辽宁省重点高中沈阳市郊联体2023-2024学年高三上学期10月月考数学试题

2023—2024 学年度上学期高三年级 10 月月考试题

数学

第 I 卷选择题（共 60 分）

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A \quad 1,3,a^2$ ， $B \quad \{1,a \quad 2\}$ ， $A \quad B \quad A$ ，则实数 a 的值为（　　）

A. $\{2\}$　　B. $\{\ 1,2\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

2. 下列函数中，是偶函数且在 $(0,\quad)$ 上单调递减的是（　　）

A. $f(x) \quad x^2 \quad |x|$　　B. $f(x) \quad \frac{1}{x^2}$　　C. $f(x) \quad e^{|x|}$　　D. $f(x) \quad |\ln x|$

3. ABC 中，点 M 为 AC 上的点，且 $AM \quad 3MC$ ，若 $BM \quad BA \quad BC$ ， R ，则（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

4. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初步健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还．”其大意为：“有一个人走 378 里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛每天走的路程为前一天的一半，走了 6 天后到达目的地．”则该人第一天走的路程为（　　）

A. 228 里　　B. 192 里　　C. 126 里　　D. 63 里

5. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x \quad 3) \quad f(x)$ ，当 $x \quad [\ 3,0)$ 时， $f(x) \quad 2^x \quad \sin\frac{\pi x}{3}$ ，则 $f(2023)$（　　）

A. $\frac{1}{4} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{1}{4} \quad \frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 已知函数 $f \ x \quad 2\sin \quad x \quad\quad 0, \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2}$ 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{6}$ ，且关于点 $\frac{5\pi}{18},0$ 对称，则 ϕ 的值为（　　）

A. $\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

7. 若函数 $f \ x \quad \lg 1 \quad ax$ 在区间 $0,1$ 内单调递减，则实数 a 的取值范围为（　　）

A. $0,$　　B. $0,1$　　C. $0,1$　　D. $,0$

8. 给定函数 $f \ x \quad x \ 1 \ e^x \quad a \ a \ R$ ，若函数 $f \ x$ 恰有两个零点，则的取值范围是（　）

A. $a \quad \frac{1}{e^2}$　　　　　　　　B. $a \quad 0$

C. $\frac{1}{e^2} \quad a \quad 0$　　　　　　　　D. $a \quad \frac{1}{e^2}$

二、多项选择题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的．全部选对得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分）

9. 下列命题中正确的是（　　）

A. 若 $a \quad 0, b \quad 0, a \quad b \quad 1$，则 $a^2 \quad b^2 \quad \frac{1}{2}$

B. 命题："$x \quad 0, x^2 \quad 0$"的否定是"$x \quad 0, x^2 \quad 0$"

C. 已知函数 $f \ 2x \quad 1$ 的定义域为 $1,1$，则函数 $f \ x$ 的定义域为 $1,3$

D. 若函数 $f \ \sqrt{x} \quad 1 \quad x \quad 3\sqrt{x}$, 则 $f \ x \quad x^2 \quad x \quad 2 \ x \quad 1$

10. 在 ABC 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，则下列结论正确的是（　　）

A. 若 $a^2 \quad b^2 \quad c^2$，则 ABC 一定是钝角三角形

B. 若 $A \quad 75, b \quad 4, c \quad 3$，则 ABC 有两解

C. 若 $a\cos A \quad b\cos B$，则 ABC 为等腰三角形

D. 若 ABC 为锐角三角形，则 $\sin A \quad \cos B$

11. 已知 ABC 的三个角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，$b \quad 6, c \quad 8$，且 $b\cos C \quad c\cos B \quad 10$，P 是 AB 边上的动点，则 $PA \quad PB \quad PC$ 的值可能为（　　）．

A. －12　　　　B. －8　　　　C. －2　　　　D. 0

12. 已知函数 $f \ x \quad e^{|x|}\sin x$，则下列结论正确的是（　　）

A. $f \ x$ 是周期为 2π 的奇函数　　　　B. $f \ x$ 在 $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ 上为增函数

C. $f \ x$ 在 $10\pi, 10\pi$ 内有 20 个极值点　　　　D. $f \ x \quad ax$ 在 $0, \frac{\pi}{4}$ 上恒成立的充要条件是 $a \quad 1$

第 II 卷　非选择题（共 90 分）

三、填空题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填在答题纸上．）

13. 已知单位向量 a, b 满足 $a \ b \quad 0$, 若向量 $c \quad a \quad \sqrt{3}b$, 则 $\cos\langle a, c\rangle$ ______．

