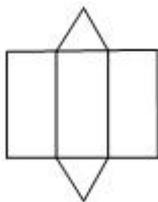


## 2024 年北京市石景山区中考数学二模试卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 如图是某几何体的展开图，该几何体是( )



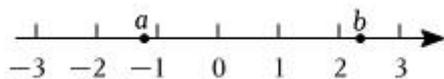
- A. 三棱柱                      B. 三棱锥                      C. 四棱锥                      D. 圆柱

2. 中国的航天事业蓬勃发展，取得了显著的进展和突破.下列航天图标中，其文字上方的图案是中心对称图形的是( )



- A. 中国探月                      B. 中国航天                      C. 中国火箭                      D. 中国行星探测

3. 实数  $a$ ,  $b$  在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是( )



- A.  $a > -1$                       B.  $b > -a$                       C.  $a + b < 0$                       D.  $ab > 0$

4. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，两枚硬币全部正面向上的概率为( )

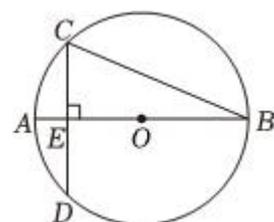
- A.  $\frac{1}{4}$                                   B.  $\frac{1}{3}$                                   C.  $\frac{1}{2}$                                   D.  $\frac{3}{4}$

5. 若正多边形的一个外角是  $40^\circ$ ，则该正多边形的边数为( )

- A. 6                                      B. 7                                      C. 8                                      D. 9

6. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $CD$  是  $\odot O$  的弦， $AB \perp CD$  于点  $E$ ，连接  $BC$ . 若  $\angle B = 22.5^\circ$ ， $CD = 4$ ，则  $\odot O$  的半径的长为( )

- A. 2  
B.  $2\sqrt{2}$   
C. 4  
D.  $4\sqrt{2}$



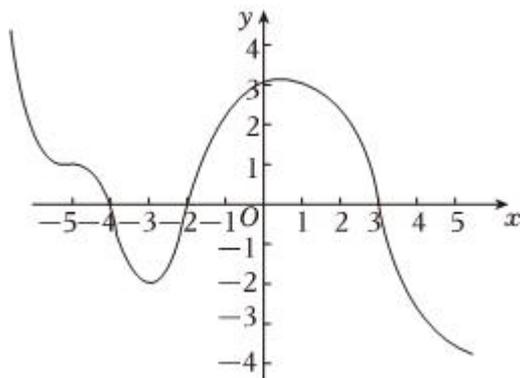
7.  $a, b, c$  是实数. 若  $a - b = c^2 - 2c + 1$ ,  $a + b = 3c^2 + 8c + 11$ , 则  $a, b, c$  之间的大小关系是( )

- A.  $a \geq b > c$                   B.  $a \geq c > b$                   C.  $c > a \geq b$                   D.  $b \geq a > c$

8. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $y$  与  $x$  的函数关系如图所示, 图象与  $x$  轴有三个交点, 分别为  $(-4, 0)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(3, 0)$ . 给出下面四个结论:

- ①当  $y > 0$  时,  $-2 < x < 3$ ;  
 ②当  $-\frac{5}{2} < x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大;  
 ③点  $M(m, m + 2)$  在此函数图象上, 则符合要求的点只有一个;  
 ④将函数图象向右平移 2 个或 4 个单位长度, 经过原点.

上述结论中, 所有正确结论的序号是( )



- A. ①②                          B. ②③                          C. ②④                          D. ③④

二、填空题: 本题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分。

9. 若代数式  $\frac{2}{x+1}$  有意义, 则实数  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

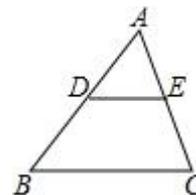
10. 分解因式:  $x^2y + 6xy + 9y =$ \_\_\_\_\_.

11. 方程组  $\begin{cases} x + y = 2 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$  的解为\_\_\_\_\_.

