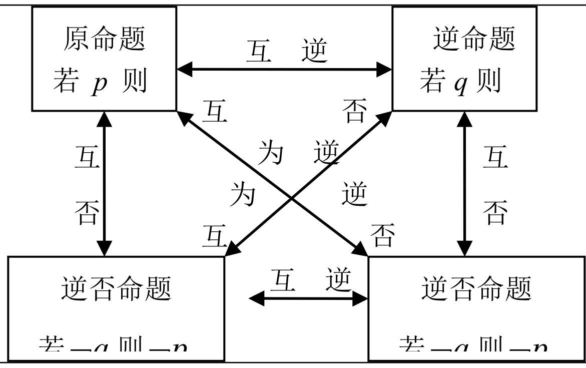
考前回归知识必备

*1 集合与常用逻辑用语

集合与常用逻辑用语	集合	概念		$A=\{a_1,a_2,a_3\cdots a_n\}$	元素特点：互异性、无序性、确定性。
				一组对象的全体．$x\in A,x\notin A$	
		关系	子集	A的子集有2^n个，　真子集有2^n-1个，	$\varnothing\subseteq A$； $A\subseteq B,B\subseteq C\Rightarrow A\subseteq C$
			真子集	非空真子集有2^n-2个，　非空子集有2^n-1个，	
			相等	$A\subseteq B,B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$	
		运算	交集	$A\cap B=\{x\mid x\in A,且x\in B\}$	【提醒】：数轴和韦恩图是进行交、并、补运算的有力工具. 在具体计算时不要忘了集合本身和空集这两种特殊情况，补集思想常运用于解决否定型或正面较复杂有关问题。
			并集	$A\cup B=\{x\mid x\in A,或x\in B\}$	
			补集	$C_UA=\{x\mid x\in U且x\notin A\}$	
	常用逻辑用语	命题	概念	能够判断真假的语句。	
			四种命题	原命题：若p，则q 逆命题：若q，则p 否命题：若$\neg p$，则$\neg q$ 逆否命题：若$\neg q$，则$\neg p$	
		充要条件	充分条件	$p\Rightarrow q$，p是q的充分条件	若命题p对应集合A，命题q对应集合B，则$p\Rightarrow q$等价于$A\subseteq B$，$p\Leftrightarrow q$等价于$A=B$。
			必要条件	$p\Rightarrow q$，q是p的必要条件	
			充要条件	$p\Leftrightarrow q$，p,q互为充要条件	
		逻辑连接词	或命题	$p\vee q$，p,q有一为真即为真，p,q均为假时才为假。	类比集合的并
			且命题	$p\wedge q$，p,q均为真时才为真，p,q有一为假即为假。	类比集合的交
			非命题	$\neg p$和p为一真一假两个互为对立的命题。	类比集合的补
		量词	全称量词	$\forall$，含全称量词的命题叫全称命题，其否定为特称命题。	
			存在量词	$\exists$，含存在量词的命题叫特称命题，其否定为全称命题。	

命题的否定与否命题

***1.** 命题$p\Rightarrow q$的否定与它的否命题的区别：

命题$p\Rightarrow q$的否定是$p\Rightarrow\neg q$，　　否命题是$\neg p\Rightarrow\neg q$.

命题“p或q”的否定是“$\neg p$且$\neg q$”，　“p且q”的否定是“$\neg p$或$\neg q$”.

***2.** 常考模式：

全称命题 **p**：$\forall x\in M,p(x)$；　　全称命题 **p** 的否定$\neg$**p**：$\exists x\in M,\neg p(x)$.

特称命题 **p**：$\exists x\in M,p(x)$；　　特称命题 **p** 的否定$\neg$**p**：$\forall x\in M,\neg p(x)$.

【自我反思】

1．你知道集合中的元素互异性吗？研究集合一定要首先看清什么？研究集合交、并、补运算时，你注意到两种极端情况了吗？你会用补集的思想以及借助于数轴或韦恩图进行解决有关问题吗？

2．存在性命题和全称命题是什么？如何否定？ 命题的否定和否命题一样吗？充分条件、必要条件和充要条件的概念记住了吗？如何判断？反证法证题的三部曲你还记得吗？

	注意：如 “若 a 和 b 都是偶数，则 $a+b$ 是偶数”的否命题是“若 a 和 b 不都是偶数，则 $a+b$ 是奇数” 否定是“若 a 和 b 都是偶数，则 $a+b$ 是奇数” 若 $x>2$，则 $x\geq 2$；真命题

*2.复数与统计与统计案例 概率

复数	复数的概念和运算	概念	虚数单位	规定：$i^2=-1$；实数可以与它进行四则运算，并且运算时原有的加、乘运算律仍成立。 $i^{4k}=1, i^{4k+1}=i, i^{4k+2}=-1, i^{4k+3}=-i(k\in\mathbf{Z})$。
			复数	形如 $a+bi(a,b\in\mathbf{R})$ 的数叫做复数，a 叫做复数的实部， b 叫做复数的虚部。$b\neq 0$ 时叫虚数、$a=0,b\neq 0$ 时叫纯虚数。
			复数相等	$a+bi=c+di(a,b,c,d\in\mathbf{R})\Leftrightarrow a=c,b=d$
			共轭复数	实部相等，虚部互为相反数。即 $z=a+bi$，则 $\overline{z}=a-bi$。
		运算	加减法	$(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$，$(a,b,c,d\in\mathbf{R})$。
			乘法	$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i$，$(a,b,c,d\in\mathbf{R})$
			除法	$(a+bi)\div(c+di)=\dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}+\dfrac{bc-da}{c^2+d^2}i(c+di\neq 0,a,b,c,d\in\mathbf{R})$
		几何意义	复数 $z=a+bi \xleftrightarrow{一一对应}$ 复平面内的点 $Z(a,b) \xleftrightarrow{一一对应}$ 向量 $\overrightarrow{OZ}$ 向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的模叫做复数的模，$\|z\|=\sqrt{a^2+b^2}$	
	主要性质	复数运算	*1.运算律：(1) $z^m\cdot z^n=z^{m+n}$；　(2) $(z^m)^n=z^{mn}$；　(3) $(z_1\cdot z_2)^m=z_1^m z_2^m(m,n\in N)$. 【提示】注意复数、向量、导数、三角等运算率的适用范围. *2.模的性质：(1) $\|z_1z_2\|=\|z_1\|\|z_2\|$；　(2) $\left\|\dfrac{z_1}{z_2}\right\|=\dfrac{\|z_1\|}{\|z_2\|}$；　(3) $\|z^n\|=\|z\|^n$. *3.重要结论：　$\overline{z}_1\cdot z_2=\|z\|^2=\|\overline{z}\|^2$；　$(1\pm i)^2=\pm 2i$；　$\dfrac{1-i}{1+i}=-i$，$\dfrac{1+i}{1-i}=i$； i 性质：T=4；$i^{4n+1}=i, i^{4n+2}=-1,\ i^{4n+3}=-i,\ i^{4n}=1$.	

