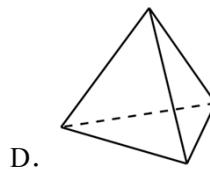
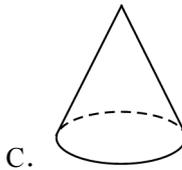
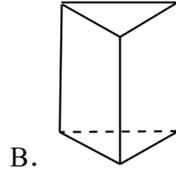
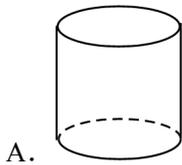


## 2024 年北京市东城区汇文中学中考数学模拟试卷（4 月份）

### 一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

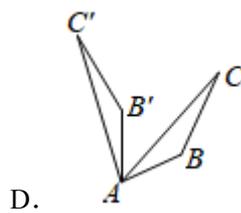
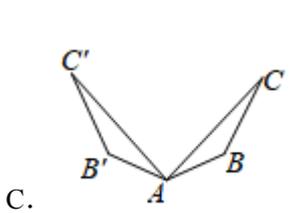
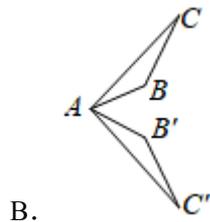
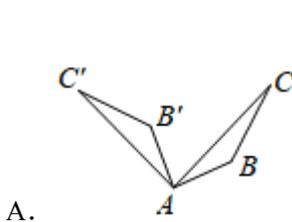
1.（2 分）下列几何体中，其侧面展开图为扇形的是（ ）



2.（2 分）2020 年 7 月 23 日，中国首颗火星探测器“天问一号”成功发射.2021 年 2 月 10 日，在经过长达七个月，“天问一号”成功进入火星轨道.将 475000000 用科学记数法表示应为（ ）

- A.  $4.75 \times 10^7$       B.  $4.75 \times 10^8$       C.  $4.75 \times 10^9$       D.  $475 \times 10^6$

3.（2 分）如图， $\triangle ABC$  经过旋转或轴对称得到  $\triangle AB'C'$ ，其中  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  的是（ ）

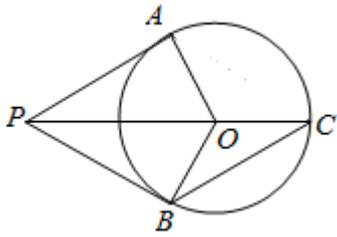


4.（2 分）实数  $a, b, c$  在数轴上对应点的位置如图所示，若  $|a|=|c|$ （ ）



- A.  $a+c>0$       B.  $a-b>0$       C.  $|a|>b$       D.  $ab>0$

5.（2 分）如图， $PA, PB$  是  $\odot O$  的切线， $B, PO$  的延长线交  $\odot O$  于点  $C$ ，连接  $OA, BC$ 。若  $AO=2, OP=4$ （ ）



- A.  $20^\circ$                       B.  $30^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $60^\circ$

6. (2分) 方程  $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$  的解是 ( )

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

7. (2分) 已知三个点  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$ ,  $(x_3, y_3)$  在反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  的图象上, 其中  $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ , 则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $y_2 < y_1 < 0 < y_3$                       B.  $y_1 < y_2 < 0 < y_3$   
 C.  $y_3 < 0 < y_2 < y_1$                       D.  $y_3 < 0 < y_1 < y_2$

8. (2分) 某校举办校庆晚会, 其主舞台为一圆形舞台, 圆心为  $O$ .  $A$ , 由线段  $AB$  及优弧  $\widehat{AB}$  围成的区域是表演区. 若在  $A$  处安装一台某种型号的灯光装置, 恰好可以照亮整个表演区, 如图 2 中阴影所示,

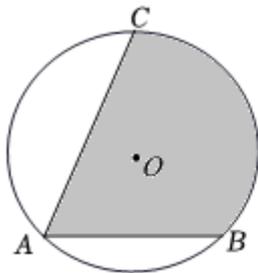


图1

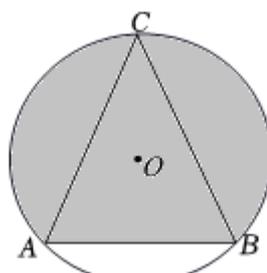


图2

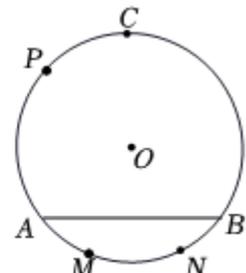


图3

示.

