合肥一六八中学2024届高三“九省联考”考后
适应性测试数学试题一

本套试卷根据九省联考题型命制，题型为8+3+3+5模式

（考试时间：120分钟 满分：150分）

注意事项：

1.答卷前，务必将自己的姓名和座位号填写在答题卡和试卷上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，务必擦净后再选涂其它答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 在“美丽乡村”评选活动中，某乡镇7个村的得分如下：$10，7，6，9，8，9，5$，这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A. $7，9$　　B. $9，9$　　C. $9，8$　　D. $8，9$

2. 如果椭圆$\dfrac{x^2}{k+8}+\dfrac{y^2}{9}=1(k>-8)$的离心率为$e=\dfrac{1}{2}$，则$k=$（　　）

A. 4　　B. 4或$-\dfrac{5}{4}$　　C. $-\dfrac{4}{5}$　　D. 4或$-\dfrac{4}{5}$

3. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=a_{n+1}+2$，$a_5=18$，则$a_1+a_2+\cdots+a_{10}=$（　　）

A. 210　　B. 190　　C. 170　　D. 150

4. 设b、c表示两条直线，α、β表示两个平面，则下列命题正确的是（　　）

A. 若$b//\alpha$，$c\subset\alpha$，则$b//c$　　B. 若$b\subset\alpha$，$b//c$，则$c\subset\alpha$

C. 若$c//\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则$c\perp\beta$　　D. 若$c//\alpha$，$c\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

5. 某中学进行数学竞赛选拔考试，A，B，C，D，E共5名同学参加比赛，决出第1名到第5名的名次. A和B去向教练询问比赛结果，教练对A说：“你和B都没有得到冠军．”对B说：“你不是最后一名.”从这两个回答分析，5人的名次排列方式共有（　　）

A. 54 种　　B. 72 种　　C. 96 种　　D. 120 种

6. 已知直线 $y=kx+2\left(k\in\mathbf{R}\right)$ 交圆 $O:x^2+y^2=9$ 于 $P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$ 两点，则 $\left|3x_1+4y_1+16\right|+\left|3x_2+4y_2+16\right|$ 的最小值为（　　）

A. 9　　B. 16　　C. 27　　D. 30

7. 已知 $\dfrac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=2$，则 $\sin(2\alpha+\dfrac{\pi}{6})$ 的值为（　　）

A. $-\dfrac{4+3\sqrt{3}}{10}$　　B. $-\dfrac{4-3\sqrt{3}}{10}$　　C. $\dfrac{4+3\sqrt{3}}{10}$　　D. $\dfrac{4-3\sqrt{3}}{10}$

8. 已知 F_1，F_2 分别是双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左、右焦点，过 F_1 的直线分别交双曲线左、右两支于 A，B 两点，点 C 在 x 轴上，$\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{F_2A}$，$BF_2$ 平分 $\angle F_1BC$，则双曲线 Γ 的离心率为（　　）

A. $\sqrt{7}$　　B. $\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 关于函数 $f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$, 下列选项错误的有（　　）

A. 函数 $f\left(x\right)$ 最小正周期为 π　　B. 表达式可写成 $y=\cos\left(2x+\dfrac{5\pi}{6}\right)$

C. 函数 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增　　D. $f\left(x\right)$ 的图像关于直线 $x=-\dfrac{11\pi}{12}$ 对称

10. 设 z_1,z_2,z_3 为复数，$z_1\neq 0$，则下列命题正确的是（　　）

A. 若 $\left|z_2\right|=\left|z_3\right|$，则 $z_2=\pm z_3$　　B. 若 $z_1z_2=z_1z_3$，则 $z_2=z_3$

C. 若 z_1,z_2 互为共轭复数，则 z_1z_2 为实数　　D. 若 i 为虚数单位，n 为正整数，则 $\mathrm{i}^{4n+3}=\mathrm{i}$

11. 已知函数 $f(x)$ 和其导函数 $g(x)$ 的定义域都是 R，若 $f(x)-x$ 与 $g(2x+1)$ 均为偶函数，则（　　）

A. $f(0)=0$

B. $\dfrac{f(x)}{x}$ 关于点 $(0,1)$ 对称

C. $g(2023)=1$

D. $(g(1)-1)\times(g(2)+1)+(g(2)-1)\times(g(3)+1)+\cdots+(g(2023)-1)\times(g(2024)+1)=0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分．

12. 已知集合 $A=\{x|x<k\}$，$B=\{x|1<x<2\}$，且 $A\cap B=B$，则实数 k的取值范围是______.