14. 在等差数列 a_n 中，S_n 为其前 n 项和．若 $\frac{S_{2020}}{2020} \quad \frac{S_{20}}{20} \quad 2000$，则数列 a_n 的公差 d＝______．

15. 在平面直角坐标系中，已知点$P\ \ 3,4$ 为角 终边上一点，若$\cos\ \ \alpha\ \ \beta\ \ \frac{1}{3}$， $0,\pi$，则$\cos$ ______.

16. 数列 a_n 满足$a_1\ \ 1, a_{n\ 2}\ \ a_n\cos n\pi\ \ \left|\sin\frac{n\pi}{2}\right|\ 1\ \ n$,则数列 a_n 的前60项和为______.

四、解答题：（满分70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤，解答过程书写在答题纸的对应位置.）

17. 已知函数$f\ \ x\ \ \ \sin\ x\ \ \frac{\pi}{6}\ \ \sin\ x\ \ \frac{\pi}{6}\ \ \cos x\ \ a$的最大值为1.

（1）求 a的值；

（2）将 $f\ \ x$ 的图象向上平移1个单位，再把图象上所有点的纵坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（横坐标不变），再把图象上所有点的横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$（纵坐标不变），得到函数$g\ \ x$ 的图象，在 ABC 中，角A，B，C 的对边分别为a，b，c，若$g\ \ A\ \ \ \frac{1}{2}, a\ \ 2$,求 ABC 面积的最大值.

18. 已知等差数列 a_n 的公差$d\ \ 0$，其前n项和为S_n，若$a_2\ \ a_8\ \ 22$，且a_4，a_7，a_{12}成等比数列.

（1）求数列 a_n 的通项公式；

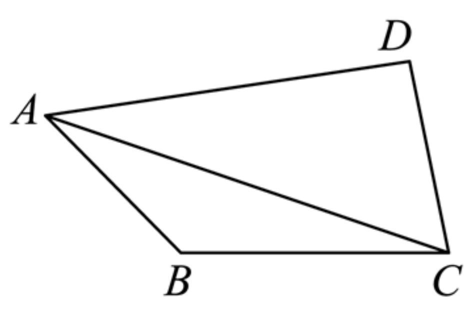
（2）若$T_n\ \ \frac{1}{S_1}\ \frac{1}{S_2}\ \ \ \ \ \ \frac{1}{S_n}$，求$T_n$的取值范围

19. 设函数$f(x)\ \ \frac{x^2}{2}\ \ (1\ \ k)x\ \ k\ln x$.

（1）若$k\ \ 1$，求 $f\ \ x$ 在 $1, f\ \ 1$ 处的切线方程;

（2）当$k\ \ 0$时，证明：$f\ \ x\ \ \frac{3}{2}k^2\ \ 2k\ \ 0$.

20. 如图， ABC 的内角A、B、C 的对边分别为a、b、c， ABC 外一点D（D与 ABC 在同一平面内）满足 BAC DAC ，AB CD 2，$\sin$ ACB $\cos$ ACB $\frac{\sqrt{2}c\ \ a}{b}$.



（1）求B；

（2）若 ABC 的面积为2，求线段AD 的长.

21. 已知数列$\{a_n\}$中$a_n \quad 0$，其前n项和为S_n，且对任意$n \quad N^*$，都有$(a_n \quad 1)^2 \quad 4S_n$. 等比数列$\{b_n\}$中，$b_1 \quad b_3 \quad 30$，$b_4 \quad b_6 \quad 810$.

（1）求数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式;

（2）求数列$(\quad 1)^n a_n \quad b_n$的前$n$项和$T_n$.

22. 已知函数$f(x) \quad 3x \quad \frac{1}{x} \quad b\ln x$.

