

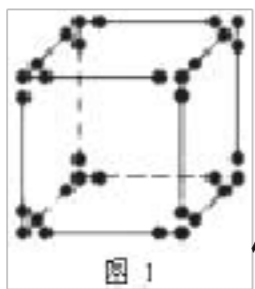
第二讲 代数式

专项一 列代数式

知识清单

代数式：用_____把数和表示数的字母连接起来的式子叫做代数式.注意代数式不含等号，单独一个数或一个字母也是代数式.

考点例析



例 1 如图 1，正方体的每条棱上放置相同数目的小球，设每条棱上的小球数为 m ，下列代数式表示正方体上小球的总数，则表达错误的是（ ）

- A . $12(m-1)$ B . $4m+8(m-2)$ C . $12(m-2)+8$ D . $12m-16$

分析：正方体有 12 条棱，每条棱上的小球数为 m ，则有 $12m$ 个小球，而每个顶点处的小球算了 3 次，多计算 2 次，则正方体棱长上的所有小球个数为 $12m-8\times 2=12m-16$.将各选项化简即可.

解：



例 2 (2021•模考 海南)海南黎锦有着悠久的历史,

已被列入世界非物质文化遗产名录.如图 2 是黎锦上的图案,每个图案都是由相同菱形构成的,若按照第 1 个图至第 4 个图中的规律编织图案,则第 5 个图中有 _____ 个菱形,第 n 个图中有 _____ 个菱形(用含 n 的代数式表示).

分析:根据已知图形可得,图形中菱形的个数为序数的平方与序数减 1 的平方的和,据此求解可得.

解:

归纳:在一些实际问题中,有时表示数量的代数式有单位,如果代数式是和或差的形式,则必须先把代数式用括号括起来,单位写在式子后面.

跟踪训练

1. (2021•模考 重庆)已知 $a+b=4$, 则代数式 $1+\frac{a}{2}+\frac{b}{2}$ 的值为 ()

A. 3

B. 1

C. 0

D. -1

2. 长春市净月潭国家森林公园门票的价格为成人票每张 30 元,儿童票每张 15 元.若购买 m 张成人票和 n 张儿童票,共需花费 _____ 元.

3. (2021•模考 鸡西)如图是由同样大小的圆按一定规律排列所组成的,其中第 1 个图形中一共有 4 个圆,第 2 个图形中一共有 8 个圆,第 3 个图形中一共有 14 个圆,第 4 个图形中一共有

22 个圆.....依此规律排列下去，第 9 个图形中圆的个数是_____个。



第 3 题图

专项二 整 式

知识清单

一、整式的加减

1. _____与_____统称为整式（注意整式的分母中不含有字母）。

2. 同类项：所含_____相同，并且相同字母的_____也相同的项叫做同类项。

3. 合并同类项法则：同类项的_____相加，所得的结果作为_____，字母和字母的_____保持不变。

4. 整式的加减运算：先去括号，再合并同类项（当括号前面是“+”时，把括号和它前面的“+”去掉，括号内各项都_____符号；当括号前面是“-”时，把括号和它前面的“-”去掉，括号内各项都_____符号）。

二、幂的运算

1. 同底数幂的乘法： $a_m \cdot a_n =$ _____（ m, n 都是正整数）；

2. 幂的乘方： $(a^m)^n = \underline{\hspace{2cm}}$ (m, n 都是正整数)；

3. 积的乘方： $(ab)^n = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 是正整数)；

4. 同底数幂的除法： $a^m \div a^n = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \neq 0, m, n$ 为正整数)。

三、整式的乘法

1. 单项式乘以单项式：把它们的 、 分别相乘，对于只在一个单项式里出现的字母，则连同它的 作为积的一个因式。

2. 单项式乘以多项式： $a(a+b+c) = a^2 + ab + ac$ 。

3. 多项式乘以多项式： $(a+b)(b+c) = ab + b^2 + ac + bc$ 。

4. 乘法公式：①平方差公式 $(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$ ；②完全平方公式 $(a \pm b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、整式的除法

1. 单项式相除，把 、 分别相除作为商的一个因式，对于只在被除式里出现的字母，则连同它的 作为商的一个因式。

2. 多项式除以单项式，先把这个多项式的 除以这个单项式，再把所得的商 。

考点例析

例 1 (2021•模考 鄂尔多斯) 下列计算错误的是 ()

A. $(-3ab^2)^2 = 9a_2b_4$

B. $-6a_3b \div 3ab = -2a_2$

C. $(a_2)^3 - (-a_3)^2 = 0$

D. $(x+1)^2 = x_2 + 1$

分析： $(x+1)^2 = x_2 + 2x + 1$ 是完全平方式，故选项 D 错误.

