云南省昭通市绥江县一中2024届高三第一次适应性考试（一模）数学试题

注意事项

1．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回．

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0．5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置．

3．请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符．

4．作答选择题，必须用2B铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案．作答非选择题，必须用05毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效．

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗．

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．ΔABC中，$AB=3$，$BC=\sqrt{13}$，$AC=4$，则ΔABC的面积是（　　）

A．$3\sqrt{3}$　　B．$\frac{3\sqrt{3}}{2}$　　C．3　　D．$\frac{3}{2}$

2．已知函数$f\left(x\right)=\ln\frac{1+x}{1-x}+x+1$且$f\left(a\right)+f\left(a+1\right)>2$，则实数$a$的取值范围是(　　)

A．$\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$　　B．$\left(-\frac{1}{2},0\right)$　　C．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(\frac{1}{2},1\right)$

3．$\left(x-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^8$的二项展开式中，$x^2$的系数是（ ）

A．70　　B．-70　　C．28　　D．-28

4．已知m为一条直线，α,β为两个不同的平面，则下列说法正确的是（　　）

A．若$m // \alpha,\alpha // \beta$，则$m // \beta$　　B．若$\alpha\perp\beta,m\perp\alpha$，则$m\perp\beta$

C．若$m // \alpha,\alpha\perp\beta$，则$m\perp\beta$　　D．若$m\perp\alpha,\alpha // \beta$，则$m\perp\beta$

5．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)$,则函数$f\left(x\right)$的图象的对称轴方程为（　　）

A．$x=k\pi-\frac{\pi}{4},k\in Z$　　B．$x=k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$

C．$x=\frac{1}{2}k\pi,k\in Z$　　D．$x=\frac{1}{2}k\pi+\frac{\pi}{4},k\in Z$

6．已知$p:\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)$，$q:x=y$则$p$是$q$的（　　）

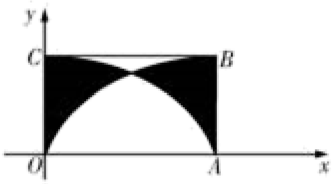
A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．在直角ΔABC中，$\angle C=\frac{\pi}{2}$，$AB=4$，$AC=2$，若$AD=\frac{3}{2}AB$，则$\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{CB}=$（　　）

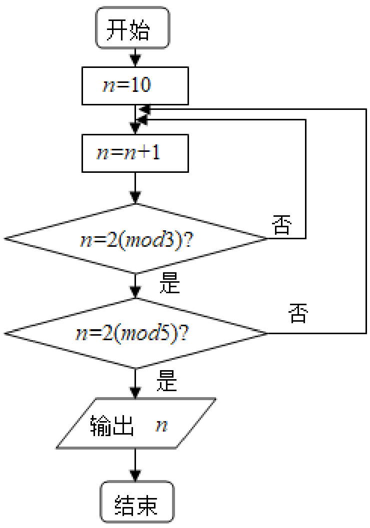
A．-18　　　　B．$-6\sqrt{3}$　　　　C．18　　　　D．$6\sqrt{3}$

8．如图，在矩形$OABC$中的曲线分别是$y=\sin x$，$y=\cos x$的一部分，$A\left(\dfrac{\pi}{2},0\right)$，$C\left(0,1\right)$，在矩形$OABC$内随机取一点，若此点取自阴影部分的概率为$P_1$，取自非阴影部分的概率为$P_2$，则（　　）



A．$P_1<P_2$　　　　B．$P_1>P_2$　　　　C．$P_1=P_2$　　　　D．大小关系不能确定

9．下边程序框图的算法源于我国古代的中国剩余定理.把运算“正整数N除以正整数m所得的余数是n”记为“$N\equiv n(\bmod m)$”，例如$7\equiv 1(\bmod 2)$.执行该程序框图，则输出的n等于（　　）



A．16　　　　B．17　　　　C．18　　　　D．19

10．已知函数$f\left(x\right)=\begin{cases}\left(a-1\right)x+4, & x\le 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$是$R$上的减函数，当$a$最小时，若函数$y=f(x)-kx-4$恰有两个零点，则实数$k$的取值范围是（　　）