统计与统计案例	统计	随机抽样	简单抽样	从总体中逐个抽取且不放回抽取样本的方法。	等概率抽样。
			分层抽样	将总体分层，按照比例从各层中独立抽取样本的方法。	
			系统抽样	将总体均匀分段，每段抽取一个样本的方法。	
		样本估计总体	众数	样本数据中出现次数最多的数据。	标准差 $s=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$
			中位数	从小到大排序后，中间的数或者中间两数的平均数。	
			平均数	$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的平均数是 $\overline{x}=\dfrac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)$。	
			方差	$x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的平均数为 $\overline{x}$，　$s^2=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2$。	

概率	定义	如果随机事件 A 在 n 次试验中发生了 m 次，当试验的次数 n 很大时，我们可以将发生的频率 $\dfrac{m}{n}$ 作为事件 A 发生的概率的近似值，即 $P(A)\approx\dfrac{m}{n}$。		
	事件关系	互斥事件	事件 A 和事件 B 在任何一次实验中不会同时发生	类比集合关系。
		对立事件	事件 A 和事件 B，在任何一次实验中有且只有一个发生。	
	性质	基本性质	$0\leq P(A)\leq 1$，　$P(\varnothing)=0$，　$P(\Omega)=1$。	
		互斥事件	事件 A,B 互斥，则 $P(A+B)=P(A)+P(B)$。	
		特征	基本事件发生等可能性和基本事件的个数有限性	

		古典概型		
		古典概型	计算公式	$P(A)=\dfrac{m}{n}$，n 基本事件的个数、m 事件 A 所包含的基本事件个数。
		几何概型	特征	基本事件个数的无限性每个基本事件发生的等可能性。
		几何概型	计算公式	$P(A)=\dfrac{\text{构成事件}A\text{的测度}}{\text{试验全部结果所构成的测度}}$

3.平面向量

				一般表示	坐标表示
平面向量	重要概念	向量		既有大小又有方向的量，表示向量的有向线段的长度叫做该向量的模。	
平面向量	重要概念	$\vec{0}$ 向量		长度为 0，方向任意的向量。【$\vec{0}$ 与任一非零向量共线】	
平面向量	重要概念	平行向量		方向相同或者相反的两个非零向量叫做平行向量，也叫共线向量。	
平面向量	重要概念	向量的模		$\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$, $\vec{a}^2=\lvert\vec{a}\rvert^2=x^2+y^2$	
平面向量	重要概念	两点间的距离		若 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $\lvert AB\rvert=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	
平面向量	重要概念	向量夹角		起点放在一点的两向量所成的角，范围是 $[0,\pi]$。 $\vec{a},\vec{b}$ 的夹角记为 $<\vec{a},\vec{b}>$。 $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$ 锐角 $\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}>0$，$\vec{a},\vec{b}$ 不同向； $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$ 为直角 $\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$； $\langle\vec{a},\vec{b}\rangle$ 钝角 $\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}<0$，$\vec{a},\vec{b}$ 不反向. 向量的夹角带有方向性：向量是有方向的，向量间的夹角表示两个向量正方向的夹角	
平面向量	重要概念	投影		$<\vec{a},\vec{b}>=\theta$，$\lvert\vec{b}\rvert\cos\theta$ 叫做 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 方向上的投影。【注意：投影是数量】	
平面向量	重要法则定理	基本定理		$\vec{e_1},\vec{e_2}$ 不共线，存在唯一的实数对 (λ,μ)，使 $\vec{a}=\lambda\vec{e_1}+\mu\vec{e_2}$。若 $\vec{e_1},\vec{e_2}$ 为 x,y 轴上的单位正交向量，(λ,μ) 就是向量 $\vec{a}$ 的坐标。	
平面向量	重要法则定理			一般表示	坐标表示
平面向量	重要法则定理	共线条件		$\vec{a}//\vec{b}$（$\vec{b}\neq\vec{0}$ 共线 $\Leftrightarrow$ 存在唯一实数 λ，$\vec{a}=\lambda\vec{b}$	$\Leftrightarrow x_1y_2-y_1x_2=0$
平面向量	重要法则定理	垂直条件		$\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}\cdot\vec{b}=0$。	$x_1y_1+x_2y_2=0$。
平面向量	各种运算	加法运算	法则	设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的和，即 $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$；向量加法的三角形法则可推广至多个向量相加：$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\cdots+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QR}=\overrightarrow{AR}$，但这时必须“首尾相连”。	$\vec{a}+\vec{b}=(x_1+x_2,y_1+y_2)$。
平面向量	各种运算	加法运算	算律	交换律 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$，结合律 $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$	
平面向量	各种运算	减法运算	法则	用“三角形法则”：设 $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，那么 $\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}$，由减向量的终点指向被减向量的终点。 注意：此处减向量与被减向量的起点相同。	$\vec{a}-\vec{b}=(x_1-x_2,y_1-y_2)$
平面向量	各种运算	数乘运算	概念	$\lambda\cdot\vec{a}$ 为向量，$\lambda>0$ 与 $\vec{a}$ 方向相同， $\lambda<0$ 与 $\vec{a}$ 方向相反，$\lvert\lambda\vec{a}\rvert=\lvert\lambda\rvert\lvert\vec{a}\rvert$。	$\lambda\vec{a}=(\lambda x,\lambda y)$
平面向量	各种运算	数乘运算	算律	分配律 $\lambda(\mu\vec{a})=(\lambda\mu)\vec{a}$，$(\lambda+\mu)\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a}$， 分配律 $\lambda(\vec{a}+\vec{b})=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$	与数乘运算有同样的坐标表示。
平面向量	各种运算	数量积运算	概念	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cos<\vec{a},\vec{b}>$	$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2$。
平面向量	各种运算	数量积运算	主要性质	$\vec{a}\cdot\vec{a}=\lvert\vec{a}\rvert^2$，$\lvert\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\rvert\leqslant\lvert\boldsymbol{a}\rvert\lvert\boldsymbol{b}\rvert$	$\lvert\vec{a}\rvert=\sqrt{x^2+y^2}$, $\vec{a}^2=\lvert\vec{a}\rvert^2=x^2+y^2$
平面向量	各种运算	数量积运算	算律	$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a}$，分配律 $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$，$(\lambda\vec{a})\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot(\lambda\vec{b})=\lambda(\vec{a}\cdot\vec{b})$。	
		算律		向量运算和实数运算有类似的地方也有区别： 对于一个向量等式，可以移项，两边平方、两边同乘以一个实数，两边同时取模，两边同乘以一个向量，但不能两边同除以一个向量，即两边不能约去一个向量，**切记两向量不能相除（相约）**；（2）$\vec{a}(\vec{b}\bullet\vec{c})\neq(\vec{a}\bullet\vec{b})\vec{c}$	

		几何表示法	用带箭头的有向线段表示，如 $\overrightarrow{AB}$，注意起点在前，终点在后；

	向量的表示方法		
		符号表示法	用一个小写的英文字母来表示，如 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 等；
		坐标表示法	在平面内建立直角坐标系，以与 x 轴、y 轴方向相同的两个单位向量 $\vec{i}$，$\vec{j}$ 为基底，则平面内的任一向量 $\vec{a}$ 可表示为 $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}=(x,y)$，称 (x,y) 为向量 $\vec{a}$ 的坐标，$\vec{a}=(x,y)$ 叫做向量 $\vec{a}$ 的坐标表示。如果**向量的起点在原点**，那么向量的坐标与向量的终点坐标相同。
	三角形的四个“心” 重心：三角形三条中线交点.　外心：三角形三边垂直平分线相交于一点. 内心：三角形三内角的平分线相交于一点.　垂心：三角形三边上的高相交于一点.		