若将灯光装置改放在如图 3 所示的点  $M$ ,  $N$  或  $P$  处, 能使表演区完全照亮的方案可能是 ( )

- ①在  $M$  处放置 2 台该型号的灯光装置  
 ②在  $M$ ,  $N$  处各放置 1 台该型号的灯光装置  
 ③在  $P$  处放置 2 台该型号的灯光装置
- A. ①②                      B. ①③                      C. ②③                      D. ①②③

二、填空题 (每题 2 分, 共 16 分)

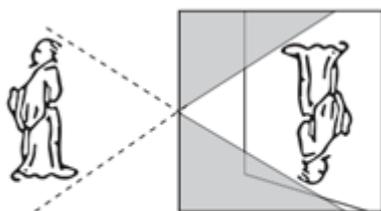
9. (2分) 若分式  $\frac{x}{x+1}$  的值为 0, 则  $x$  的值是\_\_\_\_\_.

10. (2分) 因式分解:  $a^3 - ab^2 =$  \_\_\_\_\_.

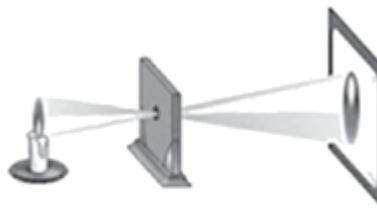
11. (2分) 正六边形的一个外角的度数为 \_\_\_\_\_°.

12. (2分) 若  $n$  为整数, 且  $n < \sqrt{21} < n+1$  \_\_\_\_\_.

13. (2分) 据《墨经》记载, 在两千多年前, 我国学者墨子和他的学生做了世界上第 1 个“小孔成像”的实验, 如图(1)所示. 如图(2), 若物距为  $10\text{cm}$ , 像距为  $15\text{cm}$ , 则蜡烛火焰的高度是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



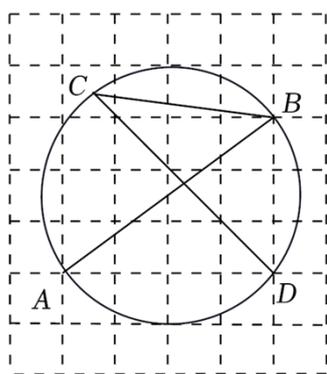
图(1)



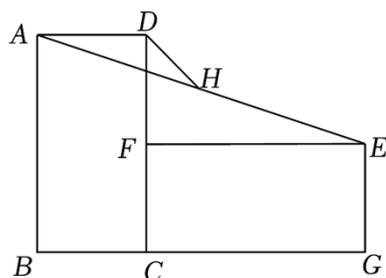
图(2)

14. (2分) 不透明布袋中有红、黄小球各一个, 除颜色外无其他差别. 随机摸出一个小球后, 放回并摇匀. 再随机摸出一个, 一个红球、一个黄球的概率为 \_\_\_\_\_.

15. (2分) 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, 点  $A, B$ , 以  $AB$  为直径的圆过  $C, D$  两点 \_\_\_\_\_.



16. (2分) 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=2$ , 将矩形  $ABCD$  绕顶点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 得到矩形  $EFCG$ , 取  $AE$  的中点  $H$ , 连接  $DH$  \_\_\_\_\_.



三.解答题 (本题共 68 分)

17. (4分) 计算:  $\sqrt{32} - 2\sin 45^\circ + (2-\pi)^0 - (-\frac{1}{2})^{-1}$ .

18. (4分) 已知:  $x^2+3x=1$ , 求代数式  $\frac{1}{x-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x+2} - \frac{x-2}{x+1}$  的值.

19. (6分) 下面是小东设计的“过直线外一点作这条直线的平行线”的尺规作图过程.

已知: 直线  $l$  和直线  $l$  外一点  $P$ .

求作: 直线  $PQ$ , 使得  $PQ \parallel l$ .

作法: 如图,

- ①在直线  $l$  上任取两点  $A, B$ ;
- ②以点  $P$  为圆心,  $AB$  长为半径画弧, 以点  $B$  为圆心, 两弧在直线  $l$  上方交于点  $Q$ ;
- ③作直线  $PQ$ .