12. 若  $x^2 - 3x + 1 = 0$ , 则代数式  $(x + 2)(x - 2) + x(x - 6)$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 若函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象经过点  $A(-1, 6)$  和  $B(3, m)$ , 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

14. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 若  $DE \parallel BC$ ,  $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$ ,  $DE = 4$ , 则  $BC$  的长是\_\_\_\_\_.

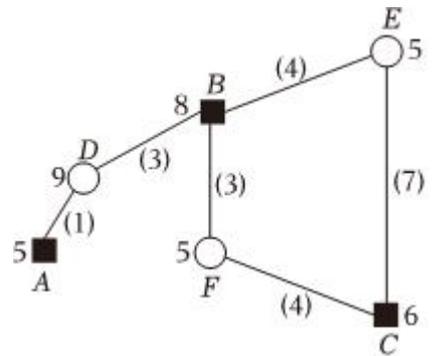


15. 某农科所试验田有 3 万棵水稻.为了考察水稻穗长的情况,于同一天从中随机抽取了 50 个稻穗进行测量,获得了它们的长度  $x$ (单位:  $cm$ ), 数据整理如下:

稻穗长度	$x < 5.0$	$5.0 \leq x < 5.5$	$5.5 \leq x < 6.0$	$6.0 \leq x < 6.5$	$x \geq 6.5$
稻穗个数	5	8	16	14	7

根据以上数据, 估计此试验田的 3 万棵水稻中“良好”(穗长在  $5.5 \leq x < 6.5$  范围内)的水稻数量为\_\_\_\_\_万棵.

16. 如图, 交通示意图中的  $A, B, C$  是产地(用■表示, 旁边的数字表示产量, 单位: 吨),  $D, E, F$  是销地(用○表示, 旁边的数字表示销量, 单位: 吨), 产地与销地之间的线段旁小括号内的数字表示运货单价(单位: 百元/吨). 在不考虑其他因素的前提下, 将产地  $B$  的 8 吨货物全部运往销地, 最少的运费为\_\_\_\_\_元; 将  $A, B, C$  三个产地的产品全部运往销地, 且每个销地的货物量恰好为该销地的销量, 则调运的最小运费为\_\_\_\_\_元.



三、解答题: 本题共 12 小题, 共 68 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 5 分)

计算:  $\sqrt{27} - 6 \tan 30^\circ - |-1| + (2024)^0$ .

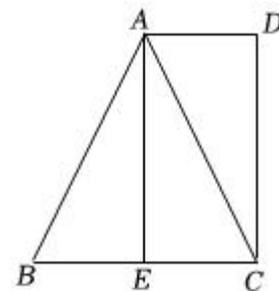
18. (本小题 5 分)

解不等式组: 
$$\begin{cases} 3x - 4 < 5x + 2 \\ 2x < \frac{9 - x}{4} \end{cases}$$

19. (本小题 6 分)

如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BCD = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ ,  $AE$  平分  $\angle BAC$  交  $BC$  于点  $E$ .

- (1) 求证: 四边形  $AECD$  是矩形;
- (2) 连接  $BD$ , 若  $\angle ACD = 30^\circ$ ,  $AB = 2$ , 求  $BD$  的长.



20. (本小题 6 分)

列方程解应用题.

某工程队承担了 750 米长的道路改造任务, 工程队在施工完 210 米道路后, 引进了新设备, 每天改造道路的长度比原来增加了 20%, 结果共用 22 天完成了任务. 求引进新设备前工程队每天改造道路多少米?

21. (本小题 5 分)

已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 6mx + 9m^2 - 1 = 0$ .

(1) 求证: 方程有两个不相等的实数根;

(2) 设此方程的两个根分别为  $x_1, x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ , 若  $x_2 = 2x_1 - 3$ , 求  $m$  的值.

