关于动量和角动量

5-1 冲量和动量定理

定义：物体的质量与速度的乘积叫做物体的动量

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- 动量是矢量，大小为 mv，方向就是速度的方向；
- 表征了物体的运动状态

- **单位： kg·m·s^{-1}**

牛顿第二定律的另外一种表示方法

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad d\vec{P} = \vec{F}dt$$

$$\int_{\vec{P}_1}^{\vec{P}_2} d\vec{P} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \qquad \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

冲量（力的作用对时间的积累，矢量）

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt$$

单位：N·s

说明

- 冲量是表征力持续作用一段时间的累积效应；
- 矢量：大小和方向；

F为恒力时，

$$\vec{I}=\int\vec{F}dt=\Delta\vec{P}$$

$$\vec{I}=\vec{F}\Delta t=\Delta\vec{P}$$

F作用时间很短时，可用力的平均值来代替。

$$\bar{F}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}$$

在给定的时间间隔内，外力作用在质点上的冲量，等于该质点在此时间内动量的增量——**动量定理**

$$\vec{I}=\vec{P}_2-\vec{P}_1$$

说明

•冲量的方向不是与动量的方向相同，而是与动量增量的方向相同

•动量定理说明质点动量的改变是由外力和外力作用时间两个因素，即冲量决定的

•动量定理的分量式

$$I_x = \int_{\Delta t} F_x dt = mv_{2x} - mv_{1x}$$

$$I_y = \int_{\Delta t} F_y dt = mv_{2y} - mv_{1y}$$

$$I_z = \int_{\Delta t} F_z dt = mv_{2z} - mv_{1z}$$

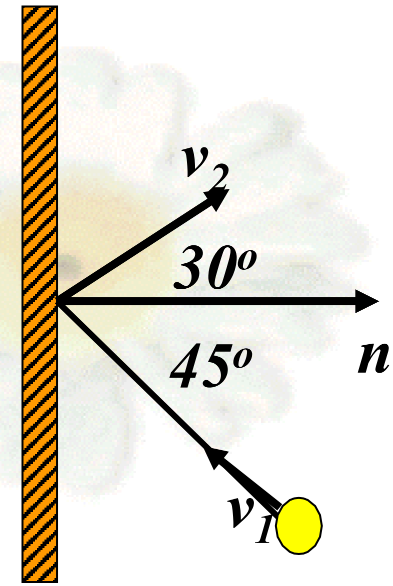
•应用：

利用冲力：增大冲力，减小作用时间——冲床

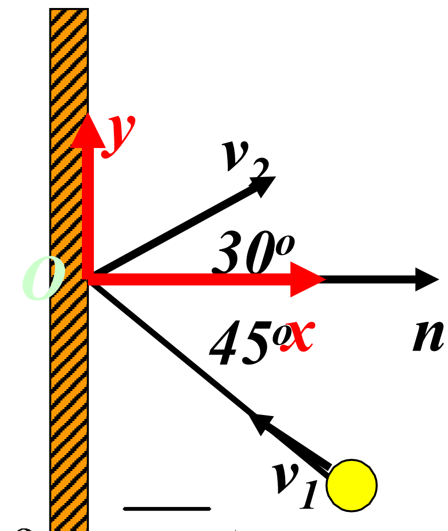
避免冲力：减小冲力，增大作用时间——轮船靠岸时的缓冲

　　鸟本身的速度不快，质量也不大。但相对于飞机来说，由于飞机速度很快，所以它们相互靠近的速度很快。因此，鸟相对于飞机的速度很快，具有很大的相对动能，因此两者相撞时，会造成严重的空难事故。

例1、 质量为2.5g的乒乓球以10m/s的速率飞来，被板推挡后，又以20m/s的速率飞出。设两速度在垂直于板面的同一平面内，且它们与板面法线的夹角分别为45°和30°，求：（1）乒乓球得到的冲量；（2）若撞击时间为0.01s，求板施于球的平均冲力的大小和方向。