解：

例 2 已知 $3^m = 4$ ， $3^{2m-4n} = 2$ ，若 $9^n = x$ ，则 x 的值为 ()

A. 8

B. 4

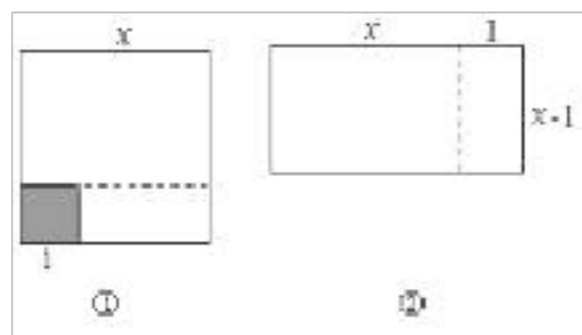
C. $2\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

分析：先逆用幂的乘方及同底数幂的除法法则将 $3^{2m-4n} = 2$ 变形为 $(3^m)^2 \div (3^n)^4$ ，再将 9^n 变形为 $(3^n)^2$ ，代入求得 n 的值. 再开平方求得 x 的值，注意 x 在本题中应为正数.

解：

归纳：幂的运算首先要分清运算法则，再选择相应法则进行计算. 在解答利用幂的运算性质求值的题目时，需注意幂的运算的逆向运用.



例 3 (2021•模考 郴州) 如图①，将边长为 x 的大正方形剪去一个边长为 1 的小正方形 (阴影部分)，并将剩余部分沿虚线剪开，得到两个长方形，再将这两个长方形

拼成图②所示的长方形．这两个图能解释的等式是（　　）

A . $x_2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$ B . $x_2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$

C . $x_2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$ D . $x_2 - x = x(x - 1)$

分析：左边两个长方形面积等于大正方形的面积减去阴影正方形的面积，即 $x_2 - 1$ ，右边大长方形的面积可以表示为 $(x + 1)(x - 1)$ ，根据空白部分面积相等列等式.

解：

例 4 已知 $5x_2 - x - 1 = 0$ ，求代数式 $(3x + 2)(3x - 2) + x(x - 2)$ 的值．

分析：直接利用乘法公式以及单项式乘多项式运算法则化简，这里不要着急求解 x 的值，可以将条件式变形，整体代入求得．

解：

归纳：整式的运算主要是整式的加减运算和乘除运算.进行加减运算时要注意去括号时的符号问题；进行乘法运算时，首先要观察是否可以运用乘法公式，其次运算时注意不要重复或遗漏.

跟踪训练

1 . (2021•模考 日照) 单项式 $-3ab$ 的系数是（　　）

A . 3 B . -3 C . $3a$ D . $-3a$

2. (2021•模考 济南) 下列运算正确的是 ()

A. $(-2a_3)^2 = 4a_6$ B. $a_2 \cdot a_3 = a_6$

C. $3a + a_2 = 3a_3$ D. $(a - b)^2 = a_2 - b_2$

3. (2021•模考 河北) 墨迹覆盖了等式 " $x_3 \bigcirc x = x_2 (x \neq 0)$ " 中的运算符号, 则覆盖的是 ()

A. + B. - C. \times D. \div

4. (2021•模考 淮安) 如果一个数等于两个连续奇数的平方差, 那么我们称这个数为“幸福数”. 下列数中为“幸福数”的是 ()

A. 205 B. 250 C. 502 D. 520

5. (2021•模考 绵阳) 若多项式 $xy^{|m-n|} + (n-2)x_2y_2+1$ 是关于 x, y 的三次多项式, 则 $mn =$ _____.

6. 化简: $(x+y)^2 - x(x+2y)$.

7. (2021•模考 襄阳) 先化简, 再求值: $(2x+3y)^2 - (2x+y)(2x-y) - 2y(3x+5y)$,

其中 $x = \sqrt{2}$, $y = \frac{\sqrt{6}}{2} - 1$.