（1）当$b \quad 4$时，求函数$f \quad x$的极小值;

（2）若$x \quad 1,e$上，使得$4x \quad \frac{1}{x} \quad f(x) \quad \frac{1 \quad b}{x}$成立，求$b$的取值范围.

2023—2024 学年度上学期高三年级 10 月月考试题

数学

第 I 卷选择题（共 60 分）

一、选择题：（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A \quad 1,3,a^2$ ，$B \quad \{1,a \quad 2\}$，$A \quad B \quad A$，则实数 a 的值为（　　）

A. $\{2\}$　　　　B. $\{\ 1,2\}$　　　　C. $\{1,2\}$　　　　D. $\{0,2\}$

【答案】A

【解析】

【分析】由题设知 $B \quad A$，讨论 $a \quad 2 \quad 3$、$a \quad 2 \quad a^2$ 求 a 值，结合集合的性质确定 a 值即可．

【详解】由 $A \quad B \quad A$ 知：$B \quad A$，

当 $a \quad 2 \quad 3$，即 $a \quad 1$，则 $a^2 \quad 1$，与集合中元素互异性有矛盾，不符合；

当 $a \quad 2 \quad a^2$，即 $a \quad 1$ 或 $a \quad 2$，

若 $a \quad 1$，则 $a^2 \quad 1$，与集合中元素互异性有矛盾，不符合；

若 $a \quad 2$，则 $A \quad 1,3,4$ ，$B \quad \{1,4\}$，满足要求.

综上，$a \quad 2$．

故选：A

2. 下列函数中，是偶函数且在 $(0, \quad)$ 上单调递减的是（　　）

A. $f(x) \quad x^2 \quad |x|$　　　　B. $f(x) \quad \frac{1}{x^2}$　　　　C. $f(x) \quad e^{|x|}$　　　　D. $f(x) \quad |\ln x|$

【答案】B

【解析】

【分析】利用基本初等函数的奇偶性及单调性，结合各选项进行判断即可．

【详解】对于 A，由题意可知 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(\ x) \quad x^2 \quad |\ x| \quad x^2 \quad |x| \quad f(x)$，所以 $f(x)$ 是偶函数且在 $(0, \quad)$ 上不是单调递减，不符合题意；故 A 错误；

对于 B，由题意可知 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(\ x) \quad \frac{1}{x^2} \quad \frac{1}{x^2} \quad f(x)$，所以 $f(x)$ 是偶函数且在 $(0, \quad)$ 上单调递减，符合题意；故 B 正确；

对于 C，由题意可知 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(\ x)\quad e^{|\ x|}\quad e^{|x|}\quad f(x)$，所以 $f(x)$ 是偶函数且在 $(0,\quad)$ 上单调递增；不符合题意；故 C 错误；

对于 D，$f(x)\quad |\ln x|$ 的定义域为 $(0,\quad)$，不是偶函数，不符合题意；故 D 错误；

故选：B.

3. ABC 中，点 M 为 AC 上的点，且 AM　3MC，若 BM　BA　BC，　R，则　（　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，利用向量的线性运算法则，准确化简，即可求解　.

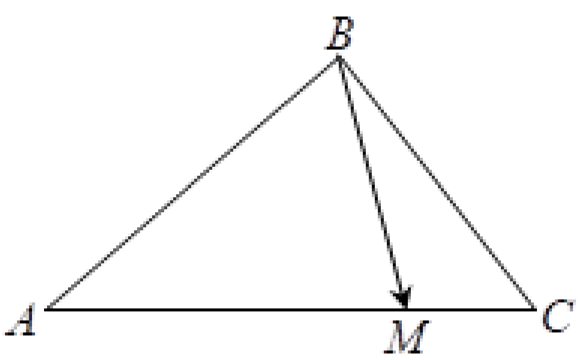
【详解】如图所示，因为 AM　3MC，

由向量的线性运算法则，

可得 $BM\quad BA\quad AM\quad BA\ \frac{3}{4}AC\quad BA\ \frac{3}{4}(BC\quad BA)\ \frac{1}{4}BA\ \frac{3}{4}BC$

因为 BM　BA　BC，所以 $\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$，所以 $\frac{1}{2}$.

故选：D.