*4.不等式、线性规划

同向不等式	$a>b,\ b>c\Rightarrow a>c$ $a>b,\ c>0\Rightarrow ac>bc$；$a>b,\ c<0\Rightarrow ac<bc$； $a>b,\ c>d\Rightarrow a+c>b+d$ $a>b>0,\ c>d>0\Rightarrow ac>bd$	两个实数的顺序关系： $a>b\Leftrightarrow a-b>0$ $a<b\Leftrightarrow a-b<0$
	$a>b>0,\ n\in\mathbf{N}^*,\ n>1\Rightarrow a^n>b^n;\sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$	取倒数法则 $ab>0$，$a>b\Leftrightarrow\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

基本不等式	最值定理	①$x,y>0$,由$x+y\geqslant 2\sqrt{xy}$，若积 $xy=P$(定值)，则当 $x=y$ 时和 $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{p}$； ②$x,y>0$,由$x+y\geqslant 2\sqrt{xy}$，若和 $x+y=S$(定值)，则当 $x=y$ 是积 xy 有最大值 $\frac{1}{4}s^2$. 【推广】：已知 $x,y\in R$，则有 $(x+y)^2=(x-y)^2+2xy$. （1）若积 xy 是定值，则当 $\|x-y\|$ 最大时，$\|x+y\|$ 最大；当 $\|x-y\|$ 最小时，$\|x+y\|$ 最小. （2）若和 $\|x+y\|$ 是定值，则当 $\|x-y\|$ 最大时，$\|xy\|$ 最小；当 $\|x-y\|$ 最小时，$\|xy\|$ 最大
	均值不等式	平方平均 ≥ 算术平均 ≥ 几何平均 ≥ 调和平均　$ab\leqslant(\frac{a+b}{2})^2\leqslant\frac{a^2+b^2}{2}$ ($a,b\in R$, 当且仅当 $a=b$ 取“=”) $\frac{2}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}=\frac{2ab}{a+b}\leqslant\sqrt{ab}\leqslant\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$（当且仅当$a=b$时取“=”）
	糖水的浓度	$a>b>0,\ a>m>0$，则 $\frac{b-m}{a-m}<\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$.　【说明】：$\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$（$a>b>0,m>0$）.
	“1”的代换	③已知 $a,x,b,y\in\mathrm{R}^+$，若 $ax+by=1$，则有：$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=(ax+by)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})=a+b+\frac{by}{x}+\frac{ax}{y}\geqslant a+b+2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ ④$a,x,b,y\in\mathrm{R}^+$，若 $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=1$ 则有：$x+y=(x+y)(\frac{ay}{x}+\frac{bx}{y})=a+b+2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$

线性规划	平面区域	当 $A>0$ 时，若 $Ax+By+C>0$ 表示直线 l 的右边，$Ax+By+C<0$ 表示直线 l 的左边. 当 $B>0$ 时，若 $Ax+By+C>0$ 表示直线 l 的上方，$Ax+By+C<0$ 表示直线 l 的下方.
		设曲线 $C:(A_1x+B_1y+C_1)(A_2x+B_2y+C_2)=0$（$A_1A_2B_1B_2\neq 0$），则 $(A_1x+B_1y+C_1)(A_2x+B_2y+C_2)>0$ 或 <0 所表示的平面区域：两直线 $A_1x+B_1y+C_1=0$ 和 $A_2x+B_2y+C_2=0$ 所成对顶角区域（上下或左右两部分）.
		点 $P_0(x_0,y_0)$ 与 $f(x,y)$ 位置关系：若 $f(x,y)$ 为封闭曲线（圆、椭圆、$\|x+a\|+\|y+b\|=m$ 等），则 $f(x_0,y_0)>0$，称点在曲线外部；若 $f(x,y)$ 为开放曲线（抛物线、双曲线等），则 $f(x_0,y_0)>0$，称点亦在曲线“外部”

	最值	已知直线 $l: Ax+By+C=0$，目标函数 $z=Ax+By$. ①当 $B>0$ 时，将直线 l 向上平移，则 z 的值越来越大；直线 l 向下平移，则 z 的值越来越小； ②当 $B<0$ 时，将直线 l 向上平移，则 z 的值越来越小；直线 l 向下平移，则 z 的值越来越大；	
	几何意义	$z=ax+by$	若 $b>0$，直线在 **y** 轴上的截距越大，**z** 越大，若 $b<0$，直线在 **y** 轴上的截距越大，**z** 越小.
		$\frac{y-m}{x-n}$ （$\frac{\sin x-m}{\cos x-n}$）	表示过两点 $(x,y),(n,m)$ 的直线的斜率，特别 $\frac{y}{x}$ 表示过原点和 (n,m) 的直线的斜率
		$t=(x-m)^2+(y-n)^2$	$t=(x-m)^2+(y-n)^2$ 表示区域内的点到（**m,n**）的距离的平方

*5.函数、基本初等函数 I 的概念、图像与性质

函数概念及其表示	函数的概念	函数用 **f(x)** 来表示：即 **x** 按照对应法则 **f** 对应的函数值为 **f(x)**．函数有解析式和图像两种具体的表示形式。 定义域 **A**：**x** 取值范围组成集合。　　　　值域 **B**：**y** 取值范围组成集合。对应法则 **f**：**y** 与 **x** 对应关系。 如：函数图像与 x 轴的垂线至多有一个公共点，但与 y 轴垂线的公共点可能没有，也可能有任意个.
	定义域题型	**(1)** 具体函数：即有明确解析式的函数，定义域的考查有两种形式：使函数解析式有意义 （如：分母 $\neq 0$；偶次根式被开方数非负；零指数幂底数 $\neq 0$；实际问题有意义；对数真数 >0，底数 >0 且 $\neq 1$； 如 $\lg x<1$ 的解集：$0<x<10$；$y=\ln x$ 单调增区间 $(0,+\infty)$；如：不等式 $\lg\|x\|<1$ 的解集________ $\{x\|-1<x<1且x\neq 0\}$ **(2)** 复合函数定义域求法：只要对应法则相同，括号里整体的取值范围就完全相同。 若 $f(x)$ 的定义域为 $[a,b]$，其复合函数 $f[g(x)]$ 的定义域可由不等式 $a\le g(x)\le b$ 解出； 若 $f[g(x)]$ 的定义域为 $[a,b]$，求 $f(t)$ 的定义域，相当于 $x\in[a,b]$ 时，求 $t=g(x)$ 的值域； 如若函数 $f(x^2+1)$ 的定义域为 $[-2,1)$，则 $f(x)$ 定义域为___（答：**[1,5]**）
	区间	数轴上的一段数组成的集合可以用区间表示，区间分为开区间和闭区间，开区间用小括号表示，是大于或小于的意思；闭区间用中括号表示，是大于等于或小于等于的意思； （1）区间是集合的另类表示方式，区间就是集合，具有集合的一般性质。 （2）它是无限集，连续的实数。$\{x\|1<x<2或x=-4\}$ 表示成（1，2）U$\{-4\}$，不能写成 $(1,2)且x=-4$。