13. 球 O的半径与圆锥 M 的底面半径相等，且它们的表面积也相等，则圆锥 M 的侧面展开图的圆心角大小为______，球 O 的体积与圆锥 M 的体积的比值为______.

14. 设 x，y 是正实数，记 S 为 x，$y+\frac{1}{x}$，$\frac{1}{y}$ 中的最小值，则 S 的最大值为______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15. 已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3-ax^2+\left(a^2-1\right)x+b\left(a,b\in\mathbf{R}\right)$，其图象在点 $\left(1,f\left(1\right)\right)$ 处的切线方程为 $x+y-3=0$.

（1）求 a,b 的值；

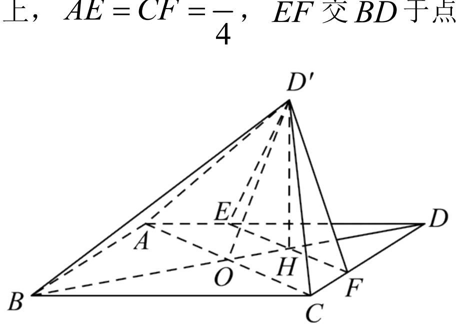
（2）求函数 $f\left(x\right)$ 的单调区间和极值；

16. 某地政府为推动旅游业高质量发展、加快旅游产业化建设，提出要优化传统业态，创新产品和服务方式，培育新业态新产品、新模式，促进康养旅游快速发展.某景区为了进一步优化旅游服务环境，强化服务意识，全面提升景区服务质量，准备从 m 个跟团游团队和 6 个私家游团队中随机抽取几个团队展开满意度调查.若一次抽取 2 个团队，全是私家游团队的概率为 $\frac{15}{91}$.

（1）若一次抽取 3 个团队，在抽取的3 个团队是同类型团队的条件下，求这 3 个团队全是跟团游团队的概率；

（2）若一次抽取 4 个团队，设这 4 个团队中私家游团队的个数为 ξ，求 ξ 的分布列和数学期望.

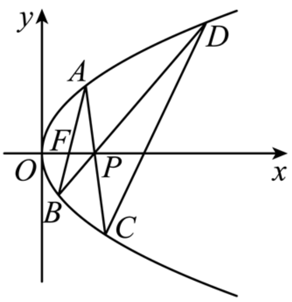
17. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O，$AB=5$，$AC=6$，点 E，F 分别在 AD，CD 上，$AE=CF=\frac{5}{4}$，EF 交 BD 于点 H，将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折到 $\triangle D'EF$ 位置，$OD'=\sqrt{10}$.



（1）证明：$D'H\perp$平面 $ABCD$；

（2）求平面 BAD' 与平面 ACD' 的夹角的余弦值.

18. 设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$，过焦点 F 的直线与抛物线 C 交于点 $A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$. 当直线 AB 垂直于 x 轴时，$\left|AB\right|=2$.



（1）求抛物线 C 的标准方程.

（2）已知点 $P\left(1,0\right)$，直线 AP，BP 分别与抛物线 C 交于点 C，D.

①求证：直线 CD 过定点；

②求 $\triangle PAB$ 与 $\triangle PCD$ 面积之和的最小值.

19. 给定整数 $n\geq 3$，由 n 元实数集合 S 定义其相伴数集 $T=\left\{\left|a-b\right|\mid a、b\in S,a\neq b\right\}$，如果 $\min\left(T\right)=1$，则称集合 S 为一个 n 元规范数集，并定义 S 的范数 f 为其中所有元素绝对值之和.

（1）判断 $A=\left\{-0.1,-1.1,2,2.5\right\}$、$B=\left\{-1.5,-0.5,0.5,1.5\right\}$ 哪个是规范数集，并说明理由；

（2）任取一个 n 元规范数集 S，记 m、M 分别为其中最小数与最大数，求证：

$\left|\min\left(S\right)\right|+\left|\max\left(S\right)\right|\geq n-1$；

（3）当 $S=\left\{a_1,a_2,\cdots,a_{2023}\right\}$ 遍历所有 2023 元规范数集时，求范数 f 的最小值.