解：取挡板和球为研究对象，由于作用时间很短，忽略重力影响。设挡板对球的冲力为F则有：



$$\vec{I} = \int \vec{F} \cdot dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

$$I_x = \int F_x dt = mv_2 \cos 30^{\circ} - (-mv_1)\cos 45^{\circ} = \overline{F_x}\Delta t$$

$$I_y = \int F_y dt = mv_2 \sin 30^{\circ} - mv_1 \sin 45^{\circ} = \overline{F_y}\Delta t$$

$$\Delta t = 0.01\text{s} \quad v_1 = 10\text{m/s} \quad v_2 = 20\text{m/s} \quad m = 2.5\text{g}$$

$$\overline{F_x} = 6.1\text{N} \quad \overline{F_y} = 0.7\text{N} \quad F = \sqrt{\overline{F_x}^2 + \overline{F_y}^2} = 6.14\text{N}$$

$$I_x = 0.061\text{Ns} \qquad I_y = 0.007\text{Ns}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = 6.14 \times 10^{-2}\ \text{Ns}$$

$$\text{tg}\,\alpha = {I_y}/{I_x} = 0.1148$$

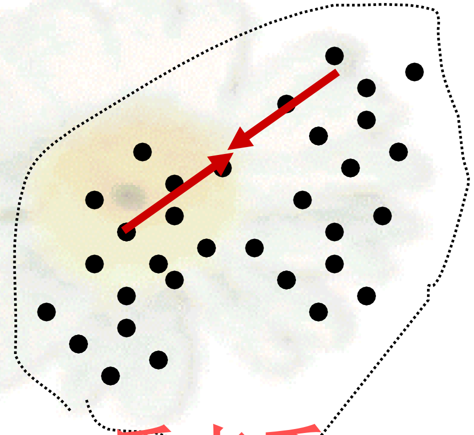
$$\alpha = 6.54^{\circ}$$

α为 I 与x方向的夹角。

5-2 质点系的动量定理

一、质点系

N个质点组成的系统-- 研究对象



质点系

内力 internal force

系统内部各质点间的相互作用力

特点：成对出现；大小相等方向相反

结论1：质点系的内力之和为零

质点系内力冲量和为零

$$\sum_i \vec{f}_i = 0$$

质点系中的重要结论之一

二　质点系的动量定理

方法:利用质心运动定律　　$\vec{F} = d\vec{P} / dt$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{合} \mathrm{d}t = \int_{t_1}^{t_2} (\sum_i \vec{F}_i) \mathrm{d}\, t = \sum_i (\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_i \mathrm{d}t) = \sum_i (\vec{P}_i - \vec{P}_{i0})$$

最后简写右边总动量为：　$\vec{P} = \sum_i \vec{P}_i = \sum_i m_i \vec{\upsilon}_i$　　$\vec{P}_0 = \sum_i \vec{P}_{i0} = \sum_i m_i \vec{\upsilon}_{i0}$

则，质点系的动量定理为

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{外} \mathrm{d}t = \vec{P} - \vec{P}_0$$

作用于质点系上的合外力的冲量等于质点系动量的增量(矢量式)