性质	奇偶性	定义	如果 $f(-x)=f(x)$，则 $f(x)$ 为偶函数；如果 $f(-x)=-f(x)$，则 $f(x)$ 为奇函数。 这两个式子有意义的前提条件是：定义域关于原点对称。确定奇偶性方法有定义法、图像法等； （1）若判断较为复杂解析式函数的奇偶性，应先化简再判断，如判断函数 $f(x)=\frac{\lg(1-x^2)}{\|x^2-2\|-2}$ 奇偶性__偶函数； （2）奇函数在对称的单调区间内有相同的单调性；偶函数在对称的单调区间内有相反单调性； （3）若 $f(x)$ 是偶函数，那么 $f(x)=f(-x)=f(\|x\|)$；定义域含零的奇函数必过原点（$f(0)=0$）；
		判断	定义法判断：⑴定义域是关于原点对称的；　　（2）计算 $f(x)\pm f(-x)=0$ 或 $\frac{f(-x)}{f(x)}=\pm 1(f(x)\neq 0)$； 若函数 $f(x)=\frac{k-2^x}{1+k\cdot 2^x}$（**a** 为常数）在定义域上为奇函数，则 ***k***=_ ± 1
		利用	**(1).利用公式：f(-x)=- f(x)，f(-x)= f(x)，计算或求解析式；　(2).利用复合函数奇偶性结论：F(x)=f(x)g(x)，奇奇得偶，偶偶得偶，奇偶得奇；(3).F(x)=f(x)+g(x)，当 f(x)为奇，g(x)为偶时，代入-x 得：F(-x)=-f(x)+g(x),两式相加可以消去 f(x),两式相减可以消去 g(x),从而解决问题；（4）奇偶函数图像的对称性**
	周期性		对定义域内任意 x，存在非零常数 T，$f(x+T)=f(x)$，T 为 $f(x)$ 周期 ⑴若 $y=f(x)$ 对 $x\in R$ 时 $f(x+a)=f(x-a)$ 恒成立，则 $f(x)$ 的周期为 $2\|a\|$； ⑵若 $y=f(x)$ 是偶函数，其图像又关于直线 $x=a$ 对称，则 $f(x)$ 的周期为 $2\|a\|$； ⑶ $f(x+a)=-f(x)$，$f(x+a)=-\frac{1}{f(x)}$ 或 $f(x+a)f(x)=k$ 或 $f(x+a)+f(x)=k$ T 为 $2\|a\|$；
	单调性	定义	定义域内一区间 I，$x_1,x_2\in I, x_1<x_2$，增 $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$；减 $x_1<x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$
		求单调区间	定义法、导数法、图像法和特值法(用于小题)等（提醒：求单调区间时注意定义域） 导数法：i 求定义域：ii 求 $f'(x)$；iii $f'(x)>0$ 的解构成增区间；注意：区间表示。

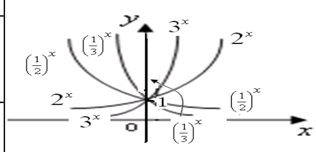
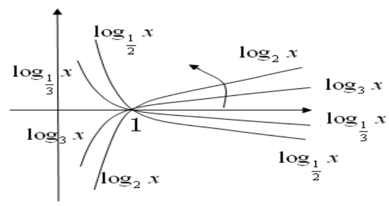
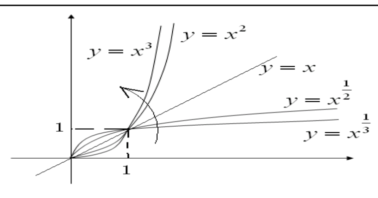
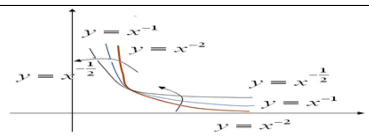
			如：函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x^2+2x)$ 的单调递增区间是_____.（ $(1,2)$ ）；函数 $y=x-\frac{1}{x}$ 单调增区间是__.（$(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$）
		证明	定义法、导数法。判断单调性：小题首选复合函数法，其次求导数；大题首选求导数，其次用定义。 （1）定义法：i 取值 $x_1<x_2$ ii 作差变形判断 $f(x_1)-f(x_2)$ 符号； （2）导数法：i 求 $f'(x)$；ii 判断 $f'(x)$ 符号；
		利用	**(1).**求值域：利用单调性画出图像趋势，定区间，断。 **(2).**比较函数值的大小：画图看**(3)**解不等式：增 $x_1>x_2\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$ 或 $f(x_1)>f(x_2)\Rightarrow x_1>x_2$； 减 $x_1>x_2\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$ 或 $f(x_1)>f(x_2)\Rightarrow x_1<x_2$ **(4).**求系数：利用常规函数单调性结论，根据单调性求系数。 $\log_a\frac{3}{5}<1$，则 a 范围是 $a>1$或$0<a<\frac{3}{5}$； 已知 $f(x)=\log_a x(a>0,a\neq1)$ 为 R 上增，则 $f(\|x-1\|)<0$ 的实数 x 的取值范围。$(0,1)\cup(1,2)$
		复合函数	由“同增异减”判定：①分解为基本函数：内函数 $u=g(x)$ 与外函数 $y=f(u)$；　②分别研究内、外函数在各自定义域内的单调性　③根据“同性则增，异性则减”来判断原函数在其定义域内单调性. 已知复合函数单调性，求字母范围：i 分解出内外层函数；**ii** 研究内外层函数的单调性的关系； **iii** 兼顾函数的定义域；　如：若 **y=log** $_a$ **(2-ax)**在［**0，1**］上是 **x** 的减函数，则 **a** 的取值范围是____（1，2）

