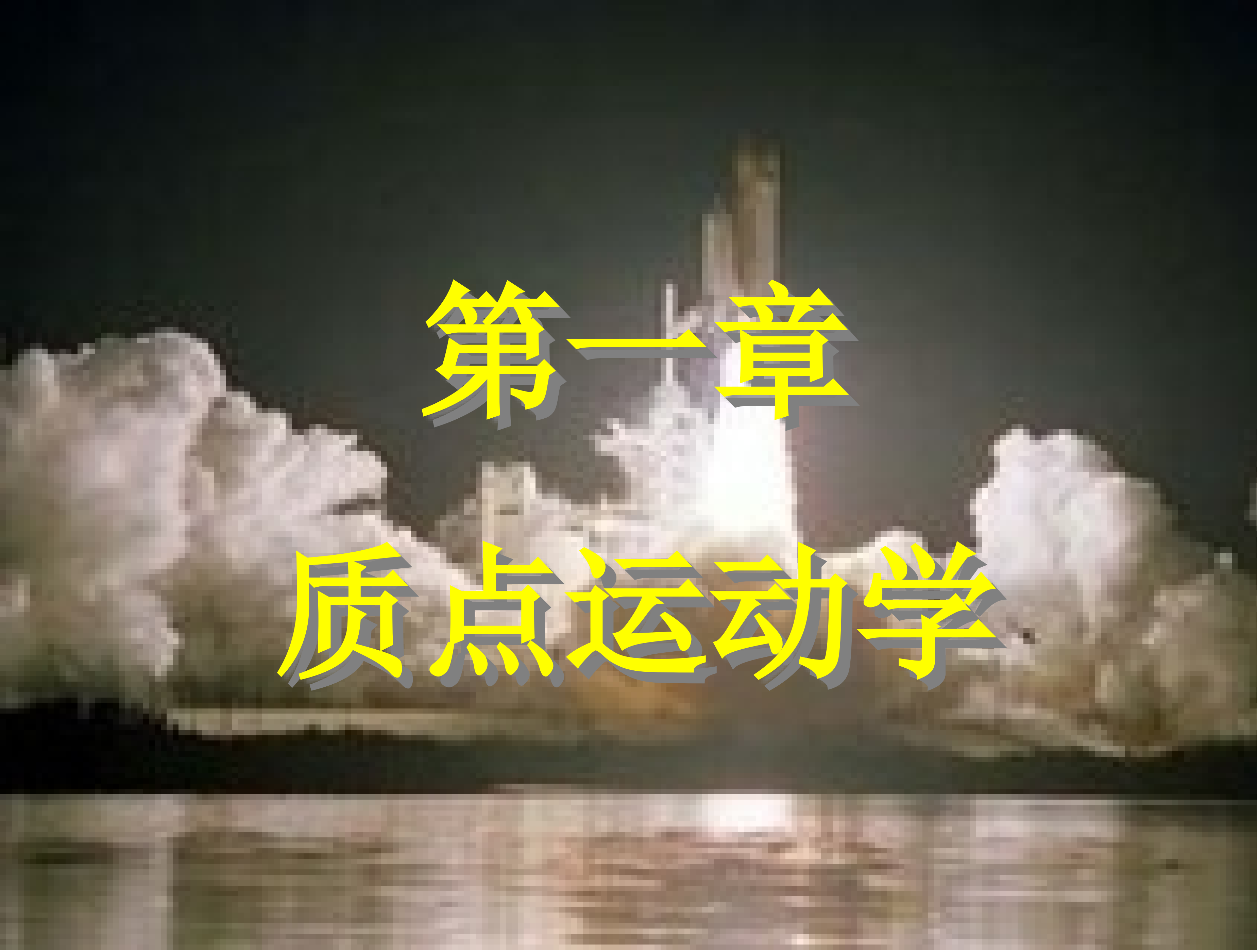

第一章
质点运动学

§1-1 质点运动学的描述

1、参照系、质点、刚体

参照系：在研究物体运动时选择作为参照物的物体。

注意：参照系不一定是静止的。

只有参照系不能定量地描述物体的位置。所以要在参照系上固定一种坐标系。这么就可定量描述物体的运动。

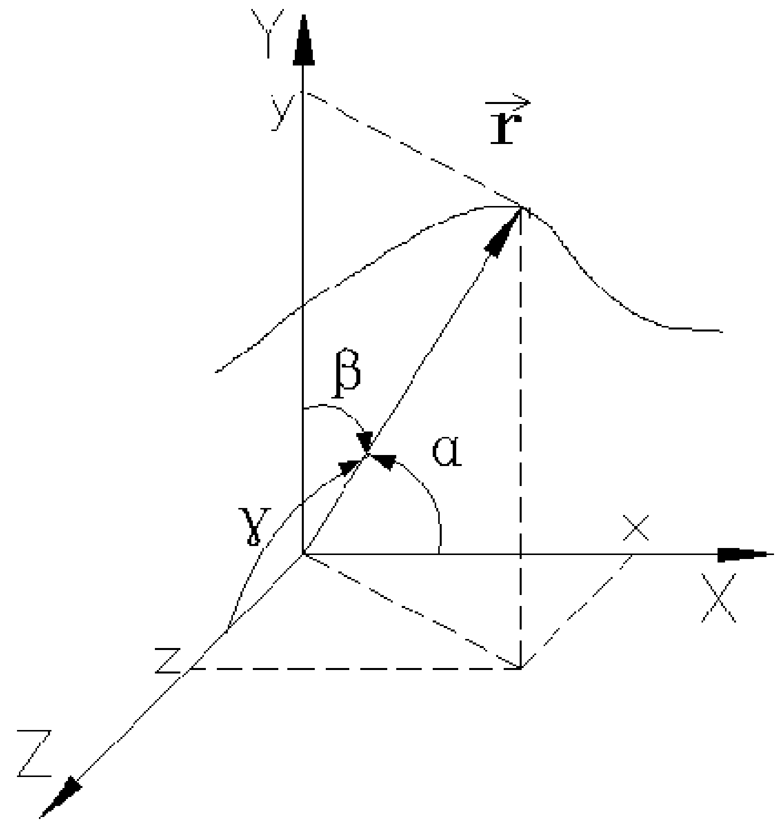
质点： 将物体看成一种只有质量、没有大小和形状的理想的点。

刚体：在某些问题中，物体的形状和大小不能忽视，但是外力用下发生的形变能够忽视，可看成一种有质量、有大小和形状、但不会发生形变的理想物体。

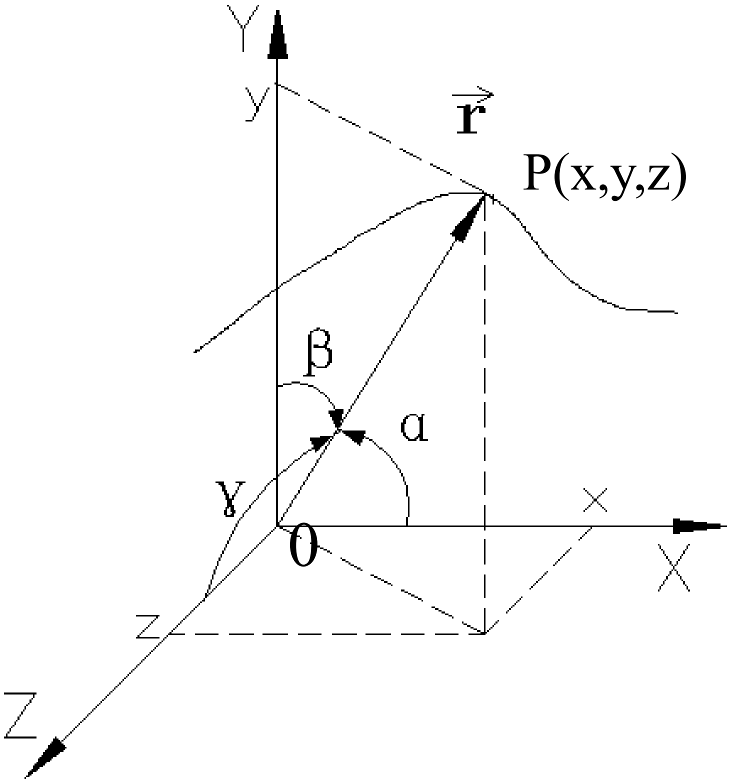
2 位置矢量、运动函数和轨道方程

位置矢量

在选定坐标系后，质点在空间P(x, y, z）点的位置能够用从原点到质点所在点的矢径来表达。



$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$



质点到原点的距离为

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

r 方向上的单位矢量为：

$$\vec{r}_0 = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x}{r}\vec{i} + \frac{y}{r}\vec{j} + \frac{z}{r}\vec{k}$$

这里 $\cos\alpha = \frac{x}{r}$ $\quad \cos\beta = \frac{y}{r}$ $\quad \cos\gamma = \frac{z}{r}$

