



育人·寻榜

领军精英课程

# 八年级数学

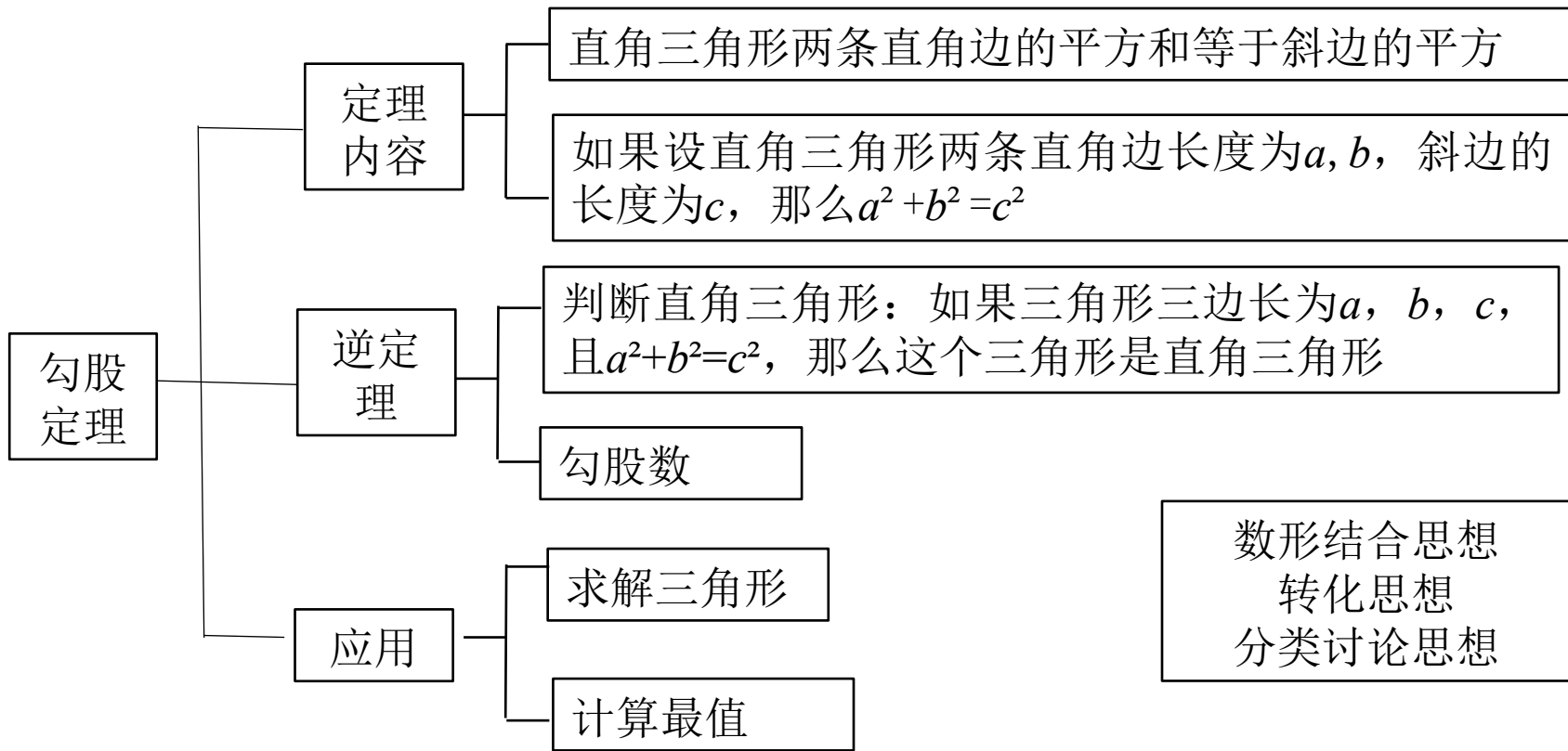
## 专题十二 勾股定理及其逆定理

主备人：章云（湖州市浔溪中学）

授课人：黄荣（湖州市练市镇第一中学）



# 内 容 提 要



数形结合思想  
转化思想  
分类讨论思想



## 课前练习

1. 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 下列条件中, 能判断 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是 ( **D** )