注：$\min\left(X\right)$、$\max\left(X\right)$ 分别表示数集 X 中的最小数与最大数.

参考答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 在“美丽乡村”评选活动中，某乡镇 7 个村的得分如下：10，7，6，9，8，9，5，这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A. 7，9　　B. 9，9　　C. 9，8　　D. 8，9

【答案】D

【解析】

【分析】把7个数由小到大重新排序，即可得到中位数为8，众数为9．

【详解】某乡镇7个村的得分：10，7，6，9，8，9，5，由小到大排序为：5，6，7，8，9，9，10，所以中位数为8，众数为9．

故选：D.

2. 如果椭圆$\dfrac{x^2}{k+8}+\dfrac{y^2}{9}=1(k>-8)$的离心率为$e=\dfrac{1}{2}$，则$k=$（　　）

A. 4　　B. 4或$-\dfrac{5}{4}$　　C. $-\dfrac{4}{5}$　　D. 4或$-\dfrac{4}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】分焦点在x轴和在y轴两种情况，分别得到a,b的表达式，进而求得c的表达式，然后根据离心率得到关于k的方程，求解即可．

【详解】解：因为椭圆$\dfrac{x^2}{k+8}+\dfrac{y^2}{9}=1(k>-8)$的离心率为$e=\dfrac{1}{2}$，

当$k+8>9$时，椭圆焦点在x轴上，可得：

$a=\sqrt{k+8},b=3,\therefore c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{k-1},\therefore e=\dfrac{\sqrt{k-1}}{\sqrt{k+8}}=\dfrac{1}{2}$，解得$k=4$，

当$0<k+8<9$时，椭圆焦点在y轴上，可得：

$a=3,b=\sqrt{k+8},\therefore c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{1-k},\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{1-k}}{3}=\dfrac{1}{2}$，解得$k=-\dfrac{5}{4}$.

$\therefore k=4$或$k=-\dfrac{5}{4}$.

故选：B．

3. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=a_{n+1}+2$，$a_5=18$，则$a_1+a_2+\cdots+a_{10}=$（　　）

A. 210　　B. 190　　C. 170　　D. 150

【答案】C

【解析】

【分析】根据等差数列的定义知公差为-2，然后利用求和公式结合等差数列通项性质求和即可；

【详解】由$a_n=a_{n+1}+2$知数列$\left\{a_n\right\}$是公差为-2的等差数列，

所以$a_1+a_2+\cdots+a_{10}=5\left(a_5+a_6\right)=5\times\left(18+16\right)=5\times34=170$.

故选：C.

4. 设b、c表示两条直线，α、β表示两个平面，则下列命题正确的是（　　）

A. 若$b//\alpha$，$c\subset\alpha$，则$b//c$　　　　B. 若$b\subset\alpha$，$b//c$，则$c\subset\alpha$

C. 若$c//\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则$c\perp\beta$　　　　D. 若$c//\alpha$，$c\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$

【答案】D

【解析】

【分析】由直线与平面平行分析直线与平面内直线的关系判断A；由直线与直线平行分析线面关系判断B；由直线与平面平行、平面与平面垂直分析线面关系判断C；由线面平行的性质及平面与平面垂直的判定判断D.

【详解】若$b//\alpha$，$c\subset\alpha$，则$b//c$或b与c异面，故A错误；

若$b\subset\alpha$，$b//c$，则$c\subset\alpha$或$c//\alpha$，故B错误；

若$c//\alpha$，$\alpha\perp\beta$，则$c\subset\beta$或$c//\beta$或c与β相交，相交也不一定垂直，故C错误；

若$c//\alpha$，过c的平面与α相交，设交线为a，则$c//a$，又$c\perp\beta$，则$a\perp\beta$，而$a\subset\alpha$，则$\alpha\perp\beta$，故D正确.

故选：D.

