的销售单价分别为 95 元/件和 84 元/件，且每月销售量的增长率是相同的，求这个增长率.



23. (12分) 如图, 已知四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, BD 平分 $\angle ABC$, 点 E 在边 BC 的延长线上, 联结 OE , 交边 CD 于点 F .

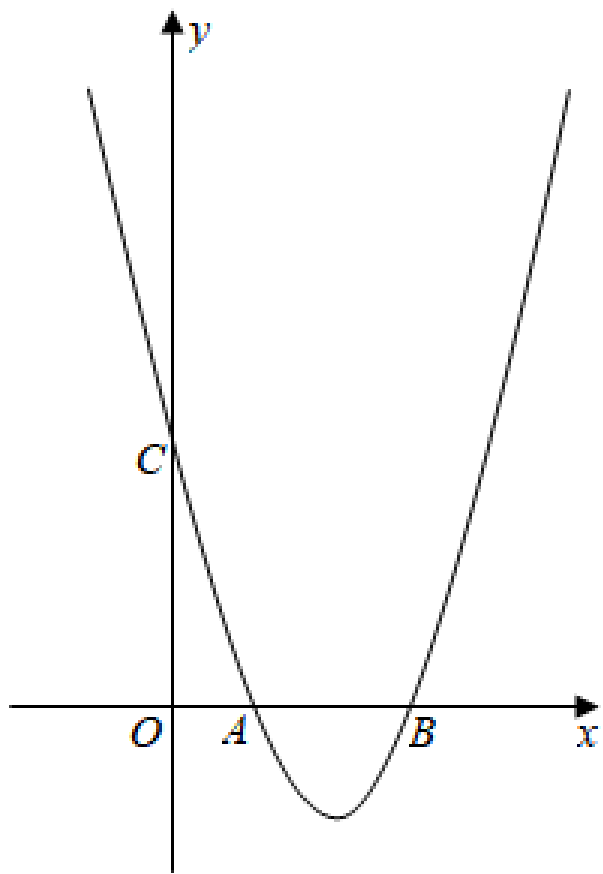
- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
- (2) 如果 $OE \perp CD$, 求证: $CE \cdot OF = CF \cdot OE$.



24. (12分) 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - \frac{16}{3}x + c$ 经过点 $A(1, 0)$ 、

$B(3, 0)$, 且与 y 轴交于点 C .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 如果将抛物线向左平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 联结 AC 、 BC , 当抛物线与 $\triangle ABC$ 的三边有且只有一个公共点时, 求 m 的值;
- (3) 如果点 P 是抛物线上一动点, 且在点 B 的右侧, 联结 PC , 直线 PA 交 y 轴于点 E , 当 $\angle PCE = \angle PEC$ 时, 求点 P 的坐标.



25. (14分) 已知半圆 O 的直径 $AB=4$, 点 C, D 在半圆 O 上 (点 C 与点 D 不重合), $\angle COB = \angle DBO$, 弦 BD 与半径 OC 相交于点 E , $CH \perp AB$, 垂足为点 H , CH 交弦 BD 于点 F .

(1) 如图 1, 当点 D 是 \widehat{AC} 的中点时, 求 $\angle COB$ 的度数;

(2) 如图 2, 设 $OH=x$, $\frac{CF}{CE}=y$, 求 y 关于 x 函数解析式, 并写出定义域;

