22.1　平行四边形的性质

第1课时　平行四边形及其边角性质

学习目标

1 课时讲解

◆ 平行四边形的定义

◆ 平行四边形的中心对称性

◆ 平行四边形的性质——对边相等

◆ 平行四边形的性质——对角相等

2 课时流程

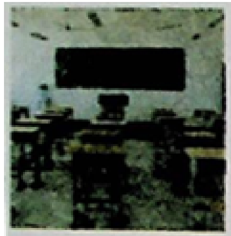
逐点导讲练 → 课堂小结 → 作业提升

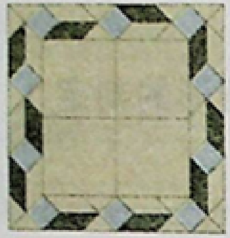
课时导入

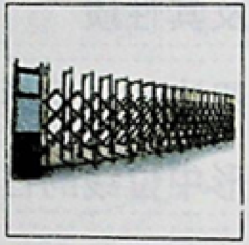
从本节开始，我们将进一步认识一些特殊的四边形，并探究这些四边形的一些基本性质.

知识点 1 平行四边形的定义

在我们的周围存在着许多四边形.观察下列图片，从中找出四边形，并就它们的共同特性和不同特性，和大家交流你的看法.

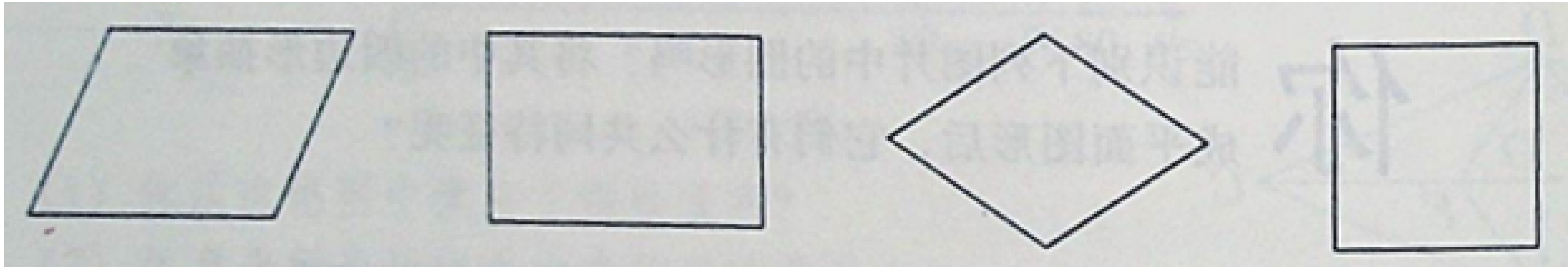

教室


瓷砖图案


伸缩门

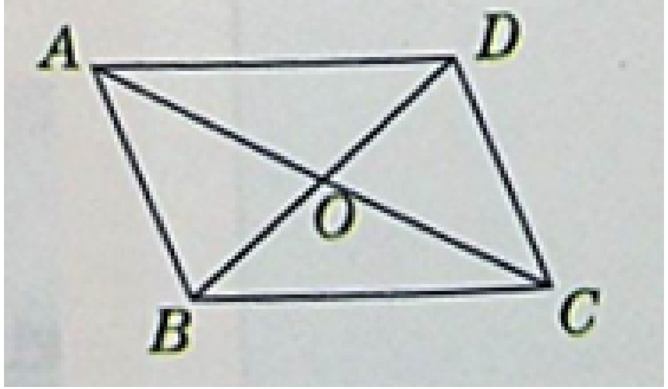

晾衣架

上面图片中的四边形可以归类为以下四种：



我们把两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形(parallelogram).连接平行四边形不相邻的两个顶点的线段叫做平行四边形的对角线(diagonal). 两条对角线的交点叫做平行四边形的中心(center).

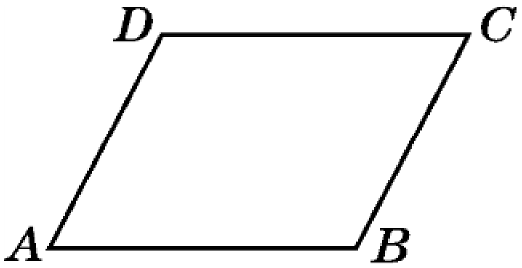
如图，四边形$ABCD$是平行四边形，记作“▱$ABCD$”，读作“平行四边形$ABCD$”.线段AC，BD为▱$ABCD$的两条对角线，点O为它的中心.



感悟新知

1. 定义：两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形.

2. 表示方法：平行四边形用符号“▱”表示，如图，平行四边形$ABCD$记作“▱$ABCD$”，读作“平行四边形 $ABCD$”.



3. 数学表达：$\left.\begin{array}{l} AB \parallel CD \\ AD \parallel BC \end{array}\right\} \Leftrightarrow$ 四边形$ABCD$是平行四边形.

