



第四章 因式分解

3 公式法

第1课时



学习目标

1.探索并运用平方差公式进行因式分解，体会转化思想.

(重点)

2.能会综合运用提公因式法和平方差公式对多项式进行因式分解. **(难点)**

复习回顾

1.提公因式法因式分解时，公因式既可以是一个**单项式**的形式，也可以是一个**多项式**的形式.

2.提公因式法因式分解的步骤：

(1)观察；

(2)适当**变形**；

(3)确定公因式；

(4)提取公因式.

一、创设情境，引入新知

填空：

$$(1) \quad (x+5)(x-5) = \underline{x^2-25};$$

$$(2) \quad (3x+y)(3x-y) = \underline{9x^2-y^2};$$

$$(3) \quad (3m+2n)(3m-2n) = \underline{9m^2-4n^2}.$$

整式的乘法

它们的结果有什么共同特征？

以上都是用平方差公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 计算得出来的。

一、创设情境，引入新知

尝试将上面的结果分别写成两个因式的乘积：

$$x^2 - 25 = \frac{(x+5)(x-5)}{\quad};$$

$$9x^2 - y^2 = \frac{(3x+y)(3x-y)}{\quad};$$

$$9m^2 - 4n^2 = \frac{(3m+2n)(3m-2n)}{\quad}.$$

因式分解

它们有什么共同特征？你能由此得到什么结论？

共同特征：两个数（式）的平方差可以化成这两个数（式）的和与这两个数（式）的差的积的形式，这种变形就是我们今天学习的内容。

二、自主合作，探究新知

探究一：用平方差公式因式分解

把乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 反过来，就得到

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$

语言叙述：两个数的平方差，等于这两个数的和与这两个数的差的积。

注意：能用平方差公式分解因式的多项式的特点： a^2-b^2 。

即多项式是**二项式**，两项都能写成**平方**的形式，且符号**相反**。

二、自主合作，探究新知

典型例题

例1: 下列多项式中能用平方差公式分解因式的是(**D**)
A. $a^2+(-b)^2$
B. $5m^2-20mn$ C. $-x^2-y^2$ D. $-x^2+9$

解析: A中 $a^2+(-b)^2$ 符号相同, 不能用平方差公式分解因式, 错误; B中 $5m^2-20mn$ 两项都不是平方项, 不能用平方差公式分解因式, 错误; C中 $-x^2-y^2$ 符号相同, 不能用平方差公式分解因式, 错误; D中 $-x^2+9=-x^2+3^2$, 两项符号相反, 能用平方差公式分解因式, 正确. 故选D.

二、自主合作，探究新知

想一想：下列多项式能否用平方差公式来分解因式，如果能，请将其转化成 $(\quad)^2 - (\quad)^2$ 的形式.

$$(1) \quad m^2 - 81 \quad = m^2 - 9^2$$

$$(2) \quad 1 - 16b^2 \quad = 1^2 - (4b)^2$$

$$(3) \quad 4m^2 + 9 \quad \text{不能转化为平方差形式.}$$

$$(4) \quad a^2x^2 - 25y^2 \quad = (ax)^2 - (5y)^2$$

$$(5) \quad -x^2 - 25y^2 \quad \text{不能转化为平方差形式.}$$

二、自主合作，探究新知

典型例题

例2：把下列各式因式分解.

(1) $25-16x^2$;

(2) $9a^2 - \frac{1}{4}b^2$.

解： (1) $25-16x^2$

$$=5^2-(4x)^2$$

$$=(5+4x)(5-4x)$$

(2) $9a^2 - \frac{1}{4}b^2$

$$=(3a)^2 - \left(\frac{1}{2}b\right)^2$$

$$=(3a - \frac{1}{2}b)(3a + \frac{1}{2}b).$$

归纳：第一步，将两项写成平方的形式，找出 a 、 b ；
第二步，利用 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 分解因式.

二、自主合作，探究新知

议一议：观察各式的特点，运用平方差公式进行因式分解。

$$(1) a^4 - \frac{1}{16} b^4;$$

解：(1) $a^4 - \frac{1}{16} b^4$

$$= (a^2 + \frac{1}{4} b^2)(a^2 - \frac{1}{4} b^2)$$

$$= (a^2 + \frac{1}{4} b^2)(a + \frac{1}{2} b)(a - \frac{1}{2} b)$$

还能继续
分解吗？

$$(2) x^3 y^2 - x y^4.$$

$$(2) x^3 y^2 - x y^4$$

$$= x y^2 (x^2 - y^2)$$

$$= x y^2 (x + y)(x - y).$$

有公因式的要
先提公因式，
再进一步分解

二、自主合作，探究新知

典型例题

例3 把下列各式因式分解：

$$(1) 9(m+n)^2-(m-n)^2;$$

$$(2) 2x^3-8x.$$

解： (1) $9(m+n)^2-(m-n)^2$

$$=[3(m+n)]^2-(m-n)^2$$

$$=[3(m+n)+(m-n)][3(m+n)-(m-$$

$n)]$

$$=(3m+3n+m-n)(3m+3n-m+n)$$

$$=(4m+2n)(2m+4n)$$

$$=4(2m+n)(m+2n);$$

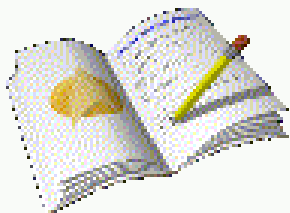
(2) $2x^3-8x$

$$=2x(x^2-4)$$

$$=2x(x^2-2^2)$$

$$=2x(x+2)(x-2).$$

二、自主合作，探究新知



知识要点

运用平方差公式因式分解的注意事项：

1. 具有**平方差形式**的多项式才可运用平方差公式分解因式.
2. 公式 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ 中的字母 a, b 可以是**单项式**，也可以是**多项式**，应视具体情形灵活运用.
3. 若多项式中有公因式，应**先提取公因式**，然后再进一步分解因式.
4. **分解因式要彻底**. 要注意每一个因式的形式要最简，直到不能再分解为止.

二、自主合作，探究新知

探究二：用平方差公式因式分解的应用

求证：当 n 为整数时，多项式 $(2n+1)^2-(2n-1)^2$ 一定能被8整除.

证明：原式 $= (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) = 4n \cdot 2 = 8n$,

$\because n$ 为整数， $\therefore 8n$ 被8整除，

即多项式 $(2n+1)^2-(2n-1)^2$ 一定能被8整除.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/596031112102010115>