A.  $a=32, b=42, c=52$

B.  $a=b, \angle C=45^\circ$

C.  $\angle A: \angle B: \angle C=6: 8: 10$

D.  $a=\sqrt{3}, b=\sqrt{7}, c=2$

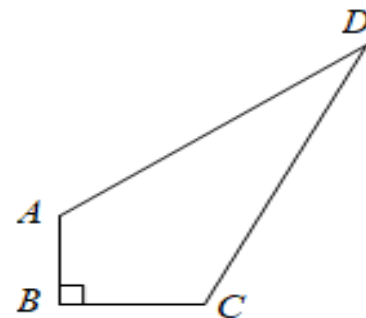
2. 如图1, 在一块四边形 $ABCD$ 空地种植草皮, 测得 $AB=3\text{m}$ ,  $BC=4\text{m}$ ,  $DA=13\text{m}$ ,  $CD=12\text{m}$ , 且 $\angle ABC=90^\circ$ , 若每平方米草皮需要200元, 则需要投资 ( **B** )

A. 16800元

B. 7200元

C. 5100元

D. 无法确定

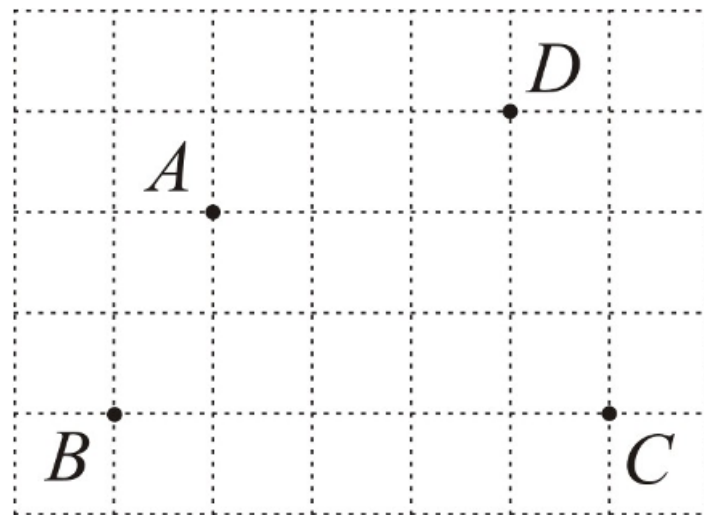


(图1)



## 课前练习

3. 如图2是由单位长度均为1的小正方形组成的网格， $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$ 都是网格线的交点，由其中任意三个点连接而成的三角形是直角三角形的个数为（ **B** ）
- A. 1个      B. 2个      C. 3个      D. 4个



(图2)

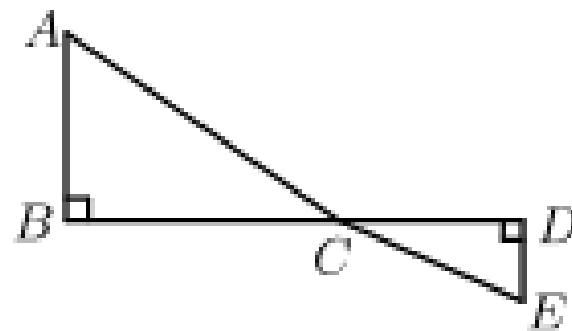
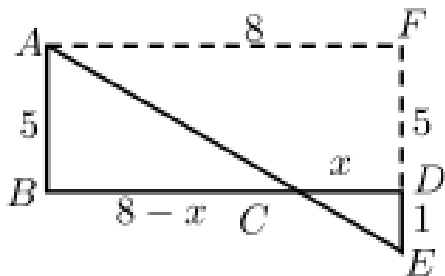


## 例题精析

### 【勾股定理与最值】

例1. 如图3,  $C$ 为线段 $BD$ 上一动点, 分别过点 $B, D$ 作 $AB \perp BD, ED \perp BD$ , 连结 $AC, EC$ . 已知 $AB=3, DE=2, BD=12$ , 设 $CD=x$ .

- (1) 用含 $x$ 的代数式表示 $AC+CE$ 的长. Rt $\triangle ABC$ 和Rt $\triangle CDE$ 中, 利用勾股定理
- (2) 请问点 $C$ 满足什么条件时,  $AC+CE$ 的值最小, A、C、E三点共线 并求出此时 $AC+CE$ 的最小值.
- (3) 根据(2)中的规律和结论, 重新构图求出代数式  $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(8-x)^2+25}$  的最小值.