专项三 因式分解

知识清单

1. 因式分解：把一个多项式化为几个整式的_____的形式，像这样的式子变形叫做把这个多项式因式分解。

2. 因式分解的基本方法：

(1) 提公因式法： $ma+mb+mc=_____$ 。

(2) 公式法：①平方差公式： $a^2-b^2=_____$ 。

②完全平方公式： $a^2\pm 2ab+b^2=_____$ 。

考点例析

例 1 (2021•模考 西藏) 下列分解因式正确的是 ()

A. $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$ B. $2xy+4x=2(xy+2x)$

C. $x^2 - 2x - 1 = (x-1)^2$ D. $x^2+y^2 = (x+y)^2$

分析： $2xy+4x=2x(y+2)$ ，选项 B 提公因式不彻底；选项 C，D 不是完全平方公式，不能用公式法因式分解。

解：

归纳：判断因式分解是否正确，一看等式右边是否是整式的积的形式，二看左右两边是否相等。

例 2 (2021•模考 自贡) 分解因式： $3a^2 - 6ab+3b^2=_____$ 。

分析：先提取公因式 3，再对余下的多项式利用完全平方公式继续分解。

解：

归纳：一个多项式有公因式先提取公因式，再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止。多项式是二项式优先考虑平方差公式分解，三项式优先考虑完全平方公式分解。

跟踪训练

1. (2021•模考 河北) 若 $\frac{(9^2-1)(11^2-1)}{k} = 8 \times 10 \times 12$ ，则 k 的值是 ()

- A . 12 B . 10 C . 8 D . 6

2. (2021•模考 眉山) 已知 $a_2 + \frac{1}{4}b_2 = 2a - b - 2$ ，则 $3a - \frac{1}{2}b$ 的值为 ()

- A . 4 B . 2 C . - 2 D . - 4

3. (2021•模考 盐城) 因式分解： $x_2 - y_2 =$ _____ .

4. (2021•模考 营口) $ax_2 - 2axy + ay_2 =$ _____ .

5. (2021•模考 深圳) 分解因式： $m_3 - m =$ _____ .

6. (2021•模考 常德) 【阅读理解】对于 $x_3 - (n_2+1)x+n$ 这类特殊的代数式可以按下面的方法分解因式：

$$x_3 - (n_2 + 1)x + n = x_3 - n_2x - x + n = x(x_2 - n_2) - (x - n) = x(x - n)(x + n) - (x - n) = (x - n)(x_2 + nx - 1).$$

【理解运用】如果 $x_3 - (n_2 + 1)x + n = 0$,那么 $(x - n)(x_2 + nx - 1) = 0$,即有 $x - n = 0$ 或 $x_2 + nx - 1 = 0$,

因此 , 方程 $x - n = 0$ 和 $x_2 + nx - 1 = 0$ 的所有解就是方程 $x_3 - (n_2 + 1)x + n = 0$ 的解 .

【解决问题】求方程 $x_3 - 5x + 2 = 0$ 的解是_____.

专项四 分式

知识清单

一、分式的相关概念

1. 定义 : 用 A , B ($B \neq 0$) 表示两个整式 , $A \div B$ 就可以表示成 $\frac{A}{B}$. 如果 B 中含有_____ , 式子 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

2. 分式有意义、值为 0 的条件 : 分式的分母_____ , 分式有意义 ; 分式的_____不为 0 , _____为 0 时 , 分式的值为 0.

二、分式的基本性质

分式的分子与分母都乘 (或除以) 同一个_____的整式 , 分式的值不变 .

三、分式的运算

1. 最简分式：分子与分母没有_____的分式，叫做最简分式。

2. 分式的约分、通分：把分式的分子与分母的_____约去，叫做约分；把几个_____的分式分别化为与原来的分式相等的_____的分式，叫做通分。

3. 分式的乘法运算法则：分式乘分式，用分子的积作为积的_____，分母的积作为积的_____，即 $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ 。

4. 分式的除法运算法则：分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘，即 $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$ 。

5. 分式的乘方：分式的乘方等于分子的乘方除以分母的乘方，即 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ 。

6. 分式的加减运算法则：同分母的分式相加减，_____不变，把_____相加减；异分母分式相加减，先通分，化为_____分式，然后再按同分母分式的加减法则进行运算。

考点例析

例 1 (2021·模考 河北) 若 $a \neq b$ ，则下列分式化简正确的是 ()

A. $\frac{a+2}{b+2} = \frac{a}{b}$

B. $\frac{a-2}{b-2} = \frac{a}{b}$

C. $\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b}$

D. $\frac{\frac{1}{2}a}{\frac{1}{2}b} = \frac{a}{b}$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/596025144022010053>