直线  $PQ$  就是所求作的直线.

根据小东设计的尺规作图过程,

- (1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹);
- (2) 完成下面的证明.

证明:

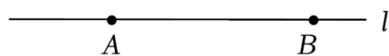
$\because PA=QB, AB=PQ,$

$\therefore$  四边形  $PABQ$  是平行四边形 ( \_\_\_\_\_ ) (填写推理的依据).

$\therefore PQ \parallel AB$  ( \_\_\_\_\_ ) (填写推理的依据).

即  $PQ \parallel l$ .

$P$ .



20. (6分) 我们知道等腰三角形的“三线合一”定理, 即: 等腰三角形 (前提) 的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合.

我们也可以逆用“三线合一”定理, 证明这个三角形是等腰三角形, 即: 在三角形中, 则这个三角形是等腰三角形 (结论).

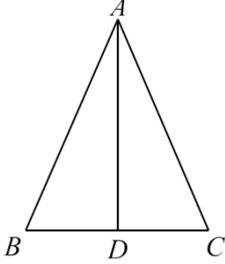
选择下面一种情况, 完成证明.

情况一	情况二	情况三
已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD$	已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BD$	已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD$

平分 $\angle BAC$	$=CD$	$\perp BC$ 于 $D$
-----------------	-------	------------------

选择情况：\_\_\_\_\_.

证明：



21. (6分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2kx + k^2 - 1 = 0$ .
- (1) 不解方程，判断此方程根的情况；
  - (2) 若  $x=2$  是该方程的一个根，求代数式  $-2k^2 + 8k + 5$  的值.
22. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中，一次函数  $y = -x + b$  的图象与  $x$  轴交于点  $(4, 0)$ ，且与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  ( $n, -1$ ).
- (1) 求  $b, m$  的值；
  - (2) 点  $P(x_p, y_p)$  是一次函数  $y = -x + b$  图象上的一个动点，且满足  $\frac{m}{x_p} < y_p < 4$ ，连接  $OP$ ，结合函数图象
23. (6分) 数学学习小组的同学共同探究体积为  $330\text{mL}$  圆柱形有盖容器（如图所示）的设计方案。他们想探究容器表面积与底面半径的关系。
- 具体研究过程如下，请补充完整：
- (1) 建立模型：设该容器的表面积为  $S\text{cm}^2$ ，底面半径为  $x\text{cm}$ ，高为  $y\text{cm}$ ，则
 
$$330 = \pi x^2 y, \quad \textcircled{1}$$

$$S = 2\pi x^2 + 2\pi xy, \quad \textcircled{2}$$
 由  $\textcircled{1}$  式得  $y = \frac{330}{\pi x^2}$ ，代入  $\textcircled{2}$  式得
 
$$S = 2\pi x^2 + \frac{660}{x}, \quad \textcircled{3}$$
 可知， $S$  是  $x$  的函数，自变量  $x$  的取值范围是  $x > 0$ .
  - (2) 探究函数：
- 根据函数解析式  $\textcircled{3}$ ，按照如表中自变量  $x$  的值计算（精确到个位），得到了  $S$  与  $x$  的几组对应值：

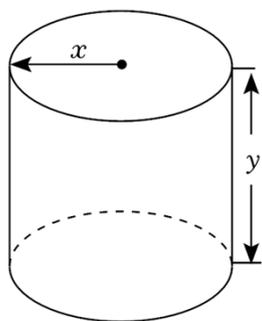
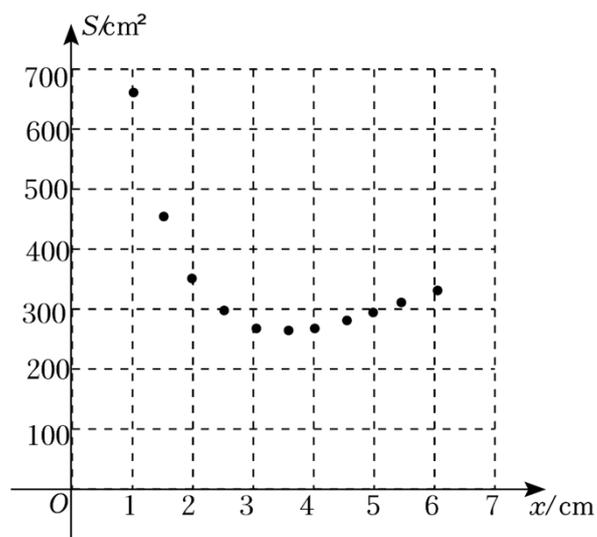
$x/cm$	...	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	5.5	6	...
$S/cm^2$	...	666	454	355	303	277	266	266	274	289	310	336	...