22. (本小题 5 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象由函数  $y = -2x$  的图象平移得到, 且经过点  $A(1, -3)$ , 与过点  $(0, 3)$  且平行于  $x$  轴的直线交于点  $B$ .

(1) 求该函数的解析式及点  $B$  的坐标;

(2) 当  $x > -2$  时, 对于  $x$  的每一个值, 函数  $y = -x + n$  的值大于  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值且小于 5, 直接写出  $n$  的取值范围.

23. (本小题 5 分)

科技是国家强盛之基, 创新是民族进步之魂. 某校为弘扬科学精神, 普及科学知识, 推动科技创新教育的开展, 在以“科技创造未来”为主题的科技节活动中开展了科普知识竞赛. 为了解七、八年级学生的科普知识掌握情况, 随机抽取了七、八年级各 16 名学生的竞赛成绩(百分制), 数据整理如下:

a. 抽取的七、八年级学生的竞赛成绩:

七年级: 78 79 81 82 83 85 86 88 90 92 92 92 94 96 98 100

八年级: 70 78 80 81 83 84 87 90 90 93 93 93 96 98 100 100

b. 抽取的七、八年级学生的竞赛成绩的平均数、中位数、众数:

	平均数	中位数	众数
七年级	88.5	89	$n$
八年级	88.5	$m$	93

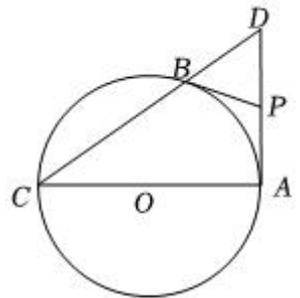
根据以上信息，回答下列问题：

- 写出表中  $m$ ,  $n$  的值；
- 对于抽取的七、八年级学生竞赛成绩，成绩更稳定的是\_\_\_\_\_（填“七年级”或“八年级”）；
- 成绩在 95 分以上的学生可获得一等奖.若该校八年级有 200 名学生，估计此次知识竞赛八年级学生获得一等奖的约为\_\_\_\_\_人.

24. (本小题 6 分)

如图，过  $\odot O$  外一点  $P$  作  $\odot O$  的两条切线  $PA$ ,  $PB$ ，切点分别为  $A$ ,  $B$ ， $AC$  是  $\odot O$  的直径，连接  $CB$  并延长交直线  $AP$  于点  $D$ .

- 求证：  $PD = PA$ ；
- 延长  $BP$  交  $CA$  的延长线于点  $E$ . 若  $\odot O$  的半径为  $\sqrt{2}$ ，  $\sin E = \frac{1}{3}$ ，求  $BC$  的长.



25. (本小题 5 分)

中国茶文化博大精深，自古以来中国人有饮茶的传统.某校茶文化社团探究了刚泡好的茶水达到最佳饮用口感的时间.部分内容如下：

- 探究活动在同一社团活动室进行，室温  $25^{\circ}\text{C}$ ；
- 经查阅资料得知，茶水口感与茶叶类型及水的温度有关.某种普洱茶用  $95^{\circ}\text{C}$  的水冲泡，等茶水温度降至  $60^{\circ}\text{C}$  饮用，口感最佳；某种绿茶用  $85^{\circ}\text{C}$  的水冲泡，等茶水温度降至  $60^{\circ}\text{C}$  饮用，口感最佳；
- 同时用不同温度的热水冲泡茶叶，记放置时间为  $x$  (单位：min)，普洱茶茶水的温度为  $y_1$  (单位： $^{\circ}\text{C}$ )，绿茶茶水的温度为  $y_2$  (单位： $^{\circ}\text{C}$ ).记录的部分数据如下：