(图3)

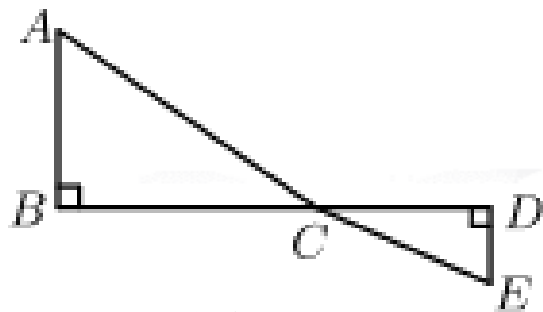


# 例题精析

## 【勾股定理与最值】

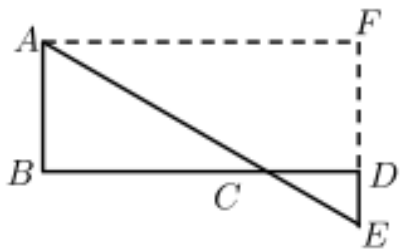
例1. 如图3,  $C$ 为线段 $BD$ 上一动点, 分别过点 $B, D$ 作 $AB \perp BD, ED \perp BD$ , 连结 $AC, EC$ . 已知 $AB=3, DE=2, BD=12$ , 设 $CD=x$ .

- (1) 用含 $x$ 的代数式表示 $AC+CE$ 的长.
- (2) 请问点 $C$ 满足什么条件时,  $AC+CE$ 的值最小, 并求出此时 $AC+CE$ 的最小值.
- (3) 根据(2)中的规律和结论, 重新构图求出代数式  $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(8-x)^2+25}$  的最小值.



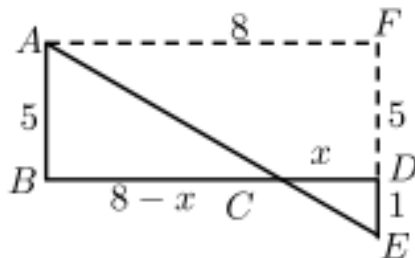
(图3)

(1) 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,  $AC+CE = \sqrt{AB^2+BC^2} + \sqrt{CD^2+DE^2} = \sqrt{(12-x)^2+9} + \sqrt{x^2+4}$



(2) 如图所示,  $C$ 是 $AE$ 和 $BD$ 交点时,  $AC+CE$ 的值最小, 过点 $B$ 作  $AB \perp BD$ , 过点 $D$ 作  $ED \perp BD$

在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中,  $AE = \sqrt{AF^2+EF^2} = \sqrt{12^2+5^2} = 13$



(3) 如图所示, 过点 $B$ 作  $AB \perp BD$ , 过点 $D$ 作  $ED \perp BD$ , 使  $AB=5, ED=1, DB=8$ , 连结 $AE$ 交 $BD$ 于点 $C$ ,  $AE$ 的长即为所求代数式的最小值.



# 习题演练

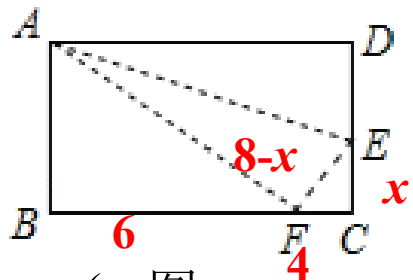
## 【勾股定理与最值】

练习1. 如图4, 长方形 $ABCD$ 中,  $AB=8$ ,  $BC=10$ , 在边 $CD$ 上取一点 $E$ , 将 $\triangle ADE$ 折叠后点 $D$ 恰好落在 $BC$ 边上的点 $F$ .

(1) 求 $CE$ 的长;

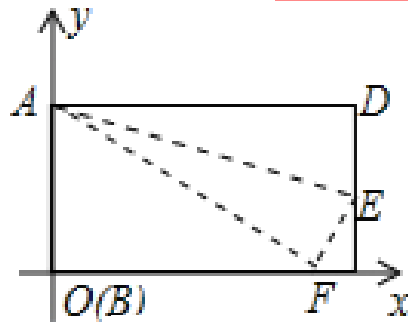
(2) 建立平面直角坐标系如图5所示, 在 $x$ 轴上找一点 $P$ , 使 $PA+PE$ 的值最小,

求出最小值和点 $P$ 的坐标;



(图4)

在 $Rt\triangle CEF$ 中, 由 $CE^2 + CF^2 = EF^2$ 即可求解



(图5)

作点 $E$ 关于 $x$ 轴的对称点 $Q$ , 连结 $AQ$ , 与 $x$ 轴的交点即为所求



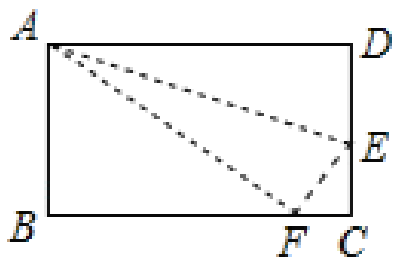
# 习题演练

## 【勾股定理与最值】

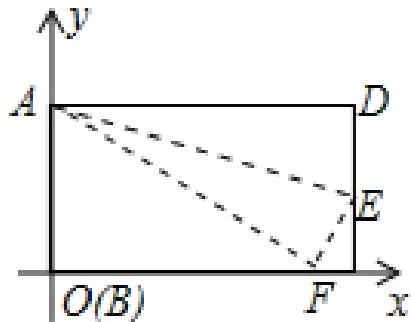
练习1. 如图4, 长方形 $ABCD$ 中,  $AB=8$ ,  $BC=10$ , 在边 $CD$ 上取一点 $E$ , 将 $\triangle ADE$ 折叠后点 $D$ 恰好落在 $BC$ 边上的点 $F$ .