在下面平面直角坐标系中，描出了以上表中各对对应值为坐标的点，根据描出的点：

(3) 解决问题：根据图表回答，

① 半径为  $2.4cm$  的圆柱形容器比半径为  $4.4cm$  的圆柱形容器表面积 \_\_\_\_\_ (填“大”或“小”);

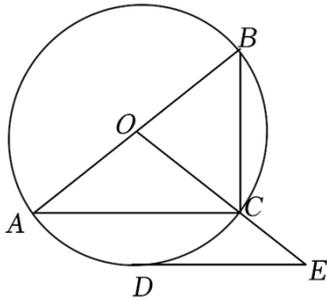
② 若容器的表面积为  $300cm^2$ ，容器底面半径约为 \_\_\_\_\_  $cm$  (精确到  $0.1$ ).



24. (6分) 如图， $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆， $AB$  是  $\odot O$  的直径  $\widehat{AC}$  的中点， $\odot O$  的切线  $DE$  交  $OC$  的延长线于点  $E$ .

(1) 求证：  $DE \parallel AC$ ;

(2) 连接  $BD$  交  $AC$  于点  $P$ ，若  $AC=8$ ， $\cos A = \frac{4}{5}$



25. (6分) 某校举行“云端好声音”线上歌唱比赛活动丰富同学们的居家生活. 由1至4号的专业评委和5至10号的大众评委进行评分.

例如: A 节目演出后各个评委所给分数如表:

评委编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
评分/分	7.2	7.5	7.8	7.5	8.2	9.7	7.9	6.7	8.5	9.4

评分方案如下:

方案一: 取各位评委所给分数的平均数则该节目的得分为  $\bar{x} = \frac{7.2+7.5+7.5+7.5+8.2+9.7+7.9+6.7+8.5+9.4}{10} = 8.04$ .

方案二: 从评委所给的分数中先去掉一个最高分和一个最低分, 再取其余八位评委所给分数的平均数, 则该节目的得分为  $\bar{x} = \frac{7.2+7.5+7.8+7.5+8.2+7.9+8.5+9.4}{8}$ .

回答下列问题:

(1) 小乐认为“方案二”比“方案一”更合理, 你\_\_\_\_\_小乐的说法吗(填“同意”或“不同意”) ? 理由是\_\_\_\_\_;

(2) 小乐认为评分既要突出专业评审的权威性又要尊重大众评审的喜爱度, 因此设计了“方案三”: 先计算1至4号评委所给分数的平均数  $\bar{x}_1 = 7.5$ ,  $\bar{x}_2 = 8.4$ , 再根据比赛的需求

设置相应的权重 ( $f_1$  表示专业评委的权重,  $f_2$  表示大众评委的权重, 且  $f_1 + f_2 = 1$ ).

如当  $f_1 = 0.7$  时, 则  $f_2 = 1 - 0.7 = 0.3$ .

该节目的得分为  $\bar{x} = f_1 \bar{x}_1 + f_2 \bar{x}_2 = 0.7 \times 7.5 + 0.3 \times 8.4 = 7.77$ .

I. 当按照“方案三”中  $f_1 = 0.6$  评分时, A 节目的得分为\_\_\_\_\_.

II. 关于评分方案, 下列说法正确的有\_\_\_\_\_.

- ① 当  $f_1 = 0.5$  时, A 节目按照“方案三”和“方案一”评分结果相同;
- ② 当  $f_1 > 0.4$  时, 说明“方案三”评分更注重节目的专业性;
- ③ 当  $f_1 = 0.3$  时, A 节目按照“方案三”评分的结果比“方案一”和“方案二”都高.

26. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y=x^2-2tx+t^2-t$ .

(1) 求抛物线的顶点坐标 (用含  $t$  的代数式表示);

(2) 点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  在抛物线上, 其中  $t-1 \leq x_1 \leq t+2$ ,  $x_2=1-t$ .