(3) 联结 OD, OF , 如果 $\triangle DOF$ 是等腰三角形, 求线段 OH 的长

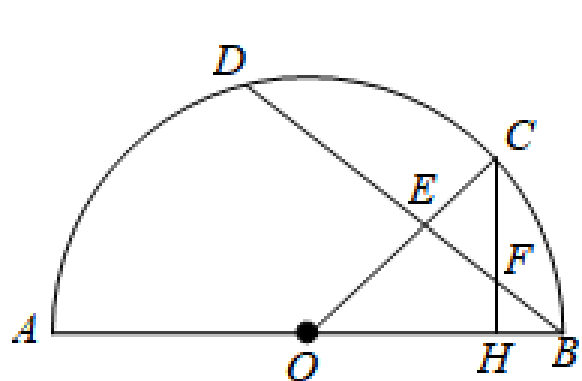


图 1

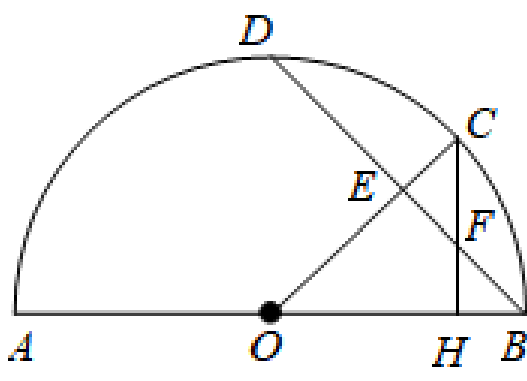
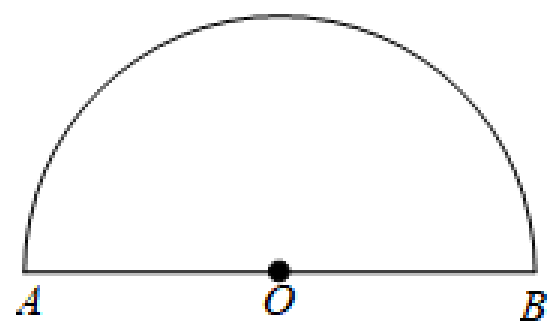


图 2



备用图

2021 年上海市长宁区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. -8 的倒数是（ ）

- A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

【分析】根据倒数的定义，互为倒数的两数乘积为 1， $-8 \times (-\frac{1}{8}) = 1$ ，即可解答.

【解答】解：根据倒数的定义得： $-8 \times (-\frac{1}{8}) = 1$ ，

因此 -8 的倒数是 $-\frac{1}{8}$.

故选：C.

【点评】此题主要考查倒数的概念及性质，属于基础题，注意掌握倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数.

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(ab)^3 = a^3b^3$

【分析】直接利用同底数幂的乘除运算法则、积的乘方运算法则分别计算得出答案.

【解答】解：A、 $(a^2)^3 = a^6$ ，故此选项错误；

B、 $a^2 \cdot a^4 = a^6$ ，故此选项错误；

C、 $a^6 \div a^3 = a^3$ ，故此选项错误；

D、 $(ab)^3 = a^3b^3$ ，故此选项正确；

故选：D.

【点评】此题主要考查了同底数幂的乘除运算、积的乘方运算，正确掌握相关运算法则是解题关键.

3. 一家鞋店对上周某品牌女鞋的销售量统计如下：

尺寸（码）	35	36	37	38	39
销售量 （双）	2	4	11	7	3

这家鞋店决定本周进该品牌女鞋时多进一些尺寸为 37 码的鞋，影响鞋店决策的统计量是

()

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

【分析】平均数、中位数、众数是描述一组数据集中程度的统计量；方差、标准差是描述一组数据离散程度的统计量。销量大的尺码就是这组数据的众数。

【解答】解：鞋店最关心的应该是某一尺码鞋子的销售量最多，在统计量中也就是众数，所以影响鞋店决策的统计量是众数，

故选：B。

【点评】此题主要考查统计的有关知识，熟练掌握平均数、中位数、众数、方差的意义是解题的关键。

4. 下列方程中，有实数解的是 ()

A. $x^2 - x + 1 = 0$

B. $x^2 + 1 = 0$

C. $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$

D. $\sqrt{x-1} = 1-x$

【分析】解各个方程，根据解的情况得结论。

【解答】解：方程 $x^2 - x + 1 = 0$ 的根的判别式 $\Delta = 1 - 4 = -3 < 0$ ，

所以方程 A 没有实数解；

方程 $x^2 + 1 = 0$ 的根的判别式 $\Delta = 0 - 4 = -4 < 0$ ，

故方程 B 没有实数解；

方程 $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ 可变形为 $x^2 - 4 = 2x - 2$ ，整理得 $x^2 - 2x + 1 = 3$ 。

解得 $x = 1$ ，当 $x = 1$ 时，故方程 C 没有实数解；

方程 $\sqrt{x-1} = 1-x$ 的解为 $x = 1$ 。

故选：D。

【点评】本题考查了一元二次方程、分式方程、无理方程的解法，掌握一元二次方程、分式方程及无理方程的解法是解决本题的关键。

5. 下列命题中，假命题是 ()