*6.函数、基本初等函数 I 的图像与性质

求函数解析式的常用方法	待定系数法基本步骤	①确定所求问题含有待定系数的解析式；二次函数解析式的三种形式： 一般式：$f(x)=ax^2+bx+c(a\neq0)$；　顶点式：$f(x)=a(x-h)^2+k(a\neq0)$；　零点式：$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(a\neq0)$. ②根据恒等的条件，列出一组含待定系数的方程； ③解方程组或者消去待定系数，从而使问题得到解决。 如一元二次不等式 $f(x)<x-1$ 解集是 (-1,2) ,可设________ $f(x)$-x+1=a(x+1)(x-2)
	配凑法	若 $f(x-\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}$，则函数 $f(x-1)$=_____（答：x^2-2x+3）
	坐标转移	函数 $y=f(x)$ 关于函数 $y=\ln\sqrt{x}+1$ 图形关于直线 $y=x$ 对称，则 $f(x)=$____ e^{2x-2} 函数 $y=f(x)$ 与____________的图像关于原点成中心对称；　$y=-f(-x)$
	方程的思想	对已知等式进行赋值，从而得到关于 $f(x)$ 及另外一个函数的方程组； 函数 $f(x)$ 是一个偶函数，$g(x)$ 是一个奇函数，且 $f(x)+g(x)=\frac{1}{x-1}$，则 $f(x)$ 等于_____ $\frac{1}{x^2-1}$； 若函数 $f(x),g(x)$ 分别是 **R** 上的奇函数、偶函数，且满足 $f(x)-g(x)=e^x$，则有 $f(x)$=_____ $\frac{e^x-e^{-x}}{2}$
图象几种常见变换	对称变换	①函数 $y=f(x)$ 与 $y=-f(-x)$ 的图像关于原点成中心对称 ②函数 $y=f(x)$ 与 $y=f(-x)$ 图像关于直线 $x=0$（y 轴）对称； ③函数 $y=f(x)$ 对 $x\in R$，$f(a+x)=f(a-x)$ 或 $f(x)=f(2a-x)$ 恒成立，图像关于 $x=a$ 对称； ④若 $y=f(x)$ 对 $x\in R$ 时，$f(a+x)=f(b-x)$ 恒成立，则 $y=f(x)$ 图像关于 $x=\frac{a+b}{2}$ 对称； 函数 $y=f(a+x)$，$y=f(b-x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{b-a}{2}$ 对称(由 $a+x=b-x$ 确定)； ⑤函数 $y=f(ax)$ $(a>0)$ 的图象是把函数 $y=f(x)$ 的图象沿 x 轴伸缩为原来的 $\frac{1}{a}$ 得到的。 如若函数 $y=f(2x-1)$ 是偶函数，则函数 $y=f(2x)$ 的对称轴方程是_______(答：$x=-\frac{1}{2}$).
	平移变换	左右平移----“左加右减”(针对 x 而言)；上下平移----“上加下减”(针对 y 而言)
	翻折变换	$f(x)\to\|f(x)\|$；$f(x)\to f(\|x\|)$. 注意翻折时机和翻折的本质：如 $y=2^{\|x-3\|}$ 由 $y=2^{\|x\|}$ 向右平移 3 单位
	配方法	二次函数（二次函数在给出区间上的最值有两类：一是求闭区间 $[m,n]$ 上的最值； 二是求区间定（动），对称轴动（定）的最值问题。　求二次函数的最值问题，勿忘数形结合，注意“两看”：一看开口方向；二看对称轴与所给区间的相对位置关系），　如求函数 $y=x^2-2x+5,x\in[-1,2]$ 的值域（答：**[4,8]**）；

求函数值域（最值）的方法		
	换元法	通过换元把一个较复杂的函
		数变为简单易求值域的函数，其函数特征是函数解析式含有根式或三角函数公式模型，如 $y=2x+1+\sqrt{x-1}$ 的值域为_____（答：$(3,+\infty)$）（令 $\sqrt{x-1}=t$，$t\ge 0$。运用换元法时，要特别要注意新元 t 的范围）；
	有界性	利用已学过函数的有界性，确定值域，最常用的就是三角函数的有界性，如 $y=\frac{2\sin\theta-1}{1+\sin\theta}$ $(-\infty,\frac{1}{2}]$
	单调性	利用一次函数，反比例函数，指数函数，对数函数等函数的单调性，如求 $y=\sin^2x+\frac{9}{1+\sin^2x}$；$[\frac{11}{2},9]$；
	数形结合	函数解析式具有明显的某种几何意义，如两点的距离、直线斜率、等等，如已知点 $P(x,y)$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，求 $\frac{y}{x+2}$ 的取值范围（答：$[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}]$）；求 $y=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x+8)^2}$ 的值域（答：$[10,+\infty)$）；
	判别式	求 $y=\frac{x}{1+x^2}$ 的值域（答：$[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$）；
	不等式	利用基本不等式 $a+b\ge 2\sqrt{ab}(a,b\in R^+)$ 求函数的最值，其题型特征解析式是和式时要求积为定值，解析式是积时要求和为定值，不过有时须要用到拆项、添项和两边平方等技巧。
	导数法	一般适用于高次多项式函数，如求函数 $f(x)=2x^3+4x^2-40x$，$x\in[-3,3]$ 的最小值。（答：**－48**） 提醒：求函数的定义域、值域时，你按要求写成集合包括区间形式了吗？

*7. 函数与方程、函数模型及其应用

基本初等函数 I	指数函数 $y=a^x(a>0,且a\ne 1)$	定义域 **R** 值域 $(0,+\infty)$		
		$0<a<1$	$(-\infty,+\infty)$ 单调递减，$x<0$ 时 $y<1$，$x>0$ 时 $0<y<1$	
		$a>1$	$(-\infty,+\infty)$ 单调递增，$x<0$ 时 $0<y<1$，$x>0$ 时 $y>1$	
	对数函数：函数 $y=\log_a x(a>0,且a\ne 1)$；$y=(a^2-3a+3)\cdot a^x$ 是指数函数，则有（ $a=2.$）	函数的定义域为 $(0,+\infty)$		
		函数的值域为 **R**；函数 $y=(\frac{1}{2})^{1-x}$ 的值域是__.（**0，＋∞**）；		
		$0<a<1$	在 $(0,+\infty)$ 单调递减，$0<x<1$ 时 $y>0$，$x>1$ 时 $y<0$	
		$a>1$	在 $(0,+\infty)$ 单调递增，$0<x<1$ 时 $y<0$，$x>1$ 时 $y>0$	
	幂函数 一般地，形如 $y=x^\alpha$ $(a\in R)$ 的函数称为幂函数，其中 α 为常数.	$\alpha>0$	幂函数的图象通过原点，并且在区间 $[0,+\infty)$ 上是增函数	
		$\alpha>1$	幂函数的图象下凸	
		$0<\alpha<1$	幂函数的图象上凸	
		$\alpha<0$	幂函数的图象在区间 $(0,+\infty)$ 上是减函数. 在第一象限内，当 x 从右边趋向原点时，图象在 y 轴右方无限地逼近 y 轴正半轴，当 x 趋于 $+\infty$ 时，图象在 x 轴上方无限地逼近 x 轴正半轴.	

<table>
<tr><td>指数函数对数函数</td><td colspan="3">对数与对数性质：
⑴ $\log_a b=\log_{a^n} b^n$ $(a>0,a\neq 1,b>0,n\neq 0)$； ⑵对数恒等式 $a^{\log_a N}=N(a>0,a\neq1,N>0)$
⑶ $\log_a(M\cdot N)=\log_a M+\log_a N;\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N;\log_a M^n=n\log_a M$ ； $\log_a\sqrt[n]{M}=\frac{1}{n}\log_a M$；
⑷对数换底公式 $\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a}$ $(a>0,a\neq1,b>0,b\neq1)$_</td></tr>
<tr><td rowspan="2">函数零点</td><td>概念</td><td colspan="2">函数 $y=f(x)$ 的零点就是方程 $f(x)=0$ 实数根，亦即函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标．即：方程 $f(x)=0$ 有实数根 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 的图象与 x 轴有交点 $\Leftrightarrow$ 函数 $y=f(x)$ 有零点；如：函数 $f(x)=x-|\lg x|$ 在定义域上零点个数为 **1**</td></tr>
<tr><td>存在定理</td><td colspan="2">图象在 $[a,b]$ 上连续不断，若 $f(a)f(b)<0$，则 $y=f(x)$ 在 (a,b) 内存在零点。</td></tr>
<tr><td rowspan="6">二分法</td><td>方法</td><td colspan="2">对于在区间 $[a，b]$ 上连续不断，且满足 $f(a)$ • $f(b)<0$ 的函数 $y=f(x)$，通过不断地把函数 $f(x)$ 的零点所在区间一分为二，使区间两个端点逐步逼近零点，进而得到零点近似值的方法叫做二分法.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">步骤</td><td>第一步</td><td>确定区间 $[a,b]$，验证 $f(a)\cdot f(b)<0$，给定精确度 ε。</td></tr>
<tr><td>第二步</td><td>求区间 $[a,b]$ 的中点 c；</td></tr>
<tr><td>第三步</td><td>计算 $f(c)$：（1）若 $f(c)=0$，则 c 就是函数的零点；（2）若 $f(a)\cdot f(c)<0$，则令 $b=c$（此时零点 $x_0\in(a,c)$）；（3）若 $f(c)\cdot f(b)<0$，则令 $a=c$（此时零点 $x_0\in(c,b)$）.（4）判断是否达到精确度 ε:即若 $|a-b|<\varepsilon$，则得到零点近似值 a（或 b）；否则重复（2）～（4）.</td></tr>
<tr><td colspan="3">函数 $f(x)=\ln(x-1)-\frac{2}{x}$ 的零点所在的大致区间是<u>（0，1）</u>或 $(1,2)$ ___（画图 $\ln(x-1)=\frac{2}{x}$；注意：$f'(x)>0$ ___只能说明函数在 $(-1,0),(0,+\infty)$ 分别增，不是在定义域内增，不能误认为零点只有一个（错））</td></tr>
</table>