① 若  $y_1$  的最小值是  $-2$ , 求  $y_1$  的最大值;

② 若对于  $x_1, x_2$ , 都有  $y_1 < y_2$ , 求出  $t$  的取值范围.

27. (6分) 已知: 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC$ .

(1) 如图 1, 将线段  $AC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到  $AD$ , 连结  $CD$ 、 $BD$ , 连结  $CE$ .

① 求证:  $\angle AED = \angle CED$ ;

② 求证:  $2CE + AE = BD$ ;

(2) 在图 2 中, 若将线段  $AC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到  $AD$ , 连结  $CD$ 、 $BD$ , 连结  $CE$ . 请补全图形, 若  $CE=6+2\sqrt{3}$ , 求  $BD$ .

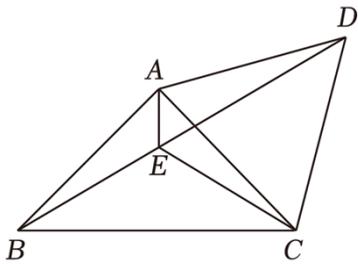


图 1

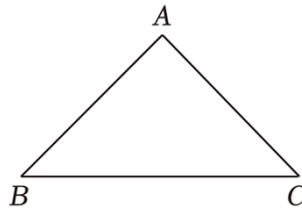


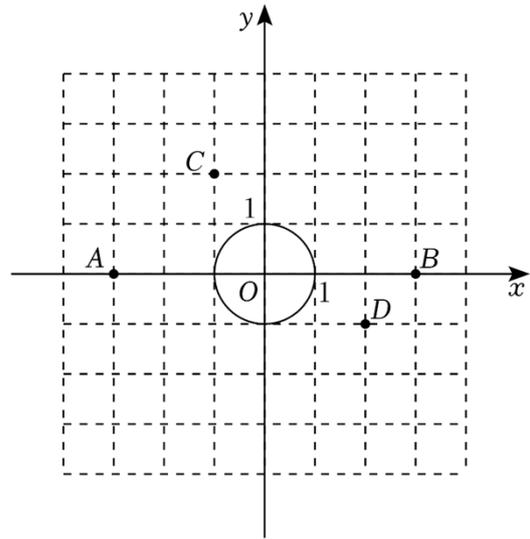
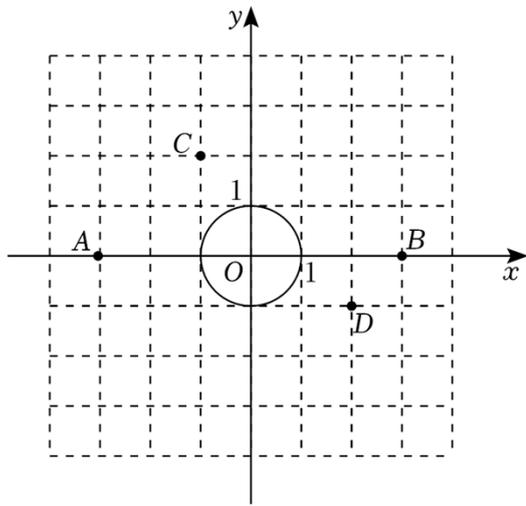
图 2

28. (6分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  的半径为 1. 对于线段  $PQ$  给出如下定义: 若线段  $PQ$  与  $\odot O$  有两个交点  $M, N$ , 且  $PM=MN=NQ$

(1) 如图, 点  $A, B, C, D$  的横、纵坐标都是整数. 在线段  $AB, CB, CD$  中\_\_\_\_\_;

(2)  $\odot O$  的“倍弦线”  $PQ$  与直线  $x=2$  交于点  $E$ , 求点  $E$  纵坐标  $y_E$  的取值范围;

(3) 若  $\odot O$  的“倍弦线”  $PQ$  过点  $(1, 0)$ , 直线  $y=x+b$  与线段  $PQ$  有公共点, 直接写出  $b$  的取值范围.



