

## 专题 24 相像三角形判定与性质

### 专题学问回顾

1. 相像三角形：对应角相等，对应边成比例的两个三角形叫做相像三角形。相像多边形对应边的比叫做相像比。

2. 三角形相像的判定方法：

(1) 定义法：对应角相等，对应边成比例的两个三角形相像。

(2) 平行法：平行于三角形一边的直线和其他两边（或两边延长线）相交，构成的三角形与原三角形相像。

(3) 判定定理 1：假如一个三角形的两个角与另一个三角形的两个角对应相等，那么这两个三角形相像，可简述为两角对应相等，两三角形相像。

(4) 判定定理 2：假如一个三角形的两条边和另一个三角形的两条边对应相等，并且夹角相等，那么这两个三角形相像，可简述为两边对应成比例且夹角相等，两三角形相像。

(5) 判定定理 3：假如一个三角形的三条边与另一个三角形的三条边对应成比例，那么这两个三角形相像，可简述为三边对应成比例，两三角形相像。

3. 直角三角形相像判定定理：

①以上各种判定方法均适用

②定理：假如一个直角三角形的斜边和一条直角边与另一个直角三角形的斜边和一条直角边对应成比例，那么这两个直角三角形相像。

③垂直法：直角三角形被斜边上的高分成的两个直角三角形与原三角形相像。

4. 相像三角形的性质：

(1) 相像三角形的对应角相等，对应边成比例

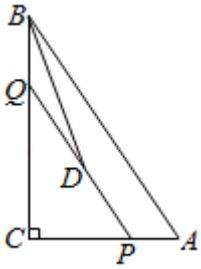
(2) 相像三角形对应高的比、对应中线的比与对应角平分线的比都等于相像比

(3) 相像三角形周长的比等于相像比

(4) 相像三角形面积的比等于相像比的平方。

## 专题典型题考法及解析

**【例题 1】** (2024·海南省) 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $AB=5$ ,  $BC=4$ . 点  $P$  是边  $AC$  上一动点, 过点  $P$  作  $PQ\parallel AB$  交  $BC$  于点  $Q$ ,  $D$  为线段  $PQ$  的中点, 当  $BD$  平分  $\angle ABC$  时,  $AP$  的长度为 ( )



- A.  $\frac{8}{13}$                       B.  $\frac{15}{13}$                       C.  $\frac{25}{13}$                       D.  $\frac{32}{13}$

**【答案】** B.

**【解析】** 本题考查的是相像三角形的判定和性质, 驾驭相像三角形的判定定理和性质定理是解题的关键.

依据勾股定理求出  $AC$ , 依据角平分线的定义、平行线的性质得到  $\angle QBD = \angle BDQ$ , 得到  $QB = QD$ , 依据相像三角形的性质列出比例式, 计算即可.

$$\because \angle C=90^\circ, AB=5, BC=4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 3,$$

$$\because PQ \parallel AB,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle BDQ, \text{ 又 } \angle ABD = \angle QBD,$$

$$\therefore \angle QBD = \angle BDQ,$$

$$\therefore QB = QD,$$

$$\therefore QP = 2QB,$$

$$\because PQ \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle CPQ \sim \triangle CAB,$$

$$\therefore \frac{CP}{CA} = \frac{CQ}{CB} = \frac{PQ}{AB}, \text{ 即 } \frac{CP}{3} = \frac{4-QB}{4} = \frac{2QB}{5},$$

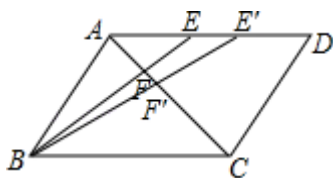
$$\text{解得, } CP = \frac{24}{13},$$

$$\therefore AP = CA - CP = \frac{15}{13}$$

**【例题 2】**（2024•四川省凉山州）在□ $ABCD$ 中， $E$ 是 $AD$ 上一点，且点 $E$ 将 $AD$ 分为2:3的两部分，连接 $BE$ 、 $AC$ 相交于 $F$ ，则 $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle CBF}$ 是\_\_\_\_\_.

**【答案】**4:25 或 9:25.

**【解析】** 本题考查的是相像三角形的判定和性质、平行四边形的性质，驾驭相像三角形的面积比等于相像比的平方是解题的关键.



分 $AE : ED = 2 : 3$ 、 $AE : ED = 3 : 2$ 两种状况，依据相像三角形的性质计算即可.