4. 中国古代数学著作《算法统宗》中有这样一个问题：“三百七十八里关，初步健步不为难，次日脚痛减一半，六朝才得到其关，要见次日行里数，请公仔细算相还.”其大意为：“有一个人走 378 里路，第一天健步行走，从第二天起脚痛每天走的路程为前一天的一半，走了 6 天后到达目的地.”则该人第一天走的路程为（　）

A. 228里　　B. 192里　　C. 126里　　D. 63里

【答案】B

【解析】

【分析】应用等比数列的求和公式可得答案.

【详解】由题意得，该人所走路程构成以 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列，令该数列为 a_n，其前 n 项和为 S_n，

则有 $S_6=\frac{a_1(1-\frac{1}{2^6})}{1-\frac{1}{2}}=378$，解得 $a_1=192$，

故选：B.

5. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+3)=-f(x)$，当 $x\in[-3,0)$ 时，$f(x)=2^x+\sin\frac{\pi x}{3}$，则 $f(2023)=$（　　）

A. $\frac{1}{4}-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{4}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】由题意可得 $f(x)$ 是以 6 为周期的函数，结合已知条件即可求解.

【详解】因为 $f(x+6)=-f(x+3)=f(x)$，所以 $f(x)$ 是以 6 为周期的函数，

所以 $f(2023)=f(337\times 6+1)=f(1)=f(-2+3)=-f(-2)=-\left[2^{-2}+\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right]=-\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故选：D.

6. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{6}$，且关于点 $\left(\frac{5\pi}{18},0\right)$ 对称，则 φ 的值为（　　）

A. $-\frac{\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{6}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】先由相邻对称轴间的距离判断出最小正周期，由此得到 $\omega=6$，再结合正弦函数的对称性运算即可.

【详解】由函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 图象的相邻两条对称轴之间的距离为 $\frac{\pi}{6}$，则

$T=\frac{\pi}{3}$，$\omega=6$，$f(x)=2\sin(6x+\varphi)$，

又因为其关于点 $\left(\frac{5\pi}{18},0\right)$ 对称，$f\left(\frac{5\pi}{18}\right)=2\sin\left(6\times\frac{5\pi}{18}+\varphi\right)=0$，

即 $\sin\left(\frac{5\pi}{3}+\varphi\right)=0$，则 $\frac{5\pi}{3}+\varphi=k\pi(k\in Z)$，解得 $\varphi=-\frac{5\pi}{3}+k\pi,k\in Z$，

且 $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$，所以 k $2,$ $\frac{\pi}{3}$.D 正确.

故选：D

7. 若函数 $f\ x\ \ \lg 1\ \ ax$ 在区间 $0,1$ 内单调递减，则实数 a 的取值范围为（　　）

A. $0,$　　B. $0,1$　　C. $0,1$　　D. $,0$

【答案】C

【解析】

【分析】利用复合函数的单调性结合函数定义域，求出实数的取值范围

【详解】函数 $f\ x\ \ \lg 1\ \ ax$ 在区间 $0,1$ 上单调递减，由函数 $y\ \ \lg u$ 在定义域内单调递增，

则函数 $u\ \ 1\ \ ax$ 在区间 $0,1$ 上单调递减，且 $1\ \ ax\ \ 0$ 恒成立，可得 $0\ \ a\ \ 1$.

故选：C.

8. 给定函数 $f\ x\ \ \ x\ \ 1\ e^{x}\ \ a\ a\ \ R$，若函数 $f\ x$ 恰有两个零点，则 a 的取值范围是（　　）

A. $a\ \ \frac{1}{e^{2}}$　　B. $a\ \ 0$

C. $\frac{1}{e^{2}}\ \ a\ \ 0$　　D. $a\ \ \frac{1}{e^{2}}$

【答案】C

【解析】

【分析】由函数与方程的思想将函数 $f\ x$ 恰有两个零点转化成函数 $g\ x\ \ \ x\ \ 1\ e^{x}$ 与函数 $y\ \ a$ 图象有两个交点，画出图像数形结合即可得 $\frac{1}{e^{2}}\ \ a\ \ 0$.