*8. 导数及其应用

<table>
<tr><td rowspan="6">导数及其应用</td><td rowspan="5">概念与几何意义</td><td>概念</td><td colspan="2">$f(x)$ 在点 x_0 处的导数 $f'(x_0)=\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$ 如当 $\Delta x\to 0,$ $\frac{\sin(\frac{\pi}{3}+\Delta x)-\sin\frac{\pi}{3}}{\Delta x}\to$ ________.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">几何意义</td><td colspan="2">（1）“在”点 (x_1,y_1) 处的切线： i 斜率= $k=f'(x_1)$ ii 切线 $y-y_1=f'(x_1)(x-x_1)$
曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(x_0,f(x_0))$ 处的切线的斜率是 $f'(x_0)$，相应地切线的方程是 $y-y_0=f'(x_0)(x-x_0)$。</td></tr>
<tr><td colspan="2">（2）“过”点 (x_1,y_1) 在曲线上 $y_0=f(x_0)$ 切线：
i 设切点 (x_0,y_0)； ii 求切线方程；iii 列方程组：切点 (x_0,y_0) 在曲线上 $y_0=f(x_0)$；
切点在切线 $y-y_1=f'(x_0)(x-x_1)$ 上；iv 解方程组，得 x_0，求切线。
如 $f(x)=x^3-3x$，过 $P(2,-6)$ 作 $y=f(x)$ 的切线，求此切线的方程（答：$3x+y=0$ 或 $24x-y-54=0$）。
如经过原点且与曲线 $y=\frac{x+9}{x+5}$ 相切的方程是____． 两个切点 **A(－3，3)或 B(－15, $\frac{3}{5}$)x+y=0 或 $\frac{x}{25}$+y=0;**</td></tr>
<tr><td colspan="2">在求曲线的切线方程时，要注意区分所求切线是曲线上某点处的切线，还是过某点的切线：
曲线上某点处的切线只有一条，而过某点的切线不一定只有一条，即使此点在曲线上也不一定只有一条；</td></tr>
<tr><td>物理意义</td><td colspan="2">瞬时速度；V＝s′(t) 表示即时速度。a=v′(t) 表示加速度。
如一物体的运动方程是 $s=1-t+t^2$，其中 s 的单位是米，t 的单位是秒，那么物体在 $t=3$ 时的瞬时速度为____（**5 米/秒**）</td></tr>
<tr><td>运算</td><td>基本公式</td><td>⑤ $C'=0$； ② $(x^n)'=nx^{n-1}$； ③ $(\sin x)'=\cos x$； ④ $(\cos x)'=-\sin x$；</td><td>$(\frac{1}{x})'=-\frac{1}{x^2}$； $(\ln|x|)'=\frac{1}{x}$</td></tr>
</table>

			⑤ $(a^x)'=a^x\ln a$；⑥ $(e^x)'=e^x$；⑦ $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$；⑧ $(\ln x)'=\frac{1}{x}$。
		运算法则	$(u\pm v)'=u'\pm v';(uv)'=u'v+uv';(\frac{u}{v})'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$; 复合函数求导法则 $y=[f(g(x))]'=f'(g(x))g'(x)$ 如等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_8=4$，函数 $f(x)=x(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_8)$，则 $f'(0)=$ __2^{12} 解：$f'(x)=1\cdot[(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_8)]+x\cdot[(x-a_1)(x-a_2)\cdots(x-a_8)]'$ 故 $f'(0)=a_1a_2a_3\cdots a_8=(a_1a_8)^4=2^{12}$
	研究函数性质	函数的单调性	①若 $f'(x)>0$,则 $f(x)$ 为增函数；若 $f'(x)<0$,则 $f(x)$ 为减函数； 若 $f'(x)$ 的符号不确定,则 $f(x)$ 不是单调函数。 ②若函数 $y=f(x)$ 在区间（a,b）上单调递增，则 $f'(x)\ge 0$，反之等号不成立；若函数 $y=f(x)$ 在区间（a,b）上单调递减，则 $f'(x)\le 0$，反之等号不成立 如：已知 $f(x)$ 为减函数求字母取值范围,那么不等式 $f'(x)\le 0$ 恒成立。如：设 $a>0$ 函数 $f(x)=x^3-ax$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调函数，则实数 a 的取值范围______（答：$0<a\le 3$）； 已知函数 $f(x)=x^2+\frac{2}{x}+a\ln x(x>0)$, 若 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递增，求 a 的取值范围：$a\ge 0$；
			如：若函数 $y=-\frac{4}{3}x^3+bx$ 有三个单调区间，则 b 的取值范围是_____解析：$y'=-4x^2+b$，若 y' 值有正、有负，则 $b>0$；如：$f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的单调减区间：减区间 $(-1,0),(0,1)$，你会画图吗？
			求函数的单调区间的具体步骤是：①确定 $f(x)$ 的定义域；②计算导数 $f'(x)$；③求出 $f'(x)=0$ 的根； ④用 $f'(x)=0$ 的根将 $f(x)$ 的定义域分成若干个区间,列表考察这若干个区间内 $f'(x)$ 的符号,进而确定 $f(x)$ 的单调区间；
		思考	1.导数有哪些应用？（求斜率，判断单调性与求单调区间，求极值与最值，证明不等式），导数的几何意义是什么？物理意义呢？知道是牛顿和莱布尼兹发明了微积分吗？ 2．求导数的规则、公式你都记得吗？一共有多少个公式？有两个容易记错！导函数相同的两个原函数一定也相同吗？请举例说明。 3．导数的定义还记得吗？它的几何意义和物理意义分别是什么？利用导数可解决哪些问题？具体步骤还记得吗？求切线，求极值，求单调区间，求最值， 4 导数求曲线的切线步骤是什么？你能区别“在”一点处的切线和“过”一点的切线吗？