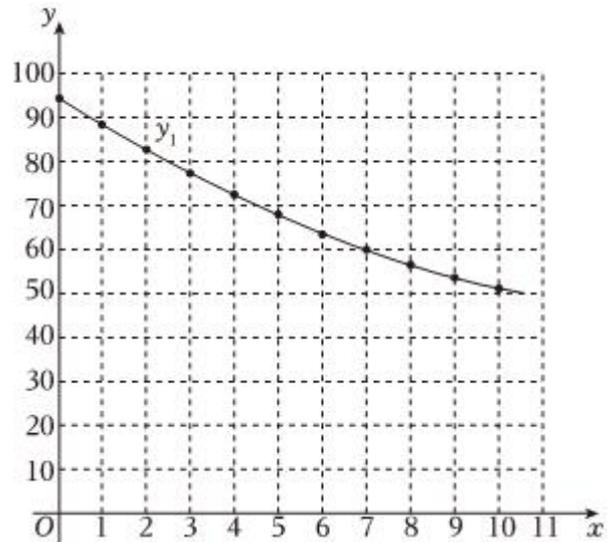
$x$	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0
$y_1$	95.0	88.5	82.6	77.2	72.4	68.0	64.0	60.3	57.1	54.1	51.4
$y_2$	85.0	79.5	74.5	70.0	65.8	62.0	58.6	55.5	52.7	50.2	47.9

对以上数据进行分析，补充完成以下内容.

(1) 可以用函数刻画  $y_1$  与  $x$ ,  $y_2$  与  $x$  之间的关系, 在同一平面直角坐标系  $xOy$  中, 已经画出  $y_1$  与  $x$  的函数图象, 请画出  $y_2$  与  $x$  的函数图象;

(2) 探究活动中, 当绿茶茶水的放置时间约为 \_\_\_\_\_ min 时, 其饮用口感最佳, 此时普洱茶茶水的温度约为 \_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{C}$  (结果保留小数点后一位);

(3) 探究活动中, 当普洱茶茶水的温度为  $90^{\circ}\text{C}$  时, 再继续放置 6 min, 测得其温度为  $m^{\circ}\text{C}$ , 则  $m$  \_\_\_\_\_ 60 (填 “>” “=” 或 “<”).



26. (本小题 6 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $M(2, m)$ ,  $N(4, n)$  在抛物线  $y = x^2 - 2bx + c$  上.

(1) 若  $m = n$ , 求  $b$  的值;

(2) 若点  $T(x_0, p)$  在抛物线上, 对于  $0 < x_0 < 1$ , 都有  $m < p < n$ , 求  $b$  的取值范围.

27. (本小题 7 分)

在正方形  $ABCD$  中,  $E$  是边  $AD$  上的一动点 (不与点  $A, D$  重合), 连接  $BE$ , 点  $C$  关于直线  $BE$  的对称点为  $F$ , 连接  $FA, FB$ .

(1) 如图 1, 若  $\triangle ABF$  是等边三角形, 则  $\angle ABE =$  \_\_\_\_\_  $^{\circ}$ ;

(2) 如图 2, 延长  $BE$  交  $FA$  的延长线于点  $M$ , 连接  $CF$  交  $BE$  于点  $H$ , 连接  $DM$ .

①求  $\angle MFH$  的大小;

②用等式表示线段  $MB$ ,  $MD$ ,  $AB$  之间的数量关系, 并证明.

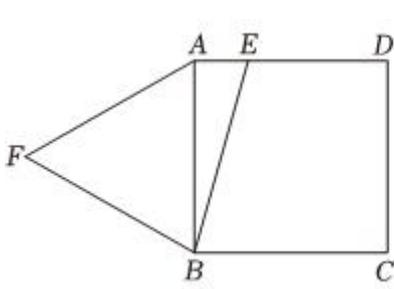


图1

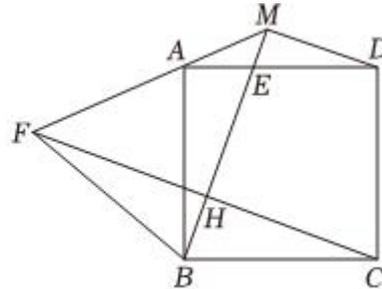


图2

28. (本小题 7 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  的半径为 1,  $P$  为  $\odot O$  外一点. 给出如下定义: 以线段  $OP$  为对角线作矩形  $OMP_N$ , 若点  $M$  在  $\odot O$  内或  $\odot O$  上, 点  $N$  在  $\odot O$  外, 则称矩形  $OMP_N$  是点  $P$  的“圆伴矩形”.