【详解】若函数 $f\ x$ 恰有两个零点，即方程 $x\ \ 1\ e^{x}\ \ a$ 有两个不相等的实数根，

即函数 $g\ x\ \ \ x\ \ 1\ e^{x}$ 与函数 $y\ \ a$ 图象有两个交点，

易知 $g\ x\ \ e^{x}\ \ x\ \ 1\ e^{x}\ \ x\ \ 2\ e^{x}$，

令 $g\ x\ \ 0$，解得 $x\ \ 2$，

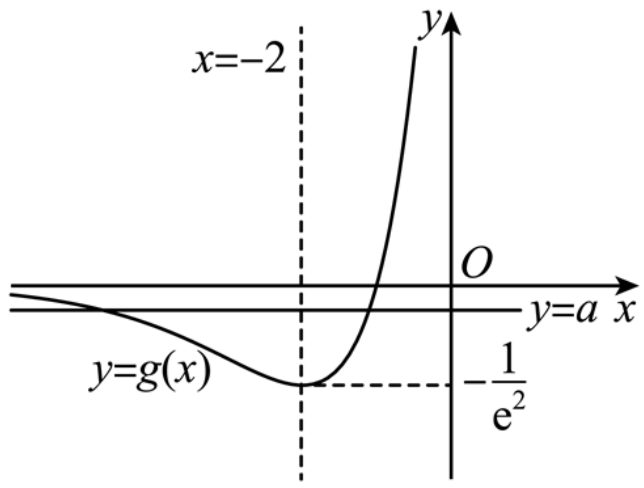
所以当 $x\ \ \ ,\ 2$ 时，$g\ x\ \ 0$，函数 $g\ x$ 在 $\ ,\ 2$ 上单调递减，

当 $x\ \ 2,\ $ 时，$g\ x\ \ 0$，函数 $g\ x$ 在 $\ ,\ 2$ 上单调递增，

所以 $g\ x$ 在 $x\ \ 2$ 取得最小值 $g\ 2\ \ \frac{1}{e^{2}}$，

易知当 $x=-1$ 时，$g(x)=0$，且 $x<-1$ 时 $g(x)<0$，

在同一坐标系下分别画出两函数图象，如下图所示：



由图可知当 $-\frac{1}{e^2}<a<0$ 时，函数 $g(x)=(x+1)e^x$ 与函数 $y=a$ 图象有两个交点.

故选：C

二、多项选择题：（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的．全部选对得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分）

9. 下列命题中正确的是（　　）

A. 若 $a>0,b>0,a+b=1$，则 $a^2+b^2\ge\frac{1}{2}$

B. 命题："$\forall x>0,x^2>0$"的否定是"$\exists x>0,x^2\le 0$"

C. 已知函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $[-1,1]$，则函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,3]$

D. 若函数 $f(\sqrt{x}+1)=x+3\sqrt{x}$，则 $f(x)=x^2+x-2\ (x\ge 1)$

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用二次函数求最值判断 A，利用全称量词命题的否定是存在量词命题来判断 B，根据抽象函数的定义域可判断 C，根据换元法求解析式可判断 D.

【详解】对于选项 A，由 $a>0,b>0,a+b=1$，得 $b=1-a$，$0<a<1$，

则 $a^2+b^2=a^2+(1-a)^2=2a^2-2a+1=2(a-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}$，$0<a<1$，

所以当 $a=\frac{1}{2}$ 时，a^2+b^2 取到最小值 $\frac{1}{2}$，所以 $a^2+b^2\ge\frac{1}{2}$，故选项 A 正确；

对于选项 B，"$\forall x>0,x^2>0$"的否定是"$\exists x>0,x^2\le 0$"，故选项 B 不正确；

对于选项 C，函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $[-1,1]$，则 $f(2x+1)$ 中 x 的范围为 $[-1,1]$，

即 $-1\le x\le 1$，所以 $-1\le 2x+1\le 3$，

由抽象函数的定义域可得，$f\left(x\right)$ 中 x 的范围为 $\left[1,3\right]$，

故函数 $f\left(x\right)$ 的定义域为 $\left[1,3\right]$；所以选项 C 正确；

对于选项 D，令 $t=\sqrt{x}+1$，则 $\sqrt{x}=t-1$，$t\geq 1$，

由 $f\left(\sqrt{x}+1\right)=x+3\sqrt{x}$，得 $f\left(t\right)=\left(t-1\right)^2+3(t-1)=t^2+t-2$，$t\geq 1$，

所以 $f\left(x\right)=x^2+x-2$，$x\geq 1$，所以选项 D 正确.