是矢量r的方向余弦。且有

$$\sqrt{\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma} = 1$$

运动函数（运动方程）：质点在运动时，其位置矢量随时间变化,所以位置矢量 **r** 是时间的函数 。能够表达如下：

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

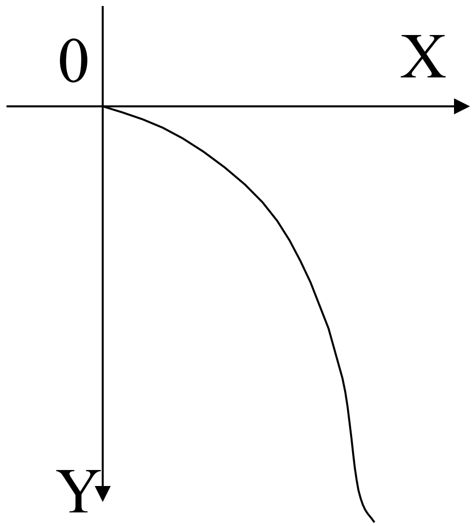
在直角坐标系中，**r** 的各分量都是 t 的函数。

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

上面表达措施都称为质点的运动函数。

例如：从坐标原点以初速V_0水平抛出的物体运动函数为

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$



$$\vec{r} = v_0 t\vec{i} + \frac{1}{2} g t^2 \vec{j}$$

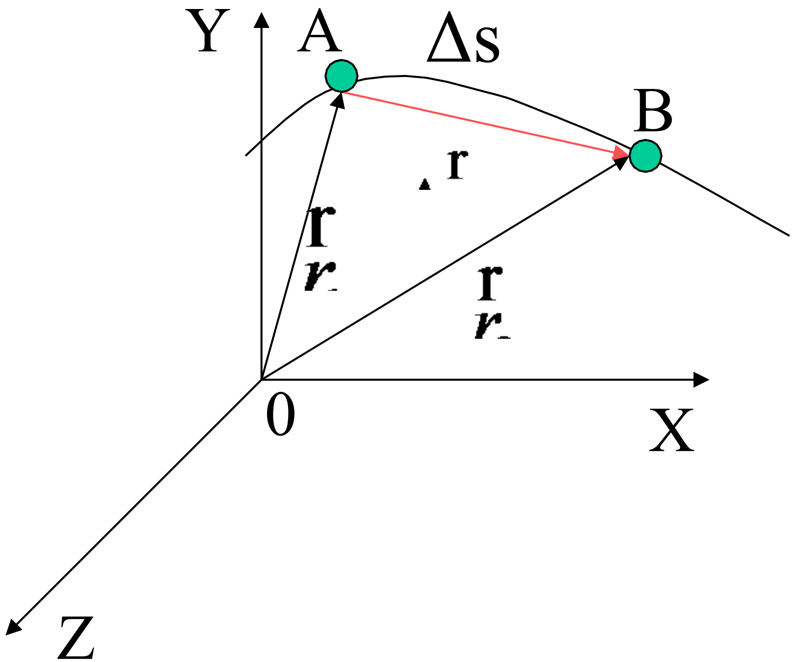
运动函数能够写成份量的形式表白：一种运动能够分解为几种分运动。而这几种分运动合成后就是合运动。