即：若$AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$，则四边形$ABCD$是平行四边形；若四边形$ABCD$是平行四边形，则$AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$.

特别提醒：

1.平行四边形的定义有两个要素：

（1）是四边形；

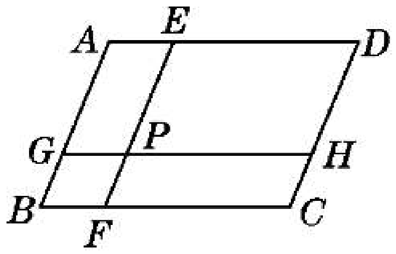
（2）两组对边分别平行.

作为四边形，平行四边形具有一般四边形的一切性质，如有四条边，四个内角，两条对角线，内角和为360°等．作为平行四边形，它区别于其他一般四边形的特殊性质为：平行四边形的两组对边分别平行．

2.平行四边形的定义既是它的一个性质，又是它的一种判定方法：∵四边形ABCD 是平行四边形，∴ AB // CD，AD // BC，反过来，∵ AB // CD，AD // BC，∴四边形ABCD 是平行四边形.

知1－讲

例 1 如图，在▱$ABCD$中，过点P作直线EF，GH分别平行于AB，BC，那么图中共有__**9**__个平行四边形.



导引：根据平行四边形的定义，知$AB//CD$，$AD//BC$，由已知可知，$EF//AB$，$GH//BC$，所以根据平行四边形的定义可以判定四边形$ABFE$是平行四边形，同理可判定四边形$EFCD$、四边形$AGHD$、四边形$GBCH$

、

四边形$AGPE$、四边形$EPHD$、四边形$GBFP$、四边形$PFCH$都是平行四边形，最后还要加上▱$ABCD$，即共有9个平行四边形.

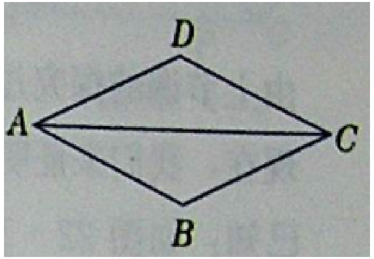
归　纳

平行四边形的定义的功能：平行四边形的定义既是平行四边形的性质：平行四边形的两组对边分别平行；又是平行四边形判定的一种方法：两组对边分别平行的四边形是平行四边形．对于任何一个几何定义，都具有两种功能，顺用是判定，逆用是性质．

对于几何计数问题，要按照一定的顺序(如从小到大等)分类计数，做到不重复不遗漏．

知1－练

1. 如图，在▱$ABCD$中，AC平分$\angle DAB$，AB=3.求▱$ABCD$的周长.



解：在▱$ABCD$中，$AB=DC$，$BC=AD$，$AD/\!/BC$，所以$\angle DAC=\angle BCA$.因为AC平分$\angle DAB$，所以$\angle DAC=\angle BAC$.所以$\angle BAC=\angle BCA$.所以$AB=CB$.又因为$AB=3$，所以$AD=DC=BC=AB=3$.所以▱$ABCD$的周长为$AD+DC+BC+AB=3+3+3+3=12$.

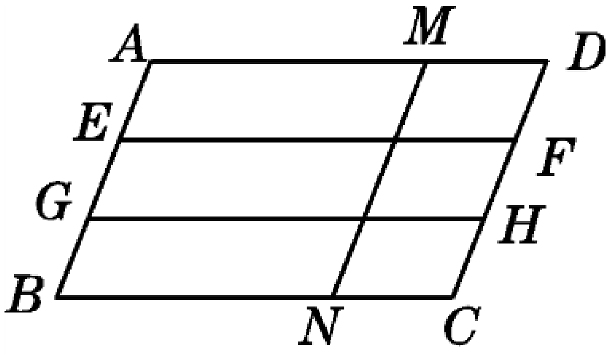
2. 如图，▱$ABCD$中，$EF \parallel GH \parallel BC$，$MN \parallel AB$，则图中平行四边形的个数是(D)

A．13

B．14

C．15

D．18



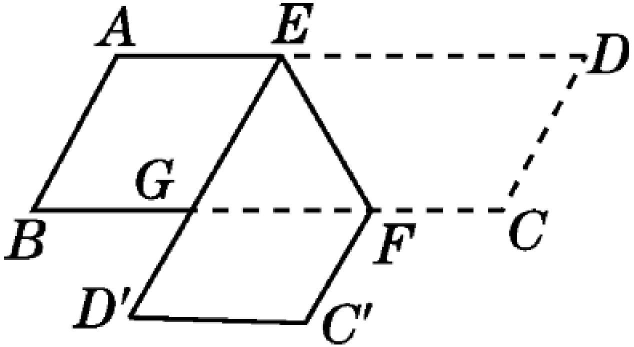
3.【中考·广州】如图，E，F分别是▱$ABCD$的边AD，BC上的点，$EF=6$，$\angle DEF=60°$，将四边形$EFCD$沿EF翻折，得到四边形$EFC'D'$，ED'交BC于点G，则$\triangle GEF$的周长为(C)