故选：ACD.

10. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，则下列结论正确的是（　　）

A. 若 $a^2+b^2<c^2$，则 $\triangle ABC$ 一定是钝角三角形

B. 若 $A=75^\circ, b=4, c=3$，则 $\triangle ABC$ 有两解

C. 若 $a\cos A=b\cos B$，则 $\triangle ABC$ 为等腰三角形

D. 若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，则 $\sin A>\cos B$

【答案】AD

【解析】

【分析】对于 A，利用余弦定理分析判断，对于 B，利用正弦定理分析判断，对于 C，利用余弦定理统一成边形式化简判断，对于 D，利用正弦单调性计算判断.

【详解】对于 A 选项，因为 $a^2+b^2<c^2$，则 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}<0$，

故角 C 为钝角，A 选项正确；

对于 B 选项，在 $\triangle ABC$，$A=75^\circ$，$a=3$，$b=4$，

$\sin75^\circ=\sin\left(30^\circ+45^\circ\right)=\sin30^\circ\cos45^\circ+\cos30^\circ\sin45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$，

则由正弦定理得 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$，$\dfrac{3}{\sin75^\circ}=\dfrac{4}{\sin B}$，得 $\sin B=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{3}>1$，

所以 $\triangle ABC$ 无解，所以 B 错误；

对于 C 选项，因为 $a\cos A=b\cos B$，即 $\dfrac{a\left(b^2+c^2-a^2\right)}{2bc}=\dfrac{b\left(a^2+c^2-b^2\right)}{2ac}$，

整理可得 $\left(a^2-b^2\right)\left(a^2+b^2-c^2\right)=0$，所以，$a=b$ 或 $a^2+b^2=c^2$，

故 $\triangle ABC$ 为等腰三角形或直角三角形，C 选项错误；

对于D选项，若$\triangle ABC$为锐角三角形，所以$A+B>\frac{\pi}{2}$，所以$\frac{\pi}{2}>A>\frac{\pi}{2}-B>0$，

则$\sin A>\sin\left(\frac{\pi}{2}-B\right)=\cos B$，D选项正确.

故选：AD

11. 已知$\triangle ABC$的三个角A，B，C的对边分别为a，b，c，$b=6,c=8$，且$b\cos C+c\cos B=10$，P是AB边上的动点，则$\overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$的值可能为（　　）.

A. －12　　B. －8　　C. －2　　D. 0

【答案】BCD

【解析】

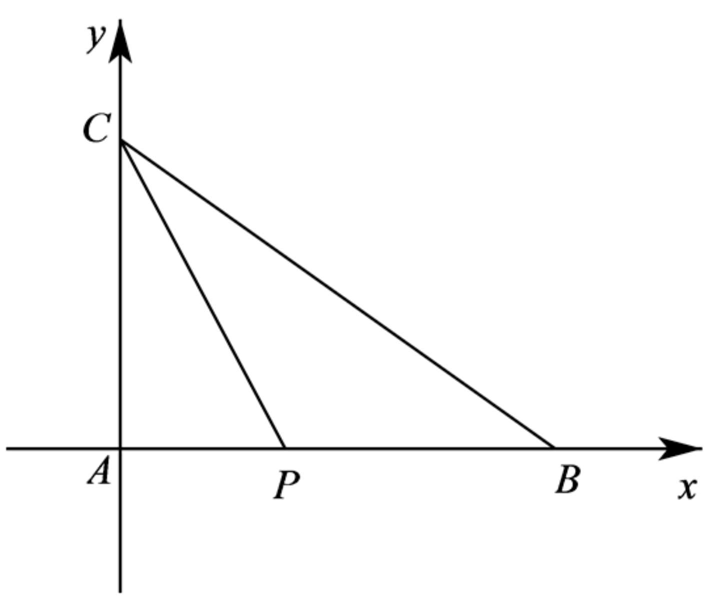
【分析】先由正弦定理求出$a=10$，进而得到$b\perp c$，建立平面直角坐标系，设$P\left(m,0\right)$，$\left(0\le m\le 8\right)$，表达出$\overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=2\left(m-2\right)^2-8$，求出$\overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)$的取值范围，得到答案.