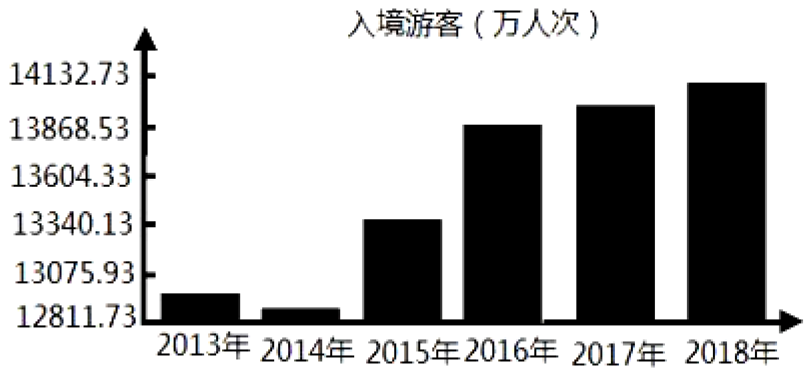
A．$(-\dfrac{1}{2},0)$　　　　B．$(-2,\dfrac{1}{2})$

C．$(-1,1)$　　　　D．$(\dfrac{1}{2},1)$

11．已知直线m,n和平面α，若$m\perp\alpha$，则“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充分必要条件　D．不充分不必要

12．如图是国家统计局公布的年入境游客（单位：万人次）的变化情况，则下列结论错误的是（　）



A．2014 年我国入境游客万人次最少

B．后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势

C．这 6 年我国入境游客万人次的中位数大于 13340 万人次

D．前 3 年我国入境游客万人次数据的方差小于后 3 年我国入境游客万人次数据的方差

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的右准线与渐近线的交点在抛物线 $y^2=2px$ 上，则实数 p 的值为________.

14．已知向量 $\vec{a}=(1,x+1)$，$\vec{b}=(x,2)$，若满足 $\vec{a}\parallel\vec{b}$，且方向相同，则 $x=$__________.

15．在 ΔABC 中，角 A，B，C 的对边长分别为 a，b，c，满足 $a^2-2a(\sin B+\sqrt{3}\cos B)+4=0$，$b=2\sqrt{7}$，则 ΔABC 的面积为__.

16．割圆术是估算圆周率的科学方法，由三国时期数学家刘徽创立，他用圆内接正多边形面积无限逼近圆面积，从而得出圆周率．现在半径为 **1** 的圆内任取一点，则该点取自其内接正十二边形内部的概率为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）设函数 $f(x)=|x-p|$.

（1）当 $p=2$ 时，解不等式 $f(x)\ge 4-|x-1|$；

（2）若 $f(x)\ge 1$ 的解集为 $(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$，$\dfrac{1}{m}+\dfrac{2}{n-1}=p(m>0,n>0)$，求证：$m+2n\ge 11$.

18．（12 分）已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），点 A 是 C 的左顶点，点 $P(2,3)$ 为 C 上一点，离心率 $e=\dfrac{1}{2}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设过点 A 的直线 l 与 C 的另一个交点为 B（异于点 P），是否存在直线 l，使得以 AB 为直径的圆经过点 P，若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，说明理由.

19．（12分）在直角坐标系xOy中，已知曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=\cos\alpha,\\ y=3\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数），以坐标原点为极点，$x$轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin\theta+\rho\cos\theta=6$.

（1）求曲线C的普通方程和直线l的直角坐标方程；

（2）若射线m的极坐标方程为$\theta=\dfrac{\pi}{3}$（$\rho\geq 0$）.设m与C相交于点M，m与l相交于点N，求$|MN|$.

20．（12分）已知半径为5的圆的圆心在x轴上，圆心的横坐标是整数，且与直线$4x+3y-29=0$相切.

