



第一章 1.1.2 余弦定理

第1课时 余弦定理及其应用



学习目标

XUEXIMUBIAO

- 1.掌握余弦定理的两种表示形式及证明方法.
- 2.会运用余弦定理解决两类基本的解三角形问题.

内容索引

NEIRONGSUOYIN

自主学习

题型探究

达标检测



1

PART ONE

自主学习

知识点一 余弦定理

在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c ,则有

余弦定理	语言叙述	三角形中任何一边的平方等于 <u>其他两边的平方的和</u> <u>减去这两边与它们的夹角的余弦的积的两倍</u>
	公式表达	$a^2 = \frac{b^2 + c^2 - 2bc\cos A}{}, b^2 = \frac{a^2 + c^2 - 2ac\cos B}{},$ $c^2 = \frac{a^2 + b^2 - 2ab\cos C}{}$
	推论	$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac},$ $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

思考 在 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ 中,若 $A = 90^\circ$,公式会变成什么?

答案 $a^2 = b^2 + c^2$,即勾股定理.

知识点二 余弦定理可以用于两类解三角形问题

- (1) 已知三角形的两边和它们的夹角, 求三角形的第三边和其他两个角.
- (2) 已知三角形的三边, 求三角形的三个角.

思考辨析 判断正误

SIKAOBIANXIPANDUANZHENGWU

1. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知两边及夹角时, $\triangle ABC$ 不一定唯一. ()
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 三边一角随便给出三个, 可求其余一个. ()
3. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 + b^2 - c^2 = 0$, 则角 C 为直角. ()
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a^2 + b^2 - c^2 > 0$, 则角 C 为钝角. ()



2

PART TWO

题型探究

命题角度1 已知两边及其夹角

例 1 在 $\triangle ABC$ 中, $a=1$, $b=2$, $\cos C = \frac{1}{4}$, 则 $c = \underline{2}$; $\sin A = \underline{\frac{\sqrt{15}}{8}}$.

解析 根据余弦定理, 得 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$$= 1^2 + 2^2 - 2 \times 1 \times 2 \times \frac{1}{4} = 4, \text{ 解得 } c = 2.$$

由 $a=1$, $b=2$, $c=2$, 得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{7}{8}$,

$$\text{所以 } \sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

反思感悟 已知三角形两边及其夹角时,应先从余弦定理入手求出第三边.

跟踪训练 1 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=2$, $b=2\sqrt{2}$, $C=15^\circ$, 求 A .

解 由余弦定理, 得 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C = 8 - 4\sqrt{3}$, 所以 $c = \sqrt{6} - \sqrt{2}$.

由正弦定理, 得 $\sin A = \frac{a\sin C}{c} = \frac{1}{2}$,

因为 $b > a$, 所以 $B > A$,

所以 A 为锐角, 所以 $A = 30^\circ$.

命题角度2 已知三边

例 2 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = 2\sqrt{6}$, $b = 6 + 2\sqrt{3}$, $c = 4\sqrt{3}$, 求 A, B, C .

解 根据余弦定理, 得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(6 + 2\sqrt{3})^2 + (4\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{6})^2}{2 \times (6 + 2\sqrt{3}) \times (4\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\because A \in (0, \pi), \therefore A = \frac{\pi}{6},$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{(2\sqrt{6})^2 + (6 + 2\sqrt{3})^2 - (4\sqrt{3})^2}{2 \times 2\sqrt{6} \times (6 + 2\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\because C \in (0, \pi), \therefore C = \frac{\pi}{4}.$$

$$\therefore B = \pi - A - C = \pi - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4} = \frac{7\pi}{12},$$

$$\therefore A = \frac{\pi}{6}, B = \frac{7\pi}{12}, C = \frac{\pi}{4}.$$

反思感悟 已知三边求三角,可利用余弦定理的推论先求一个角.

跟踪训练2 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin A : \sin B : \sin C = 2 : 4 : 5$,判断三角形的形状.

解 因为 $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 2 : 4 : 5$,

所以可令 $a = 2k, b = 4k, c = 5k(k > 0)$.

$$c \text{ 最大, } \cos C = \frac{(2k)^2 + (4k)^2 - (5k)^2}{2 \times 2k \times 4k} < 0,$$

所以 C 为钝角,

从而三角形为钝角三角形.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/595100120120012021>