5. 某中学进行数学竞赛选拔考试，A，B，C，D，E共5名同学参加比赛，决出第1名到第5名的名次. A和B去向教练询问比赛结果，教练对A说：“你和B都没有得到冠军.”对B说：“你不是最后一名.”从这两个回答分析，5人的名次排列方式共有（　　）

A. 54种　　　　B. 72种　　　　C. 96种　　　　D. 120种

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意分两种情况讨论：

当A是最后一名，B可以为第二、三、四名，剩下的三人安排在其他三个名次；

当A不是最后一名，A，B

需要排在第二、三、四名，剩下的三人安排在其他三个名次，由加法计数原理可得.

【详解】根据题意可知A和B都没有得到冠军，且B不是最后一名，分两种情况：

①A是最后一名，则B可以为第二、三、四名，即B有3种情况，剩下的三人安排在其他三个名次，

有$A_3^3=6$种情况，此时有$3\times6=18$种名次排列情况；

②A不是最后一名，A，B需要排在第二、三、四名，有$A_3^2=6$种情况，剩下的三人安排在其他三个名次，有$A_3^3=6$种情况，此时有$6\times6=36$种名次排列情况，则5人的名次排列方式共有$18+36=54$种.

故选A.

6. 已知直线$y=kx+2\left(k\in\mathbf{R}\right)$交圆$O:x^2+y^2=9$于$P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$两点，则$\left|3x_1+4y_1+16\right|+\left|3x_2+4y_2+16\right|$的最小值为（　　）

A. 9　　B. 16　　C. 27　　D. 30

【答案】D

【解析】

【分析】根据题中条件，先求得弦PQ的中点$E\left(x,y\right)$的轨迹方程，则$\dfrac{\left|3x_1+4y_1+16\right|}{5}+\dfrac{\left|3x_2+4y_2+16\right|}{5}$的几何意义为$P\left(x_1,y_1\right),Q\left(x_2,y_2\right)$两点到直线$3x+4y+16=0$的距离之和，即点$E\left(x,y\right)$到直线$3x+4y+16=0$距离的2倍，结合点到直线的距离公式求解即可.

【详解】由题设直线与y轴的交点为$A\left(0,2\right)$，设弦PQ的中点为$E\left(x,y\right)$，

连接OE，则$OE\perp PQ$，即$OE\perp AE$，所以$\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{AE}=0$，

即$\left(x,y\right)\cdot\left(x,y-2\right)=x^2+y\left(y-2\right)=0$，

所以点E的轨迹方程为$x^2+(y-1)^2=1$，

即E的轨迹是以$\left(0,1\right)$为圆心，1为半径的圆，

设直线l为$3x+4y+16=0$，则E到l的最小距离为$\dfrac{4+16}{5}-1=3$，

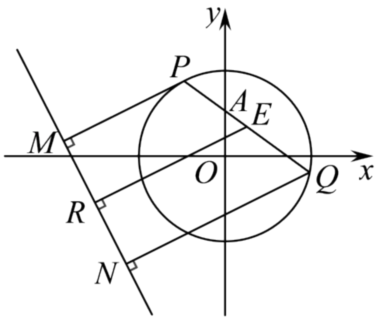
过P、E、Q分别作直线l的垂线，垂足分别为M,R,N，

则四边形$MNQP$是直角梯形，且R是MN的中点，

则 ER 是直角梯形的中位线，所以 $|MP|+|NQ|=2|ER|$，即 $\frac{|3x_1+4y_1+16|}{5}+\frac{|3x_2+4y_2+16|}{5}=2|ER|$，

即 $|3x_1+4y_1+6|+|3x_2+4y_2+6|=10|ER|\geq 30$，

所以 $|3x_1+4y_1+16|+|3x_2+4y_2+16|$ 的最小值为 30.



故选：D.