（1）求圆的方程；

（2）设直线$ax-y+5=0$（$a>0$）与圆相交于A，B两点，求实数a的取值范围；

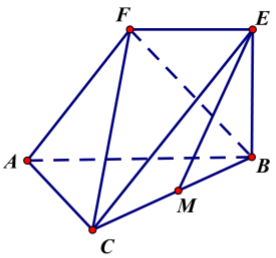
（3）在（2）的条件下，是否存在实数a，使得弦AB的垂直平分线l过点P（－2，4），若存在，求出实数a的值；若不存在，请说明理由.

21．（12分）已知$f\left(x\right)=\ln\left(x+m\right)$，$g\left(x\right)=e^{x}$.

（1）当$m=2$时，证明：$f\left(x\right)<g\left(x\right)$；

（2）设直线l是函数$f\left(x\right)$在点$A\left(x_0,f\left(x_0\right)\right)\left(0<x_0<1\right)$处的切线，若直线$l$也与$g\left(x\right)$相切，求正整数$m$的值.

22．（10分）如图，在四棱柱$C-ABEF$中，平面$ABEF\perp$平面ABC，$\triangle ABC$是边长为2的等边三角形，$AB//EF$，$\angle ABE=90^\circ$，$BE=EF=1$，点M为BC的中点.



（Ⅰ）求证：$EM//$平面ACF；

（Ⅱ）求二面角$E-BC-F$的余弦值.

（Ⅲ）在线段EF上是否存在一点N，使直线CN与平面BCF所成的角正弦值为$\dfrac{\sqrt{21}}{21}$，若存在求出EN的长，若不存在说明理由.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

由余弦定理求出角 A，再由三角形面积公式计算即可.

【详解】

由余弦定理得：$\cos A=\dfrac{AB^2+AC^2-BC^2}{2\cdot AB\cdot AC}=\dfrac{1}{2}$，

又 $A\in(0,\pi)$，所以得 $A=\dfrac{\pi}{3}$，

故ΔABC 的面积 $S=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot \sin A=3\sqrt{3}$.

故选：**A**

【点睛】

本题主要考查了余弦定理的应用，三角形的面积公式，考查了学生的运算求解能力.

2、**B**

【解析】

构造函数 $F(x)=f(x)-1$，判断出 $F(x)$ 的单调性和奇偶性，由此求得不等式 $f(a)+f(a+1)>2$ 的解集.

【详解】

构造函数 $F(x)=f(x)-1=\ln\dfrac{1+x}{1-x}+x$，由 $\dfrac{1+x}{1-x}>0$ 解得 $-1<x<1$，所以 $F(x)$ 的定义域为 $(-1,1)$，且

$F(-x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}-x=-\ln\dfrac{1-x}{1+x}-x=-\left(\ln\dfrac{1-x}{1+x}+x\right)=-F(x)$，所以 $F(x)$ 为奇函数，而

$F(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}+x=\ln\left(-1+\dfrac{2}{1-x}\right)+x$，所以 $F(x)$ 在定义域上为增函数，且 $F(0)=\ln 1+0=0$.由

$f(a)+f(a+1)>2$ 得 $f(a)-1+f(a+1)-1>0$，即 $F(a)+F(a+1)>0$，所以 $\begin{cases}a+a+1>0\\-1<a<1\\-1<a+1<1\end{cases}\Rightarrow -\dfrac{1}{2}<a<0$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查利用函数的单调性和奇偶性解不等式，属于中档题.

3、A

【解析】

试题分析：由题意得，二项展开式的通项为$T_{r+1}=C_8^r x^{8-r}(-\frac{1}{\sqrt{x}})^r=(-1)^r C_8^r x^{8-\frac{3}{2}r}$，令$8-\frac{3}{2}r=2\Rightarrow r=4$，所以$x^2$的系数是$(-1)^4 C_8^4=70$，故选 **A.**

考点：二项式定理的应用.