例如, 图 1 中的矩形  $OMP_N$  是点  $P$  的一个“圆伴矩形”.

(1) 已知矩形  $OMAN$  是点  $A$  的“圆伴矩形”且点  $N$  在  $\odot O$  外,

①若点  $A$  的坐标为  $(2, 1)$  且点  $M$  在  $\odot O$  上, 则矩形  $OMAN$  的面积是\_\_\_\_\_;

②若点  $A$  的坐标为  $(2, 0)$ , 则点  $N$  的横坐标  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_;

(2) 已知  $OB = 2$ , 直线  $y = \frac{1}{2}x + b (b \neq 0)$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于点  $C$ ,  $D$ . 若线段  $CD$  上存在点  $N$ , 使得矩形

$OMB$  是点  $B$  的“圆伴矩形”（点  $N$  在  $\odot O$  外），直接写出  $b$  的取值范围.

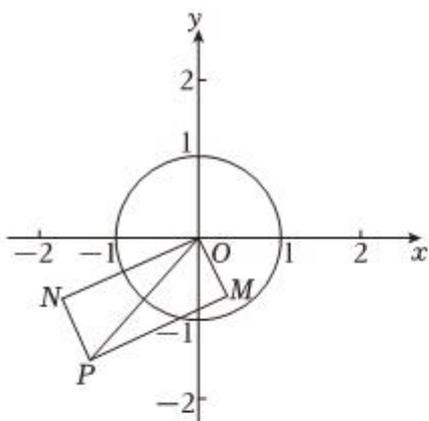
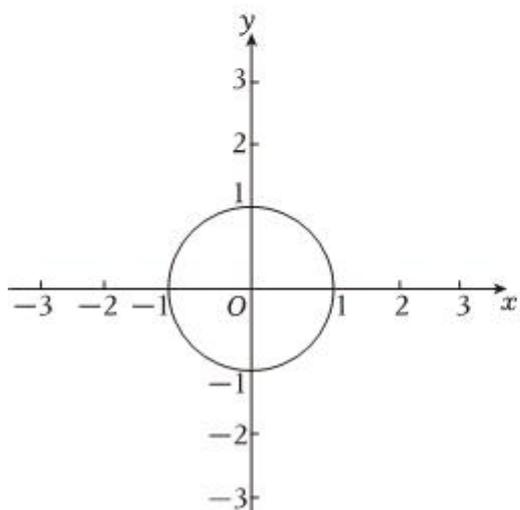
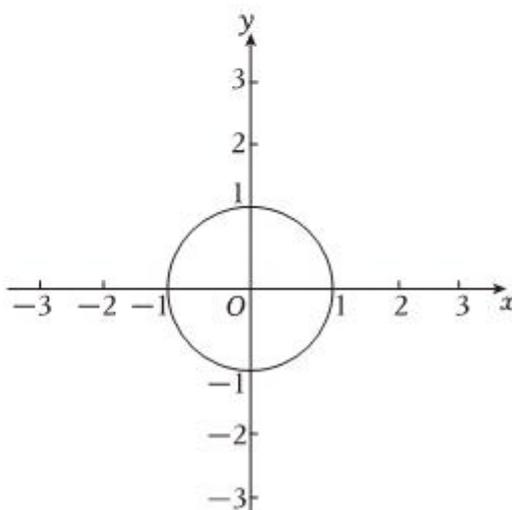


图1



备用图 1



备用图 2

## 答案和解析

### 1. 【答案】A

【解析】解：由图可知，该几何体的两个底面是正三角形，且有3个侧面，侧面都是矩形，故这个几何体是三棱柱.