A. 对角线互相垂直的矩形是正方形

B. 对角线相等的菱形是正方形

C. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形

D. 对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

【分析】根据正方形的判定判断即可。

【解答】解：A、对角线互相垂直的矩形是正方形；

B、对角线相等的菱形是正方形；

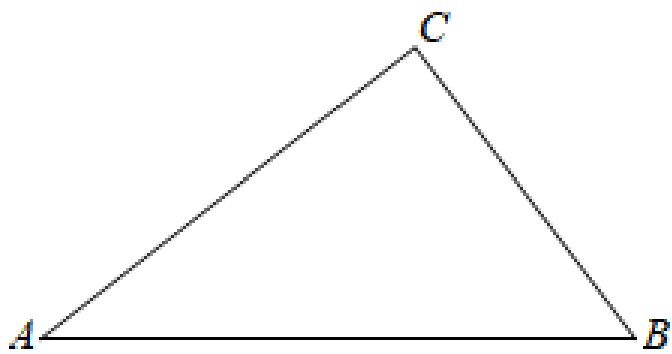
C、对角线互相相等且垂直平分的四边形是正方形；

D、对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形；

故选：C.

【点评】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

6. 如果两个圆相交，且其中一个圆的圆心在另一个圆的圆内时，我们称此两圆的位置关系为“内相交”. 如图 1，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=4$ ， $BC=3$ ，点 O 在边 AC 上. 如果 $\odot C$ 与直线 AB 相切，以 OA 为半径的 $\odot O$ 与 $\odot C$ “内相交”，那么 OA 的长度可以是()



A. $\frac{16}{5}$

B. $\frac{12}{5}$

C. $\frac{8}{5}$

D. $\frac{4}{5}$

【分析】根据勾股定理求得 $AB=5$ ，两个三角形面积公式求得 CD ，即可得出 $\odot C$ 的半径，根据“内相交”的定义得出 $\frac{8}{5} < OA < \frac{16}{5}$ ，即可得出结论.

【解答】解： $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $BC=3$ ，

$$\therefore AB=5,$$

作 $CD \perp AB$ 于 D ，以 C 为圆心，

$\therefore CD$ 是 $\odot C$ 半径，

$$\therefore \frac{5}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot CD, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5,$$

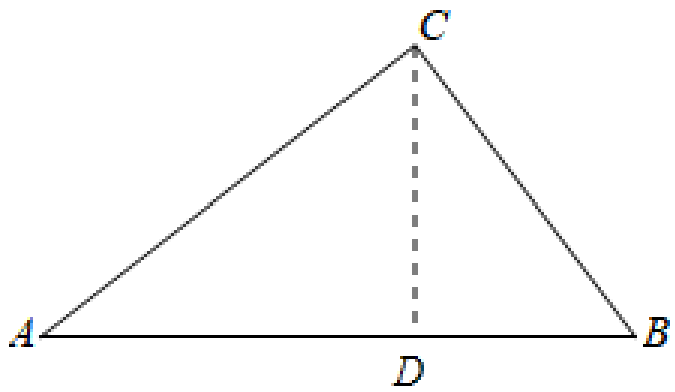
$$\therefore CD = \frac{12}{5},$$

$\therefore \odot C$ 的半径为 $\frac{12}{5}$ ，

$$\therefore 4 - \frac{12}{5} = \frac{8}{5}, \quad 4 + \frac{12}{5} = \frac{32}{5},$$

$$\therefore \frac{8}{5} < OA < \frac{32}{5},$$

故选：B.



【点评】 本题考查了圆与圆的位置关系，勾股定理的应用，三角形的面积，求得 $\odot C$ 的半径是解题的关键.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 计算： $a(a+1) = \underline{a^2+a}$.

【分析】 原式利用单项式乘以多项式法则计算即可得到结果.

【解答】 解：原式 $=a^2+a$.

故答案为： a^2+a

【点评】 此题考查了单项式乘以多项式，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

8. 函数： $y=\sqrt{x-2}$ 的定义域是 $\underline{x \geq 2}$.

【分析】 根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0，可知： $x-2 \geq 0$ ，解得 x 的范围.