4、**D**

【解析】

A. 若$m//\alpha,\alpha//\beta$，则$m//\beta$或$m\subset\beta$，故 **A** 错误；

B. 若$\alpha\perp\beta,m\perp\alpha$，则$m//\beta$或$m\subset\beta$故 **B** 错误；

C. 若$m//\alpha,\alpha\perp\beta$，则$m//\beta$或$m\subset\beta$，或$m$与$\beta$相交；

D. 若$m\perp\alpha,\alpha//\beta$，则$m\perp\beta$，正确.

故选 **D.**

5、**C**

【解析】

$f\left(x\right)=\cos 2x$，将$2x$看成一个整体，结合$y=\cos x$的对称性即可得到答案.

【详解】

由已知，$f\left(x\right)=\cos 2x$，令$2x=k\pi,k\in Z$，得$x=\frac{1}{2}k\pi,k\in Z$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查余弦型函数的对称性的问题，在处理余弦型函数的性质时，一般采用整体法，结合三角函数$\cos x$的性质，是一道容易题.

6、**B**

【解析】

根据诱导公式化简$\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$再分析即可.

【详解】

因为$\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}+y\right)=\cos y$,所以 q 成立可以推出 p 成立,但 p 成立得不到 q 成立,例如$\cos\frac{\pi}{3}=\cos\frac{5\pi}{3}$,而

$\frac{\pi}{3} \neq \frac{5\pi}{3}$,所以 p 是 q 的必要而不充分条件.

故选：B

【点睛】

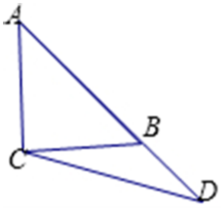
本题考查充分与必要条件的判定以及诱导公式的运用,属于基础题.

7、C

【解析】

在直角三角形 ABC 中，求得 $cos\angle CAB = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$ ，再由向量的加减运算，运用平面向量基本定理，结合向量数量积的定义和性质：向量的平方即为模的平方，化简计算即可得到所求值.

【详解】



在直角 ΔABC 中，$\angle C = \frac{\pi}{2}$，$AB = 4$，$AC = 2$，,

$cos\angle CAB = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$，

若 $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$，则 $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} = (\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}^2$

$= \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}^2 - \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}^2 \quad = \frac{3}{2} \times 16 - \frac{5}{2} \times 4 \times 2 \times \frac{1}{2} + 4 = 18.$

故选 C.

【点睛】

本题考查向量的加减运算和数量积的定义和性质，主要是向量的平方即为模的平方，考查运算能力，属于中档题.

8、B

【解析】

先用定积分求得阴影部分一半的面积，再根据几何概型概率公式可求得.

【详解】

根据题意，阴影部分的面积的一半为：$\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos x - \sin x)\, dx = \sqrt{2} - 1$，

于是此点取自阴影部分的概率为 $P_1 = 2 \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4\left(\sqrt{2} - 1\right)}{\pi} > \frac{4(1.4 - 1)}{3.2} = \frac{1}{2}$.

又 $P_2 = 1 - P_1 < \frac{1}{2}$，故 $P_1 > P_2$.

故选 **B**.

【点睛】

本题考查了几何概型，定积分的计算以及几何意义，属于中档题.

9、**B**

【解析】

由已知中的程序框图可知，该程序的功能是利用循环结构计算并输出变量n 的值，模拟程序的运行过程，代入四个选项进行验证即可.

【详解】

解：由程序框图可知，输出的数应为被 **3** 除余 **2**，被 **5** 除余 **2** 的且大于 **10** 的最小整数.

若输出$n=16$ ，则$16\equiv 1\left(\bmod 3\right)$不符合题意，排除；

若输出$n=17$，则$17\equiv 2\left(\bmod 3\right),17\equiv 2\left(\bmod 5\right)$，符合题意.

故选:**B.**

【点睛】

本题考查了程序框图.当循环的次数不多，或有规律时，常采用循环模拟或代入选项验证的方法进行解答.

10、**A**

【解析】

首先根据$f\left(x\right)$为R上的减函数，列出不等式组，求得$\frac{1}{2}\le a<1$，所以当a最小时，$a=\frac{1}{2}$，之后将函数零点个数转化为函数图象与直线交点的个数问题，画出图形，数形结合得到结果.