故选：A.

根据三棱柱的展开图解答.

本题考查了展开图折叠成几何体，熟记三棱柱的展开图的形状是解题的关键.

### 2. 【答案】C

【解析】解：选项A、B、D都不能找到一个点，使图形绕某一点旋转 $180^\circ$ 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形.

选项C能找到一个点，使图形绕某一点旋转 $180^\circ$ 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形.

故选：C.

根据中心对称图形的定义进行判断，即可得出答案. 把一个图形绕某一点旋转 $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

此题主要考查了中心对称图形的概念. 中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 $180^\circ$ 后与原图重合.

### 3. 【答案】B

【解析】解：根据图示，可得 $-2 < a < -1$ ， $2 < b < 3$ ，

$\therefore -2 < a < -1$ ，

$\therefore$ 选项A不符合题意；

$\therefore -2 < a < -1$ ，

$\therefore 1 < -a < 2$ ，

又 $\therefore 2 < b < 3$ ，

$\therefore b > -a$ ，

$\therefore$ 选项B符合题意；

$\therefore -2 < a < -1$ ， $2 < b < 3$ ，

$\therefore a + b > 0$ ，

$\therefore$ 选项C不符合题意；

$\therefore a < 0$ ， $b > 0$ ，

$\therefore ab < 0$ ,

$\therefore$ 选项  $D$  不符合题意.

故选:  $B$ .

根据图示, 可得  $-2 < a < -1$ ,  $2 < b < 3$ , 据此逐项判断即可.

此题主要考查了在数轴上表示数的方法, 以及数轴的特征: 一般来说, 当数轴正方向朝右时, 右边的数总比左边的数大.

#### 4. 【答案】 $A$

【解析】解: 画树状图为:



共有 4 种等可能的结果数, 其中两枚硬币全部正面向上的结果数为 1,

所以两枚硬币全部正面向上的概率  $= \frac{1}{4}$ .

故答案为  $\frac{1}{4}$ ,

故选:  $A$ .

画树状图展示所有 4 种等可能的结果数, 再找出两枚硬币全部正面向上的结果数, 然后根据概率公式求解.

本题考查了列表法与树状图法: 通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出  $n$ , 再从中选出符合事件  $A$  或  $B$  的结果数目  $m$ , 然后根据概率公式求出事件  $A$  或  $B$  的概率.

#### 5. 【答案】 $D$

【解析】解: 因为  $360^\circ \div 40^\circ = 9$ ,

则正多边形的边数为 9.

故选:  $D$ .

多边形的外角和是  $360^\circ$ , 正多边形的每个外角都相等, 且一个外角的度数为  $40^\circ$ , 由此即可求出答案.

本题考查多边形的外角和为  $360^\circ$ ; 熟练掌握多边形外角和为定值是解题的关键.

#### 6. 【答案】 $B$

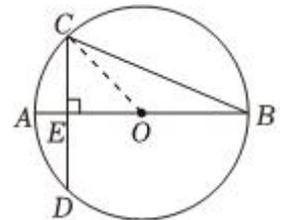
【解析】解: 连接  $OC$ ,

$\because$  直径  $AB \perp CD$  于点  $E$ ,

$$\therefore CE = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$$\therefore \angle B = 22.5^\circ,$$

$$\therefore \angle COE = 2\angle B = 45^\circ,$$



$\therefore \triangle COE$  是等腰直角三角形,

$$\therefore OC = \sqrt{2}CE = 2\sqrt{2},$$

$\therefore \odot O$  的半径的长为  $2\sqrt{2}$ .

故选:  $B$ .

连接  $OC$ , 由垂径定理得到  $CE = \frac{1}{2}CD = 2$ , 由圆周角定理得到  $\angle COE = 2\angle B = 45^\circ$ , 判定  $\triangle COE$  是等腰直角三角形, 求出  $OC = \sqrt{2}CE = 2\sqrt{2}$ , 于是得到  $\odot O$  的半径的长为  $2\sqrt{2}$ .