轨道方程：将运动函数中的时间项消去能够得到质点运动的 轨道方程。

从上面的例子中将时间 t 消去，能够得到

$$y = \frac{g x^2}{2 v_0^2}$$

3 位移与旅程



位移：从 t 到 t+Δt 时间间隔内的位移。

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

在直角坐标系中

$$\vec{r}_A = x_A\vec{i} + y_A\vec{j} + z_A\vec{k}$$

$$\vec{r}_B = x_B\vec{i} + y_B\vec{j} + z_B\vec{k}$$

位移为：

$$\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}$$

$$= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j} + \Delta z\vec{k}$$

旅程Δs ： 质点从A到B所经过的实际途径的长度。

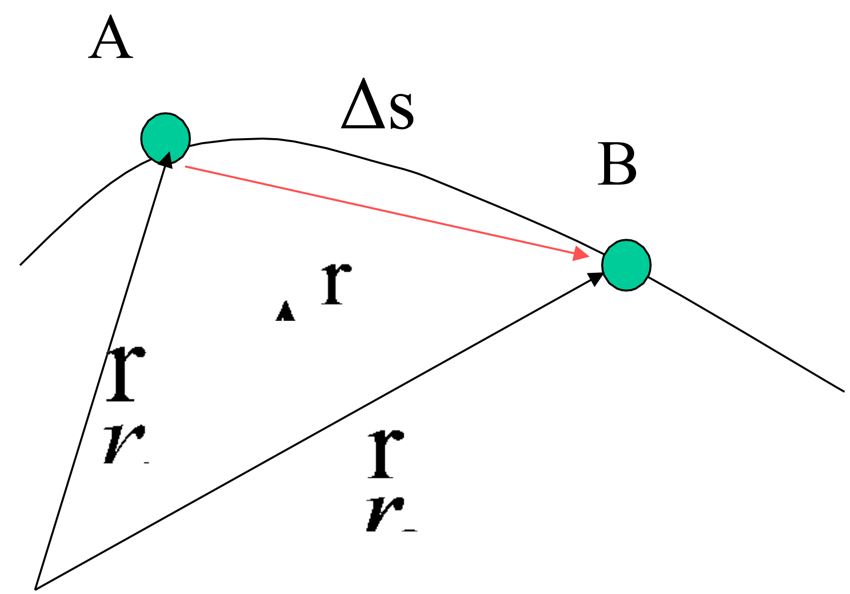
$$\Delta S = \overset{\frown}{AB}$$

注意： 一般来说Δs≠ | Δr | 。

旅程与位移的区别

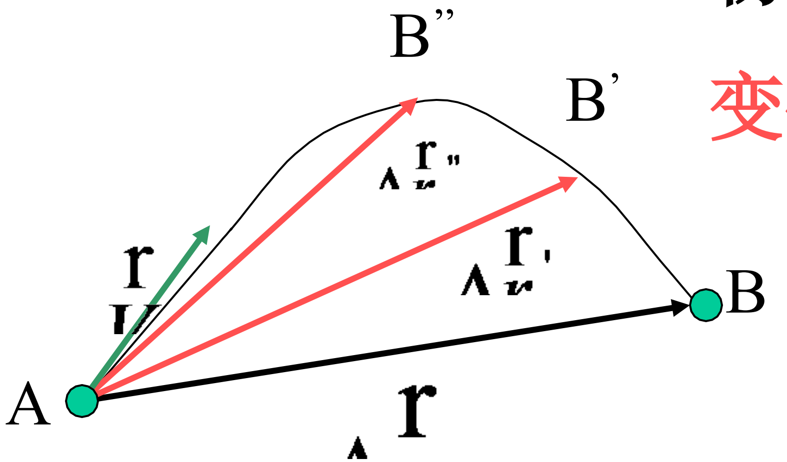
旅程是Δt内走过的轨道的长度，而位移的大小则是质点移动动时的直线距离。

旅程是标量而位移为矢量，旅程用 ΔS 表达，位移用Δ$\boldsymbol{r}$表达。



4 速度与速率

速度是用于表达质点运动快慢的物理量。定义为：位移对时间的变化率。



质点从A到B的平均速度为

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

单位为：（m/s)

平均速度是矢量，其方向与$\Delta \vec{r}$相同。

平均速度是一种粗略的描述，当Δt取得较小时，精确度较高。

瞬时速度

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

瞬时速度精确的给出了质点在A点的运动的快慢。

瞬时速度的方向沿质点在A点的轨道切线方向。且指向质点运动的方向。

在直角坐标系中 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$

或者表达为三个分量的形式

$$\begin{cases} v_x = \dfrac{dx}{dt} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} \end{cases}$$

速度的大小为：

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

速率：质点的平均速率定义为 $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$

速率是标量，只有大小没有方向。因为Δs≠|Δ**r**| 所以

$$\bar{v} \neq |\overline{\vec{v}}|$$

瞬时速率定义为：$v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{ds}{dt} = \left| \dfrac{d\vec{r}}{dt} \right|$

后一种等式是因为Δt 趋于0时ΔS= | Δ**r** |

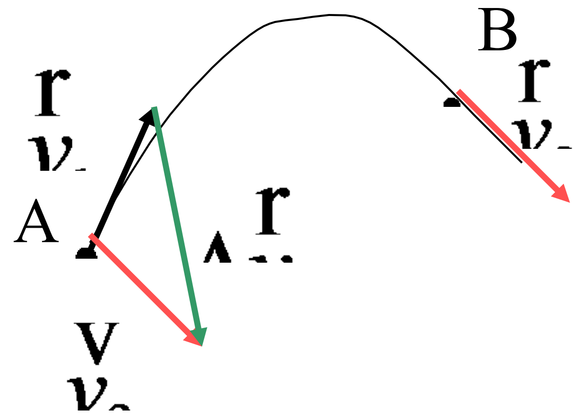
5 加速度

加速度是用于描述速度

变化快慢的，

定义为：速度对时间的变化率 。

质点从A到B的平均加速度为



$$\bar{\vec a} = \frac{\Delta \vec v}{\Delta t}$$

瞬时加速度为

$$\vec a = \lim \frac{\Delta \vec v}{\Delta t} = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{d^2 \vec r}{d^2 t}$$