*9. 导数及其应用

导数及其应用	研究函数性质	极值	函数的极值定义：设函数 $f(x)$ 在点 x_0 附近有定义，如果对 x_0 附近所有的点，都有 $f(x)<f(x_0)$，就说是 $f(x_0)$ 函数 $f(x)$ 的一个极大值。记作 $y_{极大值}=f(x_0)$，如果对 x_0 附近所有的点，都有 $f(x)>f(x_0)$，就说是 $f(x_0)$ 函数 $f(x)$ 的一个极小值。记作 $y_{极小值}=f(x_0)$。极大值和极小值统称为极值。 极值是一个局部概念.由定义，极值只是某个点的函数值与它附近点的函数值比较是最大或最小.并不意味着它在函数的整个的定义域内最大或最小；函数的极值点一定出现在区间的内部，区间的端点不能成为极值点. 而使函数取得最大值、最小值的点可能在区间的内部，也可能在区间的端点
			如：设 $f(x)=x^3-3ax^2+2bx$ 在 $x=1$ 处有极小值 -1，试求 a、b 的值，并求出 $f(x)$ 的单调区间； 解 $\begin{cases}3-6a+2b=0,\\2-3a+2b=0.\end{cases}$ $a=\frac{1}{3}$ $b=-\frac{1}{2}$.此时 $f(x)=x^3-x^2-x$，$f'(x)=3x^2-2x-1=3(x+\frac{1}{3})(x-1)$ 当 $f'(x)>0$ 时，$x>1$ 或 $x<-\frac{1}{3}$，当 $f'(x)<0$ 时，$-\frac{1}{3}<x<1$.∴单调增区间（$-\infty$，$-\frac{1}{3}$）和（1，$+\infty$），减区间（$-\frac{1}{3}$，1）；

			求函数 $f(x)$ 的极值的步骤：(1)确定函数的定义区间，求导数 $f'(x)$；(2)求方程 $f'(x)=0$ 的根；(3) 列表（分区讨论单调性和极值点）：用函数的导数为 0 的点，顺次将函数的定义区间分成若干小开区间，并列成表格.检查 $f'(x)$ 在方程根左右的值的符号，如果左正右负，那么 $f(x)$ 在这个根处取得极大值;如果左负右正，那么 $f(x)$ 在这个根处取得极小值；如果左右不改变符号即都为正或都为负，则 $f(x)$ 在这个根处无极值； 提醒：给出函数极大(小)值的条件，一定要既考虑 $f'(x_0)=0$，又要考虑检验“左正右负”（“左负右正”）的转化，否则条件没有用完，这一点一定要切记！ $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$在$x=1$处有极小值 10，则 a+b 的值为___一7；$a=-3,b=3$（舍）或 $a=4,b=-11$；
		最值	$[a,b]$ 上的连续函数一定存在最大值和最小值，最大值和区间端点值和区间内的极大值中的最大者，最小值和区间端点和区间内的极小值中的最小者。
			在闭区间 $[a,b]$ 上连续的函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上必有最大值与最小值的步骤：ⅰ讨论单调区间；**ii**。判断极值；ⅲ 极值与闭区间端点的函数值比较,最大的为最大值,最小的是最小值。如：函数 $y=2x^3-3x^2-12x+5$ 在**[0，3]**上的最大值、最小值分别是______（答：**5**；**-15**）
		零点	函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 有零点或者方程 $f(x)=g(x)$ 有解： ①（代数法）根据极值正负，画图观察函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 图像与 X 轴交点情况； ②（几何法）作图要准确。方程 $f(x)=g(x)$，两个函数图像有交点。
			零点定理：设函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,b]$ 上连续，且 $f(a)\cdot f(b)<0$．那么在开区间 (a,b) 内至少有函数 $f(x)$ 的一个零点，即至少有一点 ξ（$a<\xi<b$）使 $f(\xi)=0$． 如：(**1**) 若方程 $2ax^2-x-1=0$ 在（**0**，**1**）内恰有一解，求实数 a 的取值范围。$a>1$；
		反思	**1**．求极值，求单调区间，求最值？利用导数求函数单调区间时，一般由 $f'(x)\ge 0$ 解得的区间是单调增区间；利用导数求函数最值的步骤你还清楚吗？最好是列表！ “函数在某点取得极值”你会灵活应用吗？不仅表示在该点的导函数值为零，而且导函数在该点两侧函数值的符号相异的。 **2**．极值就是最值吗？极大值一定大于极小值吗？ 你记得极值的定义原文吗吗？使 **f/**（**x**）**=0** 的 **x** 的值就是极值点吗？求最值的根本方法是什么（单调性法）？其它方法呢？（均值不等式法），求最值的口诀你记得吗？（不在极点处，便在端点处）； 对 **f**（**x**）**=x3+bx2+cx+d**，**f/**（**x**）大致图象是怎样？。

*10. 三角函数的图像与性质

三角函数的图象与性质	基本问题	角概念的推广	1. α 终边与 θ 终边相同 $\Leftrightarrow \alpha=\theta+2k\pi(k\in Z)$；习惯上 **x** 轴正半轴作为角起始边，叫角的始边; **2**. 象限角的概念：在直角坐标系中，使角的顶点与原点重合，角的始边与 x 轴的非负半轴重合，角的终边在第几象限，就说这个角是第几象限的角。如果角的终边在坐标轴上，就认为这个角不属于任何象限。

<table>
<tr><td rowspan="25">三角形中的三角变换</td><td rowspan="6"></td><td></td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>弧度制的定义</td><td colspan="4">$|\alpha| = l/R$；弧长公式$l=|\theta|r$； 扇形面积公式：$S_{扇形}=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}|\theta|r^2$； 1弧度($1rad$)$\approx 57.3^\circ$.</td></tr>
<tr><td>任意角的三角函数定义</td><td colspan="4">角α中边上任意一点P为(x,y)，设$|OP|=r$则：$\sin\alpha=\frac{y}{r},\cos\alpha=\frac{x}{r},\ \tan\alpha=\frac{y}{x}$
注意： $\tan 15^\circ=\cot 75^\circ=2-\sqrt{3}$； $\tan 75^\circ=\cot 15^\circ=2+\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><td>同角三角函数关系</td><td colspan="4">$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1,\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha$</td></tr>
<tr><td>诱导公式</td><td colspan="4">$360^\circ\pm\alpha,180^\circ\pm\alpha$，$-\alpha$，$90^\circ\pm\alpha,270^\circ\pm\alpha$，“奇变偶不变，符号看象限”.</td></tr>
<tr><td></td><td>周期</td><td>奇偶性</td><td>对称中心</td><td>对称轴</td></tr>
<tr><td rowspan="3">性质与图象</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$y=A\sin(\omega x+\varphi)$</td><td>$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$</td><td>奇函数</td><td>$(\frac{k\pi-\varphi}{\omega},0)(k\in Z)$</td><td>$x=(k\pi+\frac{\pi}{2}-\varphi)/\omega(k\in Z)$</td></tr>
<tr><td>$y=A\cos(\omega x+\varphi)$</td><td>$T=\frac{2\pi}{|\omega|}$</td><td>偶函数</td><td>$(k\pi+\frac{\pi}{2}-\varphi/\omega,0)(k\in Z)$</td><td>$x=k\pi-\varphi\ /\omega(k\in Z)$</td></tr>
<tr><td rowspan="6">图象变换</td><td rowspan="2">平移变换</td><td>上下平移</td><td colspan="3">$y=f(x)$图象平移$|k|$得$y=f(x)+k$图象，$k>0$向上，$k<0$向下。</td></tr>
<tr><td>左右平移</td><td colspan="3">$y=f(x)$图象平移$|\varphi|$得$y=f(x+\varphi)$图象，$\varphi>0$向左，$\varphi<0$向右。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">伸缩变换</td><td>x轴方向</td><td colspan="3">$y=f(x)$图象各点把横坐标变为原来ω倍得$y=f(\frac{1}{\omega}x)$的图象。</td></tr>
<tr><td>y轴方向</td><td colspan="3">$y=f(x)$图象各点纵坐标变为原来的A倍得$y=Af(x)$的图象。</td></tr>
<tr><td rowspan="2">对称变换</td><td>中心对称</td><td colspan="3">$y=f(x)$图象关于点(a,b)对称图象的解析式是$y=2b-f(2a-x)$</td></tr>
<tr><td>轴对称</td><td colspan="3">$y=f(x)$图象关于直线$x=a$对称图象的解析式是$y=f(2a-x)$。</td></tr>
<tr><td>正切函数的图象和性质</td><td colspan="5">（1）定义域：$\{x\mid x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\}$。遇到有关正切函数问题时，你注意到正切函数的定义域了吗？
（2）值域是 R，在上面定义域上无最大值也无最小值；
（3）周期性：是周期函数且周期是π，它与直线$y=a$的两个相邻交点之间的距离是一个周期π。绝对值或平方对三角函数周期性的影响：一般说来，某一周期函数解析式加绝对值或平方，其周期性是：弦减半、切不变．既为周期函数又是偶函数的函数自变量加绝对值，其周期性不变，其它不定。
（4）奇偶性与对称性：是奇函数，对称中心是$(\frac{k\pi}{2},0)\ (k\in Z)$，特别提醒：正(余)切型函数的对称中心有两类：一类是图象与x轴的交点，另一类是渐近线与x轴的交点，但无对称轴，这是与正弦、余弦函数的不同之处。
（5）单调性：正切函数在开区间$(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi)(k\in Z)$内都是增函数。但要注意在整个定义域上不具有单调性。</td></tr>
</table>