7. 已知 $\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=2$，则 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})$ 的值为（　）

A. $-\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$　　B. $-\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$　　C. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$　　D. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$

【答案】A

【解析】

【分析】先由已知条件求出 $\tan\alpha$ 的值，再利用三角函数恒等变换公式求出 $\sin 2\alpha,\cos 2\alpha$ 的值，然后对 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})$ 利用两角和的正弦公式化简计算即可

【详解】由 $\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=2$，得 $\tan\alpha=-3$，

所以 $\sin 2\alpha=\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{2\tan\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{-6}{10}=-\frac{3}{5}$，

$\cos 2\alpha=\frac{\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}=\frac{1-\tan^2\alpha}{\tan^2\alpha+1}=\frac{1-9}{10}=-\frac{4}{5}$，

所以 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})=\sin 2\alpha\cos\frac{\pi}{6}+\cos 2\alpha\sin\frac{\pi}{6}$

$=-\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$，

故选：A

8. 已知 F_1，F_2 分别是双曲线 $\Gamma:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$ 的左、右焦点，过 F_1

的直线分别交双曲线左、右两支于 A，B 两点，点 C 在 x 轴上，$\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{F_2A}$，$BF_2$ 平分 $\angle F_1BC$，则双曲线 Γ 的离心率为（　　）

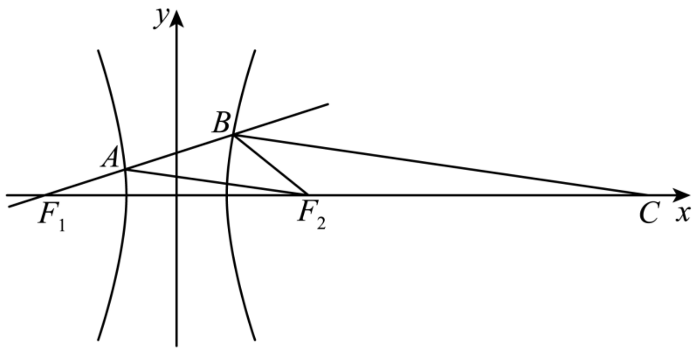
A. $\sqrt{7}$　　　　B. $\sqrt{5}$　　　　C. $\sqrt{3}$　　　　D. $\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据 $\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{F_2A}$ 可知 $CB//F_2A$，再根据角平分线定理得到 $|BF_1|,|BC|$ 的关系，再根据双曲线定义分别把图中所有线段用 a,b,c 表示出来，根据边的关系利用余弦定理即可解出离心率.

【详解】



因为 $\overrightarrow{CB}=3\overrightarrow{F_2A}$，所以 $\triangle F_1AF_2 \backsim \triangle F_1BC$，

设 $|F_1F_2|=2c$，则 $|F_2C|=4c$，设 $|AF_1|=t$，则 $|BF_1|=3t$，$|AB|=2t$.

因为 BF_2 平分 $\angle F_1BC$，由角平分线定理可知，$\dfrac{|BF_1|}{|BC|}=\dfrac{|F_1F_2|}{|F_2C|}=\dfrac{2c}{4c}=\dfrac{1}{2}$，

所以 $|BC|=2|BF_1|=6t$，所以 $|AF_2|=\dfrac{1}{3}|BC|=2t$，

由双曲线定义知 $|AF_2|-|AF_1|=2a$，即 $2t-t=2a$，$t=2a$，①

又由 $|BF_1|-|BF_2|=2a$ 得 $|BF_2|=3t-2a=2t$，

所以 $|BF_2|=|AB|=|AF_2|=2t$，即 $\triangle ABF_2$ 是等边三角形，

所以 $\angle F_2BC=\angle ABF_2=60^\circ$.

在 $\triangle F_1BF_2$ 中，由余弦定理知 $\cos\angle F_1BF_2=\dfrac{|BF_1|^2+|BF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2\cdot|BF_1|\cdot|BF_2|}$，

即 $\dfrac{1}{2}=\dfrac{4t^2+9t^2-4c^2}{2\cdot 2t\cdot 3t}$，化简得 $7t^2=4c^2$，

把①代入上式得$e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{7}$，所以离心率为$\sqrt{7}$．

故选：A．

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 关于函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$, 下列选项错误的有（　　）

A. 函数$f\left(x\right)$最小正周期为π

B. 表达式可写成$y=\cos\left(2x+\dfrac{5\pi}{6}\right)$

C. 函数$f\left(x\right)$在$\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$上单调递增

D. $f\left(x\right)$的图像关于直线$x=-\dfrac{11\pi}{12}$对称

【答案】BC

【解析】

【分析】根据正弦型函数的周期性可判断A;根据诱导公式可判断B;根据正弦型函数的单调性可判断C;根据正弦型函数的对称性可判断D.