【详解】因为$\sin A=\sin\left(B+C\right)=\sin B\cos C+\sin C\cos B$，

所以由正弦定理得，$a=b\cos C+c\cos B$，

又$b\cos C+c\cos B=10$，故$a=10$，

又$b=6,c=8$，$b^2+c^2=a^2$，故$b\perp c$，



以A为坐标原点，AB,AC所在直线分别为x,y轴，建立空间直角坐标系，

则$A\left(0,0\right),B\left(8,0\right),C\left(0,6\right)$，设$P\left(m,0\right)$，$\left(0\le m\le 8\right)$，

则$\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\left(8-m,0\right)+\left(-m,6\right)=\left(8-2m,6\right)$，

则$\overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=\left(-m,0\right)\cdot\left(8-2m,6\right)=2m^2-8m=2\left(m-2\right)^2-8$，

因为$0 \quad m \quad 8$，所以$PA \quad PB \quad PC \quad 2 \quad m \quad 2^{2} \quad 8 \quad 8,64$，

A 错误，BCD 正确．

故选：BCD

12. 已知函数 $f \quad x \quad e^{|x|}\sin x$，则下列结论正确的是（　　）

A. $f \quad x$ 是周期为2π的奇函数

B. $f \quad x$ 在 $\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$ 上为增函数

C. $f \quad x$ 在 $10\pi, 10\pi$ 内有 20 个极值点

D. $f \quad x \quad ax$在 $0,\frac{\pi}{4}$ 上恒成立的充要条件是 $a \quad 1$

【答案】BCD

【解析】

【分析】A 选项，根据函数奇偶性定义得到函数为奇函数，但 $f(x \quad 2\pi) \quad f(x)$，A 错误；B 选项，求导得到函数单调性；C 选项，求导，令导函数等于 0，检验后得到极值点个数；D 选项，求导后，分 $a \quad 1$与 $a \quad 1$两种情况，结合放缩法得到结论．

【详解】A 选项，$f(x)$的定义域为 R，$f(\quad x) \quad e^{|\quad x|}\sin(\quad x) \quad f(x)$，$f(x)$是奇函数，

但是 $f(x \quad 2\pi) \quad e^{|x \quad 2\pi|}\sin(x \quad 2\pi) \quad e^{|x \quad 2\pi|}\sin x \quad f(x)$，$f(x)$不是周期为$2\pi$的函数，故 A 错误；

B 选项，当 $x \quad (\quad \frac{\pi}{4}, 0)$ 时，$f(x) \quad e^{\quad x}\sin x$，$f(x) \quad e^{\quad x}(\cos x \quad \sin x) \quad 0$，$f(x)$单调递增，

当 $x \quad (0,\frac{3\pi}{4})$ 时，$f(x) \quad e^{x}\sin x$，$f(x) \quad e^{x}(\sin x \quad \cos x) \quad 0$，$f(x)$单调递增，

且 $f(x)$在$(\quad \frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$连续，故 $f(x)$在$(\quad \frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$单调递增，故 B 正确；

C 选项，当 $x \quad [0,10\pi)$ 时，$f(x) \quad e^{x}\sin x$，$f(x) \quad e^{x}(\sin x \quad \cos x)$，

令 $f(x) \quad 0$ 得，$x \quad \frac{\pi}{4} \quad k\pi(k \quad 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10)$

当 $x \quad (\quad 10\pi, 0)$时，$f(x) \quad e^{\quad x}\sin x$，$f(x) \quad e^{\quad x}(\cos x \quad \sin x)$，

令 $f(x) \quad 0$ 得，$x \quad \frac{\pi}{4} \quad k\pi(k \quad 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10)$，且以上零点均为变号零点，

故均为极值点，因此，$f(x)$在$(\quad 10\pi, 10\pi)$内有 20 个极值点，故 C 正确；

D 选项，由题意得$e^{x}\sin x \quad ax \quad 0$在 $x \quad 0,\frac{\pi}{4}$ 上恒成立，令 $w \quad x \quad e^{x}\sin x \quad ax$，