5-3 动量守恒定律

一、内容

当系统所受合外力为零时，即$F_{外}=0$时，系统的动量的增量为零，即系统的总动量保持不变

$$\vec{P}=\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = \text{恒矢量}$$

$$P_x = \sum m_i v_{ix} = C_x \qquad F_x = 0$$

$$P_y = \sum m_i v_{iy} = C_y \qquad F_y = 0$$

$$p_z = \sum m_i v_{iz} = C_z \qquad F_z = 0$$

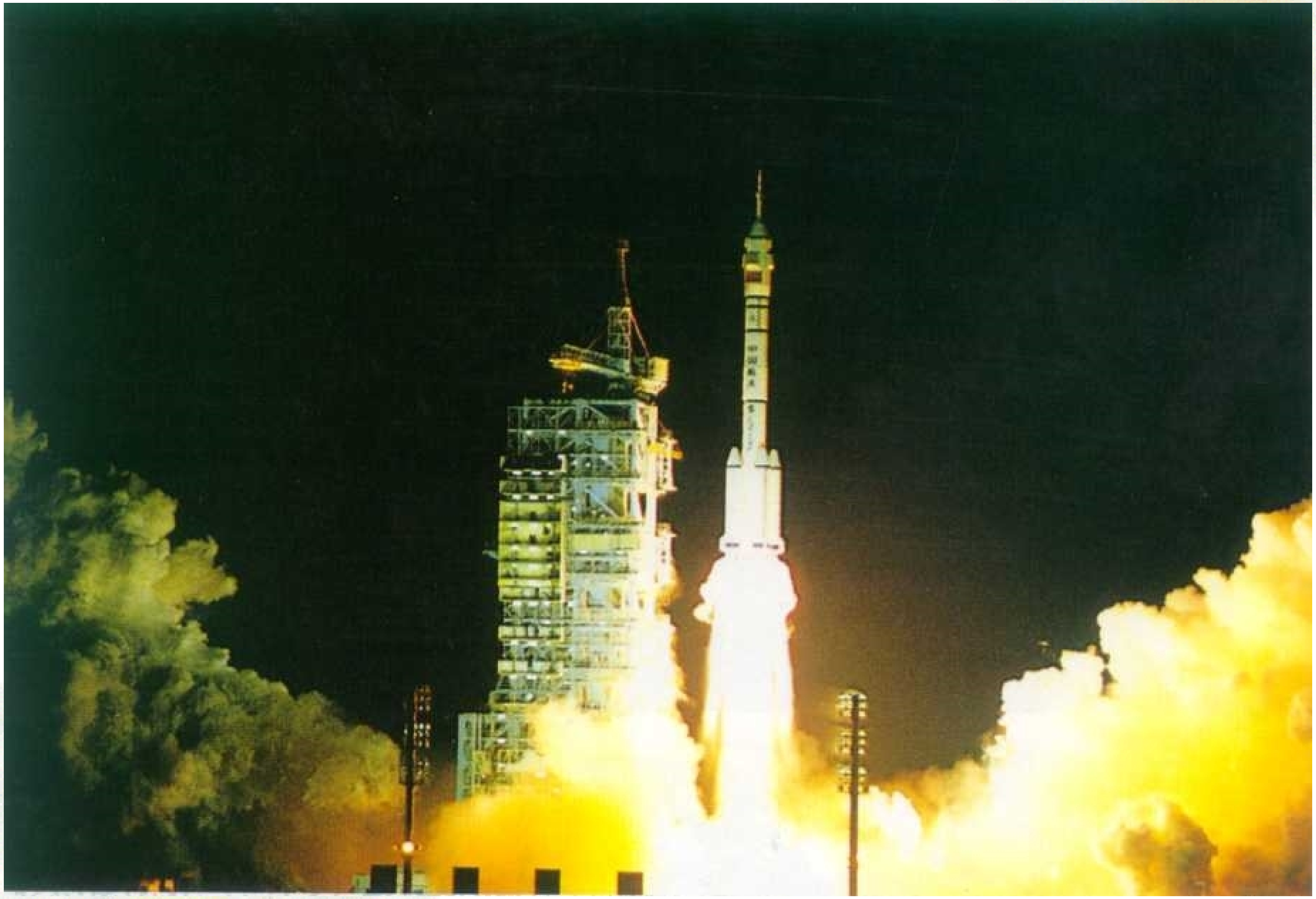
二、说明

- 守恒的意义：动量守恒是指系统的总动量的矢量和不变，而不是指某一个质点的动量不变。
- 守恒的条件：系统所受的合外力为零。
- 内力的作用：不改变系统的总动量，但可以引起系统内动量的变化
- 动量是描述状态的物理量，而冲量是过程量
- 动量守恒定律是物理学中最普遍、最基本的定律之一。

解题步骤：

1．选好系统，分析要研究的物理过程；
2．进行受力分析，判断守恒条件；
3．确定系统的初动量与末动量；
4．建立坐标系，列方程求解；
5．必要时进行讨论。

5-4火箭飞行原理



“神州”号飞船升空