①当 $AE : ED = 2 : 3$ 时，

$\because$  四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AE : BC = 2 : 5$ ，

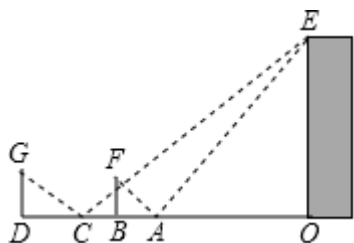
$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CBF$ ，

$\therefore S_{\triangle AEF} : S_{\triangle CBF} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 4 : 25$ ；

②当 $AE : ED = 3 : 2$ 时，

同理可得， $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle CBF} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 9 : 25$ 。

**【例题 3】**（2024•湖北省荆门市）如图，为了测量一栋楼的高度 $OE$ ，小明同学先在操场上 $A$ 处放一面镜子，向后退到 $B$ 处，恰好在镜子中看到楼的顶部 $E$ ；再将镜子放到 $C$ 处，然后后退到 $D$ 处，恰好再次在镜子中看到楼的顶部 $E$ （ $O, A, B, C, D$ 在同一条直线上），测得 $AC = 2m$ ， $BD = 2.1m$ ，假如小明眼睛距地面高度 $BF$ 、 $DG$ 为 $1.6m$ ，试确定楼的高度 $OE$ 。



**【答案】** 楼的高度 $OE$ 为32米.

**【解析】** 设 $E$ 关于 $O$ 的对称点为 $M$ ，由光的反射定律知，延长 $GC$ 、 $FA$ 相交于点 $M$ ，连接 $GF$ 并延长交 $OE$ 于点 $H$ ，

$\therefore GF \parallel AC$ ，

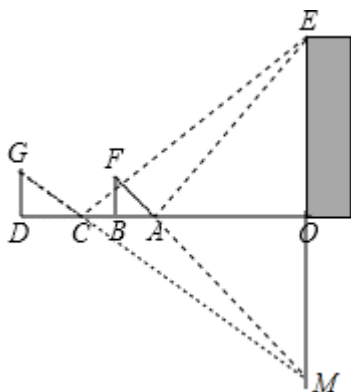
$$\therefore \triangle MAC \sim \triangle MFG,$$

$$\therefore \frac{AC}{FG} = \frac{MA}{MF} = \frac{MO}{MH},$$

$$\text{即: } \frac{AC}{BD} = \frac{OE}{MH} = \frac{OE}{MO+OH} = \frac{OE}{OE+BF},$$

$$\therefore \frac{OE}{OE+1.6} = \frac{2}{2.1},$$

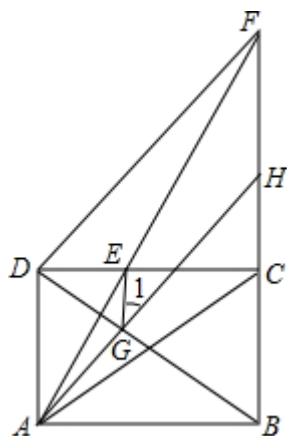
$$\therefore OE = 32$$



**【例题 4】** (2024 年广西梧州市) 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=4$ ,  $BC=3$ ,  $AF$  平分  $\angle DAC$ , 分别交  $DC$ ,  $BC$  的延长线于点  $E$ ,  $F$ ; 连接  $DF$ , 过点  $A$  作  $AH \parallel DF$ , 分别交  $BD$ ,  $BF$  于点  $G$ ,  $H$ .

(1) 求  $DE$  的长;

(2) 求证:  $\angle 1 = \angle DFC$ .



**【答案】** 见解析。

**【解析】** 本题考查了矩形的相关证明与计算, 娴熟驾驭矩形的性质、平行四边形的判定与性质与相像三角形的性质与判定是解题的关键.

(1) 由  $AD \parallel CF$ ,  $AF$  平分  $\angle DAC$ , 可得  $\angle FAC = \angle AFC$ , 得出  $AC = CF = 5$ , 可证出  $\triangle ADE \sim \triangle FCE$ , 则  $\frac{AD}{CF} = \frac{DE}{CE}$ , 可求出  $DE$  长;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/587201154053010005>