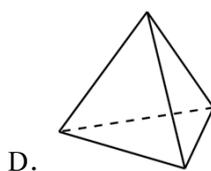
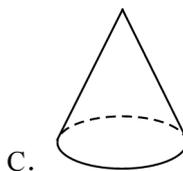
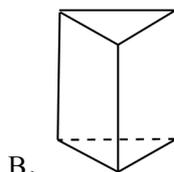
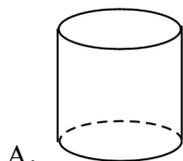
备用图

# 2024 年北京市东城区汇文中学中考数学模拟试卷（4 月份）

参考答案与试题解析

## 一、选择题（每题 2 分，共 16 分）

1. (2 分) 下列几何体中，其侧面展开图为扇形的是 ( )



【解答】解：A、圆柱的侧面展开图是矩形；

B、三棱柱的侧面展开图是矩形；

C、圆锥的侧面展开图是扇形；

D、三棱锥的侧面展开图是三个三角形组成的图形.

故选：C.

2. (2 分) 2020 年 7 月 23 日，中国首颗火星探测器“天问一号”成功发射.2021 年 2 月 10 日，在经过长达七个月，“天问一号”成功进入火星轨道. 将 475000000 用科学记数法表示应为 ( )

A.  $4.75 \times 10^7$

B.  $4.75 \times 10^8$

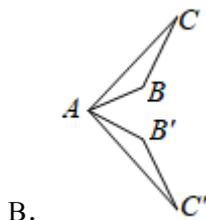
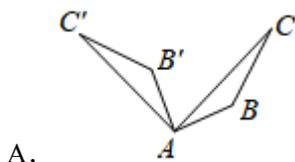
C.  $4.75 \times 10^9$

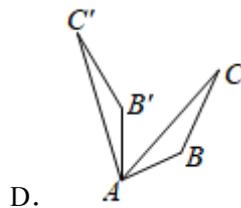
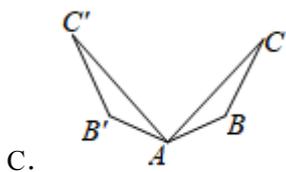
D.  $475 \times 10^6$

【解答】解：将 475000000 用科学记数法表示为  $4.75 \times 10^8$ .

故选：B.

3. (2 分) 如图， $\triangle ABC$  经过旋转或轴对称得到  $\triangle AB'C'$ ，其中  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $60^\circ$  的是 ( )





【解答】解：由题意，选项 B.

选项 A，其中  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $90^\circ$  可以得到  $\triangle AB'C'$ ，

选项 D，其中  $\triangle ABC$  绕点 A 逆时针旋转  $60^\circ$  可以得到  $\triangle AB'C'$ 。

故选：D.

4. (2分) 实数  $a, b, c$  在数轴上对应点的位置如图所示，若  $|a|=|c|$  ( )



A.  $a+c>0$

B.  $a-b>0$

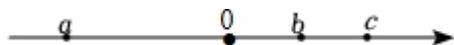
C.  $|a|>b$

D.  $ab>0$

【解答】解：  $\because |a|=|c|$ ,

$\therefore$  原点在  $a, c$  的中间，

如图：



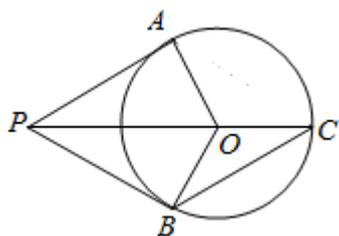
由图可得：  $|a|>b$ ,

$\therefore a+c=0, a-b<0, ab<0$ ,

故选项 C 正确.

故选：C.

5. (2分) 如图， $PA, PB$  是  $\odot O$  的切线， $B, PO$  的延长线交  $\odot O$  于点  $C$ ，连接  $OA, BC$ 。若  $AO=2, OP=4$  ( )



A.  $20^\circ$

B.  $30^\circ$

C.  $45^\circ$

D.  $60^\circ$

【解答】解：  $\because PA, PB$  是  $\odot O$  的切线，

$\therefore PA=PB, \angle OAP=\angle OBP=90^\circ$ ，

$\because AO=OB=2, OP=4,$   
 $\therefore \angle APO = \angle BPO = 30^\circ,$   
 $\therefore \angle AOP = \angle BOP = 60^\circ,$   
 $\because OB=OC,$   
 $\therefore \angle C = 30^\circ.$

故选：B.