【详解】对于A,函数$f\left(x\right)$最小正周期$T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$, 故A 正确;

对于B, $y=\cos\left(2x+\dfrac{5\pi}{6}\right)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)\neq f\left(x\right)$, 故$\mathrm{B}$ 错误;

对于C ,$\because x\in\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$,$\therefore 2x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$,$\therefore f\left(x\right)$在$\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$上不单调, 故$\mathrm{C}$ 错误;

对于D ,$\because f\left(-\dfrac{11\pi}{12}\right)=\sin\left(-\dfrac{11\pi}{6}+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$,$\therefore f\left(x\right)$的图像关于直线$x=-\dfrac{11\pi}{12}$对称, 故$\mathrm{D}$ 正确;

故选:BC.

10. 设z_1,z_2,z_3为复数，$z_1\neq 0$，则下列命题正确的是（　　）

A. 若$\left|z_2\right|=\left|z_3\right|$，则$z_2=\pm z_3$

B. 若$z_1z_2=z_1z_3$，则$z_2=z_3$

C. 若z_1,z_2互为共轭复数，则z_1z_2为实数

D. 若i为虚数单位，n为正整数，则$\mathrm{i}^{4n+3}=\mathrm{i}$

【答案】BC

【解析】

【分析】根据复数的模、复数乘法、共轭复数、复数的乘方等知识对选项进行分析，从而确定正确答案.

【详解】对于 A 项，取 $z_2=1, z_3=\mathrm{i}$，满足 $|z_2|=|z_3|$，但是 $z_2=\pm z_3$ 不成立，故 A 项错误；

对于 B 项，当 $z_1z_2=z_1z_3$ 时，有 $z_1(z_2-z_3)=0$，又 $z_1\neq 0$，所以 $z_2=z_3$，故 B 项正确；

对于 C 项，$z_1=a+b\mathrm{i}, z_2=a-b\mathrm{i}$ 互为共轭复数，则 $(a+b\mathrm{i})(a-b\mathrm{i})=a^2+b^2$，

即 z_1z_2 为实数，故 C 项正确；

对于 D 项，$\mathrm{i}^{4n+3}=\mathrm{i}^3=-\mathrm{i}$，故 D 项错误．

故选：BC

11．已知函数 $f(x)$ 和其导函数 $g(x)$ 的定义域都是 R，若 $f(x)-x$ 与 $g(2x+1)$ 均为偶函数，则（　　）

A．$f(0)=0$

B．$\dfrac{f(x)}{x}$ 关于点 $(0,1)$ 对称

C．$g(2023)=1$

D．$(g(1)-1)\times(g(2)+1)+(g(2)-1)\times(g(3)+1)+\cdots+(g(2023)-1)\times(g(2024)+1)=0$

【答案】BD

【解析】

【分析】用特殊值法，假设 $f(x)=1+x$，可判断选项 A；

对 $f(x)-x=f(-x)+x$ 进行变形处理，即可判断其对称性，从而判断选项 B；

对 $f(x)-x=f(-x)+x$ 两边求导，可得 $g(x)+g(-x)=2$，根据 $g(2x+1)=g(-2x+1)$ 可判断 $g(x)$ 的周期性和对称性，再根据特殊值关系，即可判断选项 C；

由特殊值关系得到 $g(2)+g(4)=2$，$g(1)+g(3)=2$，化简

$(g(1)-1)\times(g(2)+1)+(g(2)-1)\times(g(3)+1)+\cdots+(g(2023)-1)\times(g(2024)+1)$，即可判断选项 D．

【详解】假设 $f(x)=1+x$，则 $f(x)-x=1$，$g(2x+1)=1$ 都为偶函数，则所设函数 $f(x)=1+x$ 符合题意，此时 $f(0)=1$，所以 A 错误；

因为 $f(x)-x$ 为偶函数，所以 $f(x)-x=f(-x)+x$，即 $\dfrac{f(x)}{x}+\dfrac{f(-x)}{-x}=2$，

令 $h(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，则 $h(x)+h(-x)=2$，所以 $h(x)$ 关于点 $(0,1)$ 对称，故 B 正确；

因为 $g(2x+1)$ 均为偶函数，所以 $g(2x+1)=g(-2x+1)$，所以函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，即