A. 6

B. 12

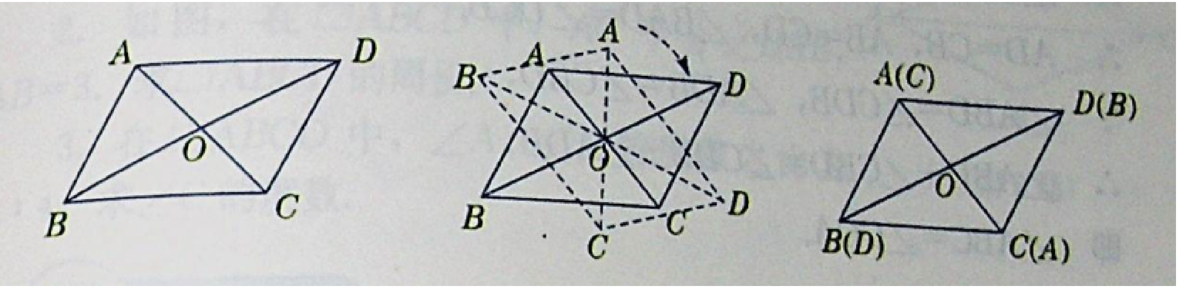
C. 18

D. 24



知识点 2 平行四边形的中心对称性

1. 如图，在半透明的纸上画一个▱*ABCD*，再复制一个. 将两个图形完全重合，用大头针钉在中心处.使下面的图形不动，将上面的图形绕中心*O*旋转180°.这两个图形能完全重合?平行四边形是不是中心对称图形？如果是中心对称图形，哪个点是它的对称中心？被对角线分成的三角形中，关于点*O*成中心对称的三角形有几对？



2. 在上面的活动过程中，你发现了▱$ABCD$的对边AD与CB，AB与CD之间具有怎样的数量关系？对角$\angle BAD$与$\angle DCB$，$\angle ABC$与$\angle CDA$之间具有怎样的数量关系？

线段OA与OC，OB与OD之间具有怎样的数量关系?

3. 把你的发现写出来，说明理由，并将结果与大家交流.

归　纳

- 平行四边形是中心对称图形，它的对称中心是两
- 条对角线的交点.

特别提醒：

由于平行四边形的基本元素有边和角，因此讨论其性质也应从边和角这两个方面去看．（1） 从边看：平行四边形的对边平行且相等；（2） 从角看：平行四边形的对角相等、邻角互补.

例2 下列所述图形中，是中心对称图形的是(　B　)

A．直角三角形　　B．平行四边形

C．正五边形　　D．正三角形

解析：根据中心对称图形的定义对各选项分析判断即可得解．A、直角三角形不是中心对称图形，故本选项错误；B、平行四边形是中心对称图形，故本选项正确；C、正五边形不是中心对称图形，故本选项错误；D、正三角形不是中心对称图形，故本选项错误.故选B.

归　纳

本题考查了中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转180度后两部分重合.

1. 在平面直角坐标系中，已知平行四边形$ABCD$的三个顶点坐标分别是$A(a，b)$，$B(4，-2)$，$C(-a，-b)$，则关于点D的说法正确的是(B)

甲：点D在第一象限．乙：点D与点A关于原点对称．

丙：点D的坐标是$(-4，2)$．

1.丁：点D与原点距离是$2\sqrt{5}$ ．

A．甲乙　　B．丙丁　　C．甲丁　　D．乙丙

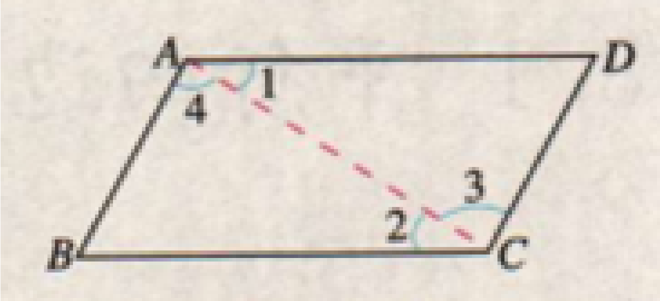
知识点 3 平行四边形的性质——对边相等

探究

根据定义画一个平行四边形，观察它，除了“两组对边分别平行”外，它的边之间还有什么关系？

通过观察和度量，我们猜想：平行四边形的对边相等；下面我们对它进行证明.

证明：如图，连接AC.



$\because AD/\!/BC$，$AB/\!/CD$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$.

又AC是$\triangle ABC$和$\triangle CDA$的公共边，

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle CDA$.

$\therefore AD=CD$，$AB=CD$.

归　纳

这样我们证明了平行四边形具有以下性质：

平行四边形的对边相等.

1\. 边的性质：平行四边形对边平行；平行四边形对边相等.

2\. 数学表达式：如图，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，

$AB=CD$，$AD=BC$.