【解答】 解：根据题意得： $x-2 \geq 0$,

解得： $x \geq 2$.

【点评】 本题考查的是函数自变量取值范围的求法. 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

9. 方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ x^2-y^2=0 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$.

【分析】 将 $x^2-y^2=0$ 改写成两个等式，再与 $x+2y=3$ 组成新方程组，即可求解.

【解答】 解： $\because x^2-y^2=(x+y)(x-y)$.

$\therefore x^2-y^2=0$ 可改写成： $x+y=4$ 或者 $x-y=0$.

\therefore 方程组 $\begin{cases} x+2y=2 \\ x^2-y^2=5 \end{cases}$ 可以改写为： $\begin{cases} x+2y=3 \\ x+y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+2y=3 \\ x-y=2 \end{cases}$.

解得： $\begin{cases} x=-3 \\ y=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-5 \\ y=1 \end{cases}$.

故答案为： $\begin{cases} x=-3 \\ y=7 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$.

【点评】 本题考查的高次方程的解法，关键在于降次，构建我们已经学习过的知识进行求解.

10. 正多边形的一个外角等于 20° ，则这个正多边形的边数是 18.

【分析】 根据任何多边形的外角和都是 360 度，利用 360 除以外角的度数就可以求出外角和中外角的个数，即多边形的边数.

【解答】 解：因为外角是 20 度， $360 \div 20 = 18$.

故答案为：18

【点评】 根据外角和的大小与多边形的边数无关，由外角和求正多边形的边数，是常见的题目，需要熟练掌握.

11. 如果抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点是坐标轴的原点，那么 m 的取值范围是 $m < -1$.

【分析】 由点 $O(0, 0)$ 是抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点知抛物线的开口向下，即 $m+1 < 0$ ，据此可得.

【解答】 解：根据题意知点 $O(0, 0)$ 是抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点知抛物线的开口向下.

$$\therefore m+1 < 0,$$

解得： $m < -1$.

故答案为： $m < -1$.

【点评】 本题主要考查二次函数的最值，熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键.

12. 观察反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象，当 $0 < x < 4$ 时， y 的取值范围是 $y > 2$.

【分析】 将 $x = -1$ ， $x = -3$ 代入解析式，根据反比例函数的增减性可求 y 的取值范围.

【解答】 解： $\because k = 2$,

\therefore 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象在一三象限，

当 $x = 4$ 时， $y = 2$ ，

\therefore 当 $0 < x < 4$ 时， y 的取值范围 $y > 2$ ，

故答案为 $y > 2$.

【点评】 本题考查了函数图象上点的坐标特征，反比例函数的增减性，关键是利用反比

例函数的增减性解决问题.

13. 从 $\frac{2}{9}$, $\sqrt{2}$, π 这三个数中任选一个数, 选出的这个数是有理数的概率为 $\frac{1}{3}$.

【分析】由题意可得共有 3 种等可能的结果, 其中有理数有 $\frac{2}{9}$ 共 1 种情况, 则可利用概率公式求解.

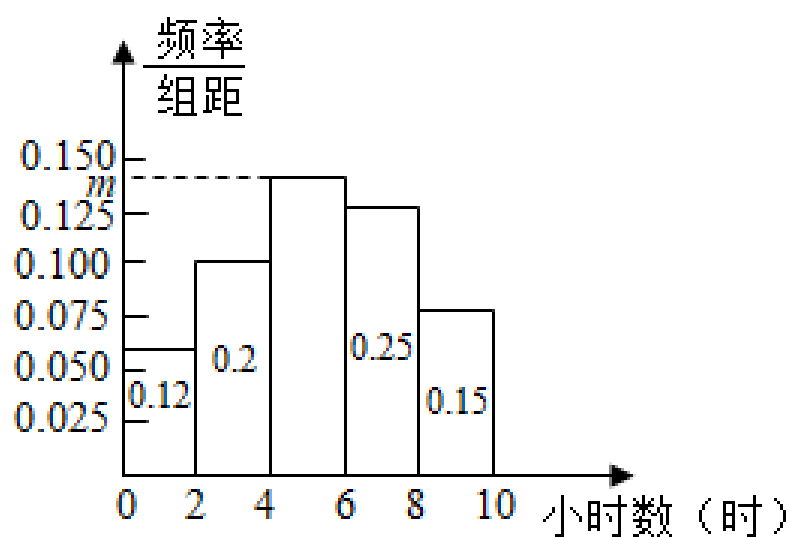
【解答】解: \because 在 $\frac{2}{9}$, $\sqrt{2}$, π 这三个数中 $\frac{2}{9}$ 这 1 个,