		(1)若 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$，则 $\sin x<x<\tan x$； **(2)** 若 $x\in(0,\frac{\pi}{2})$，则 $1<\sin x+\cos x\leqslant\sqrt{2}$； **(3)** $\|\sin x\|+\|\cos x\|\geqslant 1$； **(4)** $f(x)=\frac{\sin x}{x}$ 在 $(0,\pi)$ 上是减函数； （**5**）若 $\sin x,\cos x\geq 1,\ \sin x,\cos x=1$

*11. 三角恒等变换

			和差角公式	倍角公式	
三角恒等变换	变换公式	正弦	$\sin(\alpha\pm\beta)$ $=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$	$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$	$\sin 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ $\cos 2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$ $\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$ $\cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$
		余弦	$\cos(\alpha\pm\beta)$ $=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$	$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ $=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$	
		正切	$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$	$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$	
		三角变换	**指角(“配”与“凑”)、函数名(切割化弦)、次数(降与升) 、系数(常值“1”) 和 运算结构(和与积)的变换，其核心是“角的变换”.**		

	三角变换	化简技巧	角的拆变，公式变用，切割化弦，倍角降次，“1”的变幻，设元转化，引入辅角，平方消元等
		角的变换	已知角与特殊角的变换、已知角与目标角的变换、角与其倍角的变换、两角与其和差角的变换.
		角的“配”与“凑”	掌握角的“和”、“差”、“倍”和“半”公式后，还应注意一些配凑变形技巧，如下： $2\alpha=\alpha+\alpha$，$\alpha=2\times\frac{\alpha}{2}$；　$\alpha+\beta=2\cdot\frac{\alpha+\beta}{2}$，$\frac{\alpha+\beta}{2}=\left(\alpha-\frac{\beta}{2}\right)-\left(\frac{\alpha}{2}-\beta\right)$； $\alpha=(\alpha+\beta)-\beta=(\alpha-\beta)+\beta=\frac{\alpha+\beta}{2}+\frac{\alpha-\beta}{2}=\frac{\beta+\alpha}{2}-\frac{\beta-\alpha}{2}$； $2\alpha=2[(\alpha+\beta)-\beta]=2[(\alpha-\beta)+\beta]=(\alpha+\beta)+(\alpha-\beta)=(\beta+\alpha)-(\beta-\alpha)$； $2\alpha+\beta=(\alpha+\beta)+\alpha$，$2\alpha-\beta=(\alpha-\beta)+\alpha$； $15^\circ=45^\circ-30^\circ,75^\circ=45^\circ+30^\circ$；$\frac{\pi}{4}+\alpha=\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$等.
		“降幂”与“升幂”（次的变化）	利用二倍角公式$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$和二倍角公式的等价变形$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$，$\cos^2\alpha=\frac{1+\sin 2\alpha}{2}$，可以进行“升”与“降”的变换，即“二次”与“一次”的互化.
		切割化名的变化	利用同角三角函数的基本关系，将不同名的三角函数化成同名的三角函数， 以便于解题.经常用的手段是“切化弦”和“弦化切”.
		常值变换	常值$\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{2},1,\sqrt{3}$可作特殊角的三角函数值来代换.此外，“1”常值
		引入辅助角	$a\sin\alpha+b\cos\alpha=\sqrt{a^2+b^2}(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\alpha+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\alpha)=\sin(\alpha+\varphi)$， 期中$\cos\varphi=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\sin\varphi=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},\tan\varphi=\frac{b}{a}$. 特别的，$\sin A+\cos A=\sqrt{2}\sin(A+\frac{\pi}{4})$； $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{3})$，$\sqrt{3}\sin x+\cos x=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$等. 若方程$\sin x-\sqrt{3}\cos x=c$有实数解，则$c$的取值范围是__（答：**[－2,2]**）； 当函数$y=2\cos x-3\sin x$取得最大值时，$\tan x$的值是______(答：$-\frac{3}{2}$)； 如果$f\left(x\right)=\sin\left(x+\varphi\right)+2\cos(x+\varphi)$是奇函数，则$\tan\varphi$ =___(答：－2)；
		特殊结构的构造	构造对偶式，可以回避复杂三角代换，化繁为简. 举例：$A=\sin^2 20^\circ+\cos^2 50^\circ+\sin 20^\circ\cos 50^\circ$，$B=\cos^2 20^\circ+\sin^2 50^\circ+\cos 20^\circ\sin 50^\circ$ 可以通过$A+B=2+\sin 70^\circ,A-B=-\frac{1}{2}-\sin 70^\circ$两式和，作进一步化简.
		整体代换	举例：$\sin x+\cos x=m\Rightarrow 2\sin x\cos x=m^2-1$　$\sin(\alpha+\beta)=m$， $\sin(\alpha-\beta)=n$，可求出$\sin\alpha\cos\beta,\cos\alpha\sin\beta$整体值，作为代换之用.

*12. 解三角形

解三角形	正弦定理	定理	$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$。	射影定理： $a=b\cos C+c\cos B$ $b=a\cos C+c\cos A$ $c=a\cos B+b\cos A$
		变形	$a=2R\sin A,b=2R\sin B,c=2R\sin C$（$R$外接圆半径）。	
		类型	三角形两边和一边对角、三角形两角与一边。	
	余弦	定理	$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A,b^2=a^2+c^2-2ac\cos B,c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$。	