本题考查圆周角定理, 垂径定理, 关键是由垂径定理求出  $CE = 2$ , 由圆周角定理得到  $\angle COE = 2\angle B = 45^\circ$ , 判定  $\triangle COE$  是等腰直角三角形.

### 7. 【答案】 $A$

**【解析】**解:  $\because a - b = c^2 - 2c + 1 = (c - 1)^2 \geq 0$ ,

$$\therefore a \geq b,$$

$$\because a - b = c^2 - 2c + 1 \text{ ①}, \quad a + b = 3c^2 + 8c + 11 \text{ ②},$$

$$\text{②}-\text{①得: } 2b = 2c^2 + 10c + 10, \text{ 即 } b = c^2 + 5c + 5,$$

$$\therefore b - c = c^2 + 5c + 5 - c = c^2 + 4c + 4 + 1 = (c + 2)^2 + 1 > 0,$$

$$\therefore b > c,$$

$$\therefore a \geq b > c,$$

故选:  $A$ .

根据  $a - b = c^2 - 2c + 1 = (c - 1)^2 \geq 0$ , 可得  $a \geq b$ , 再根据作差法求得  $b > c$ , 即可得出结果.

本题考查的是实数的大小比较, 熟练掌握其比较方法是解题的关键.

### 8. 【答案】 $C$

**【解析】**由图象可得,

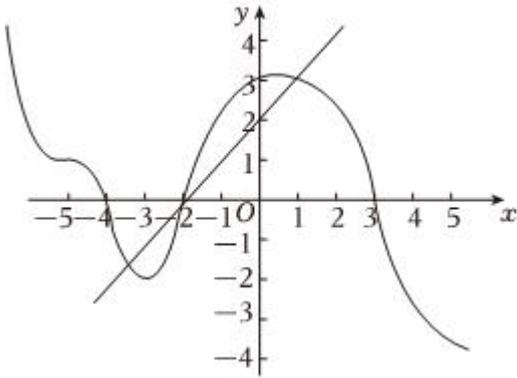
当  $y > 0$  时,  $-2 < x < 3$  或  $x < -4$ , 故①错误;

当  $-\frac{5}{2} < x < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 故②正确;

$$\because M(m, m + 2),$$

$\therefore$  点  $M$  在一次函数  $y = x + 2$  的图象上,

如图所示,



由图象可得，有 3 个交点，

$\therefore$  点  $M(m, m+2)$  在此函数图象上，则符合要求的点有 3 个，故③错误；

$\therefore$  函数经过点  $(-2, 0)$ ，

$\therefore$  将函数图象向右平移 2 个或 4 个单位长度，经过原点  $(0, 0)$ ，故④正确。

综上所述，上述结论中，所有正确结论的序号是②④。

故选：C。

根据图象即可判断结论①②；

将点  $M(m, m+2)$  代入，求出一次函数和图象的交点，即可判断③；

根据图象与  $x$  轴的交点，判断平移后是否经过原点，即可判断④。

本题考查了函数的图象与性质，一次函数图象，解题的关键是数形结合。结合函数图象逐个分析即可。

9. 【答案】  $x \neq -1$

【解析】解：  $\because x+1 \neq 0$ ，

$\therefore x \neq -1$ 。

故答案为：  $x \neq -1$ 。

根据分式的分母不等于 0 即可得出答案。

本题考查了分式有意义的条件，掌握分式的分母不等于 0 是解题的关键。

10. 【答案】  $y(x+3)^2$

【解析】解：原式  $= y(x^2 + 6x + 9)$

$= y(x+3)^2$ ，

故答案为：  $y(x+3)^2$ 。

提公因式后利用完全平方公式因式分解即可。

本题考查因式分解，熟练掌握因式分解的方法是解题的关键。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/585040020111011224>