\therefore 选出的这个数是无理数的概率为 $\frac{2}{3}$,

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点评】此题考查了概率公式的应用与无理数的定义. 此题比较简单, 注意用到的知识点为: 概率 = 所求情况数与总情况数之比.

14. 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间, 对本校全体学生进行了调查, 并绘制如图所示的频率分布直方图, 那么图中 m 的值为 0.140.



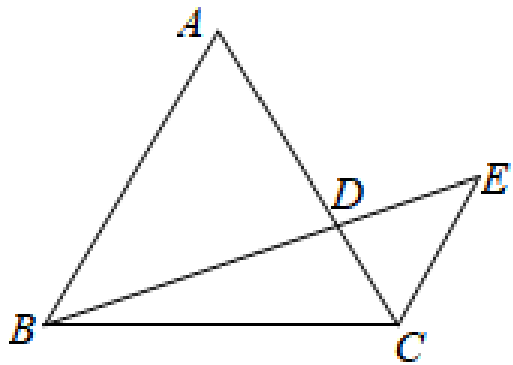
【分析】根据题意和直方图中的数据, 可以计算出 m 的值, 本题得以解决.

【解答】解: $m = (1 - 0.12 - 0.2 - 0.25 - 0.15) \div 2 = 0.28 \div 2 = 0.140$,

故答案为: 0.140.

【点评】本题考查频数分布直方图, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=12$, $DC=4$, 过点 C 作 $CE \parallel AB$ 交 BD 的延长线于点 E , $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 \overrightarrow{BE} 用向量 \vec{a} 、 \vec{b} 表示为 $\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}$.



【分析】由在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=12$, $DC=4$, $CE\parallel AB$, 可得 $AB=2CE$, 然后由 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, 即可求得 \overrightarrow{BE} .

【解答】

解: $\because CE\parallel AB$,

$$\therefore \frac{AD}{DC} = \frac{AB}{CE},$$

$$\because AB=AC=12, DC=4,$$

$$\therefore AD=8;$$

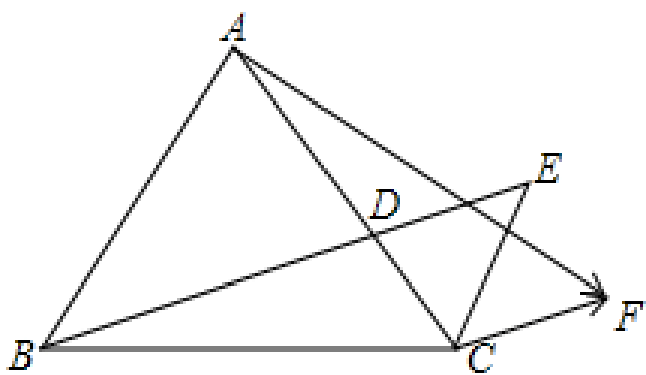
$$\therefore \frac{CE}{AB} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AB=2CE,$$

$$\because \overrightarrow{AB} = \vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{CE} = -\frac{1}{2}\vec{a},$$

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$



【点评】本题考查了平面向量的知识. 此题难度适中, 注意掌握三角形法则的应用, 注意数形结合思想的应用.

16. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题: “今有池方一丈, 葭生其中央, 出水一尺. 引葭赴岸, 适与岸齐, 问水深几何?” (注: 丈, 尺是长度单位, 1丈=10尺) 这段话的意思是: 有一水池一丈见方, 池中央生有一棵芦苇, 露出水面一尺. 如把它引向岸边, 正好与岸边齐. 问水有多深? 即如图所示的截面图中, $AB=1$ 丈, CD 垂直平分 AB , $DE=1$ 尺, $CD=CB$, 那么水的深度 CE 是 12 尺.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/56802605400006026>