(1) 求 $CE$ 的长;

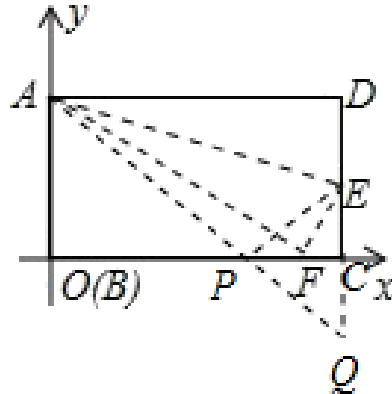
(2) 建立平面直角坐标系如图5所示, 在 $x$ 轴上找一点 $P$ , 使 $PA+PE$ 的值最小, 求出最小值和点 $P$ 的坐标;



(图



(图



解 (1) 设 $CE=x$ , 则 $DE=EF=8-x$ ,  $\because AD=AF=10$ ,  $AB=8$ ,  $\therefore BF=6$ ,  $\therefore CF=4$ , 在  $\text{Rt}\triangle CEF$  中, 由  $CE^2+CF^2=EF^2$ ,

(2) 如图, 作点 $E$ 关于 $x$ 轴的对称点 $Q$ , 连结 $AQ$ , 与 $x$ 轴的交点即为所求.

则 $CE=CQ=3$ ,  $\therefore$ 点 $Q(10, -3)$ ,  $\therefore DQ=CD+CQ=11$ ,

由 $A(0, 8)$ ,  $Q(10, -3)$ 可得直线 $AQ$ 解析式为 $y=\frac{11}{10}x+8$

$\therefore$ 点 $P(\frac{80}{11}, 0)$

得 $x^2+4^2=(8-x)^2$ ,  
解得 $x=3$ , 即 $CE=3$ .

$\therefore AQ=\sqrt{221}$





## 例题精析

### 【勾股数与探索规律】

例2. 勾股定理是一个基本的几何定理，早在我国西汉时期算书《周髀算经》就有“勾三股四弦五”的记载. 如果一个直角三角形三边长都是正整数，这样的直角三角形叫“整数直角三角形”，这三个整数叫做一组“勾股数”. 如3, 4, 5; 5, 12, 13; 7, 24, 25; 8, 15, 17; 9, 40, 41等等都是勾股数.

(1) 如果 $a, b, c$ 是一组勾股数，即满足 $a^2 + b^2 = c^2$ ，则 $ka, kb, kc$  ( $k$ 为正整数)也是一组勾股数. 如: 3, 4, 5是一组勾股数，则 6, 8, 10 也是一组勾股数;

(2) 另外利用一些构成勾股数的公式也可以写出许多勾股数，毕达哥拉斯学派就曾提出 $a=2n+1, b=2n^2+2n, c=2n^2+2n+1$  ( $n$ 为正整数)是一组勾股数，证明满足以上公式的 $a, b, c$ 是一组勾股数;

$$\because (2n+1)^2 + (2n^2+2n)^2 = 4n^2 + 4n + 1 + 4n^4 + 8n^3 + 4n^2 = 4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1,$$

$$\therefore (2n^2+2n+1)^2 = (4n^4+8n^3+8n^2+4n+1) + 4n^2 + 4n + 1 = 4n^4 + 8n^3 + 8n^2 + 4n + 1 + 4n^2 + 4n + 1 = 4n^4 + 8n^3 + 12n^2 + 8n + 2$$

$\therefore$  满足以上公式的 $a, b, c$ 是一组勾股数.



## 例题精析

### 【勾股数与探索规律】

例2. (3) 值得自豪的是, 世界上第一次给出的勾股数公式, 收集在我国的《九章算术》中, 书中提到: 当  $a = \frac{1}{2}(m^2 - n^2)$ ,  $b = mn$ ,  $c = \frac{1}{2}(m^2 + n^2)$  ( $m, n$  为正整数,  $m > n$ ) 时,  $a, b, c$  构成一组勾股数; 请根据这一结论直接写出一组符合条件的勾股数  $a=6, b=8, c=10$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/575210312143011231>