【详解】

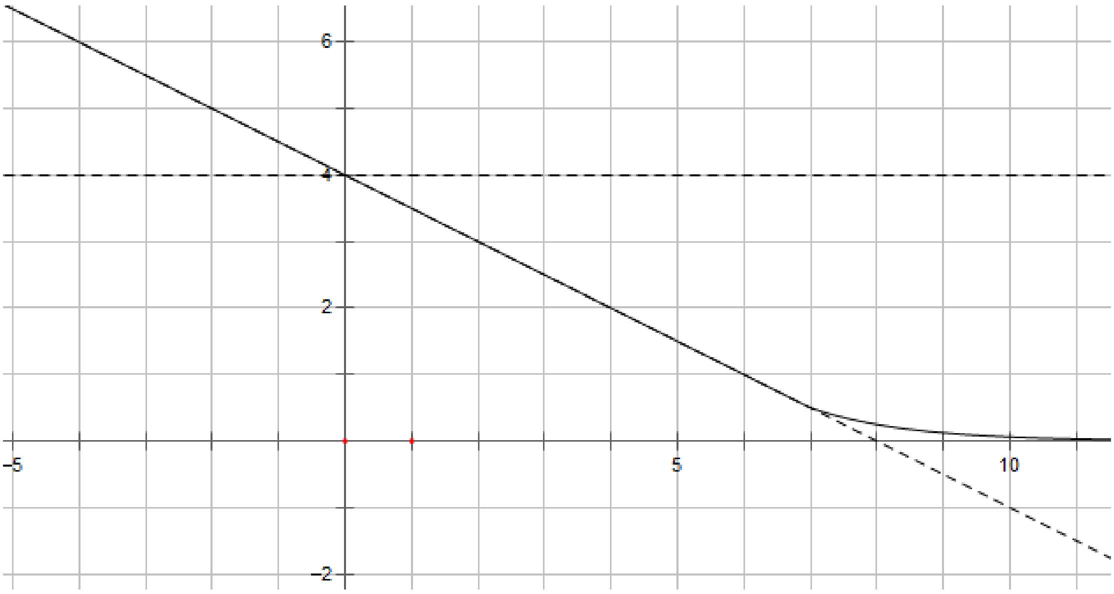
由于$f\left(x\right)$为R上的减函数，则有$\begin{cases} a-1<0 \\ 0<a<1 \\ a\le 7\left(a-1\right)+4 \end{cases}$，可得$\frac{1}{2}\le a<1$，

所以当a最小时，$a=\frac{1}{2}$，

函数$y=f\left(x\right)-kx-4$恰有两个零点等价于方程$f\left(x\right)=kx+4$有两个实根，

等价于函数$y=f\left(x\right)$与$y=kx+4$的图像有两个交点.

画出函数$f\left(x\right)$的简图如下，而函数$y=kx+4$恒过定点$\left(0,4\right)$，



数形结合可得k的取值范围为$-\frac{1}{2}<k<0$.

故选：**A.**

【点睛】

该题考查的是有关函数的问题，涉及到的知识点有分段函数在定义域上单调减求参数的取值范围，根据函数零点个数求参数的取值范围，数形结合思想的应用，属于中档题目.

11、**B**

【解析】

由线面关系可知$m\perp n$，不能确定n与平面α的关系，若$n//\alpha$一定可得$m\perp n$，即可求出答案.

【详解】

Q$m\perp\alpha,m\perp n$,

不能确定$n\subset\alpha$还是$n\not\subset\alpha$,

$\therefore m\perp n$¿ $n//\alpha$,

当$n//\alpha$时，存在$a\subset\alpha$， $n//a$,,

由$m\perp\alpha\Rightarrow m\perp a$,

又$n//a$,可得$m\perp n$,

所以“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的必要不充分条件，

故选：***B***

【点睛】

本题主要考查了必要不充分条件，线面垂直，线线垂直的判定，属于中档题.