6. (2分) 方程  $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$  的解是 ( )

- A. 4                      B. 3                      C. 2                      D. 1

**【解答】**解：  $\frac{2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0,$

$$2(x-2) - x = 0,$$

解得：  $x=4,$

检验：当  $x=4$  时，  $x(x-2) \neq 0,$

$\therefore x=4$  是原方程的根，

故选：A.

7. (2分) 已知三个点  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$  在反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  的图象上，其

中  $x_1 < x_2 < 0 < x_3$ ，则下列结论中正确的是 ( )

- A.  $y_2 < y_1 < 0 < y_3$                       B.  $y_1 < y_2 < 0 < y_3$   
 C.  $y_3 < 0 < y_2 < y_1$                       D.  $y_3 < 0 < y_1 < y_2$

**【解答】**解：  $\because$  反比例函数  $y = -\frac{2}{x}$  中，  $k = -2 < 0,$

$\therefore$  函数图象的两个分支分别位于二、四象限，  $y$  随  $x$  的增大而增大.

$\because x_1 < x_2 < 0 < x_3,$

$\therefore (x_1, y_1), (x_2, y_2)$  两点在第二象限，点  $(x_3, y_3)$  在第四象限，

$\therefore y_3 < 0 < y_1 < y_2.$

故选：D.

8. (2分) 某校举办校庆晚会，其主舞台为一圆形舞台，圆心为  $O$ .  $A$ ，由线段  $AB$  及优弧  $\widehat{AB}$  围成的区域是表演区. 若在  $A$

处安装一台某种型号的灯光装置，恰好可以照亮整个表演区，如图 2 中阴影所示。

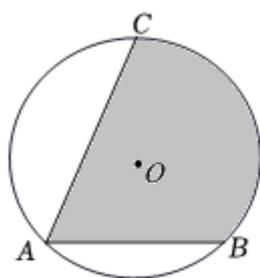


图1

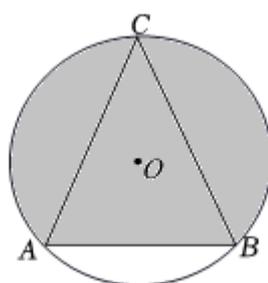


图2

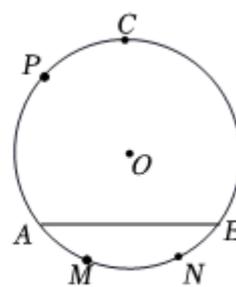


图3

示。

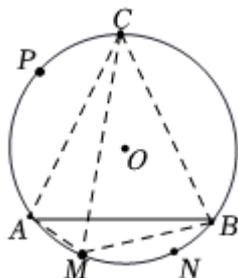
若将灯光装置改放在如图 3 所示的点  $M$ 、 $N$  或  $P$  处，能使表演区完全照亮的方案可能是

( )

- ①在  $M$  处放置 2 台该型号的灯光装置
- ②在  $M$ 、 $N$  处各放置 1 台该型号的灯光装置
- ③在  $P$  处放置 2 台该型号的灯光装置

- A. ①②      B. ①③      C. ②③      D. ①②③

【解答】解：①在  $M$  处放置 2 台该型号的灯光装置，如图：

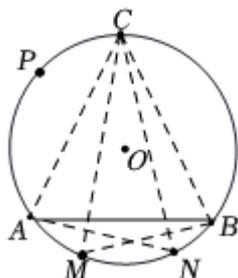


摄像装置的视角为  $\angle CAB$ ， $\angle CBA$ ，

$$\because \angle CAB = \angle CMB, \quad \angle AMC = \angle CBA,$$

$\therefore$  在  $M$  处放置 2 台该型号的灯光装置，能使表演区完全照亮；

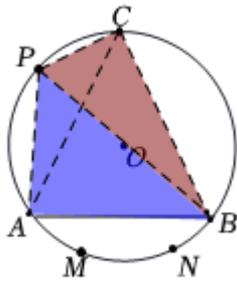
- ②在  $M$ 、 $N$  处各放置 2 台该型号的灯光装置



$$\because \angle CMB = \angle CAB, \quad \angle ANC = \angle ABC,$$

$\therefore$  在  $M$ 、 $N$  处各放置 1 台该型号的灯光装置；

③在  $P$  处放置 2 台该型号的灯光装置，如图：



$$\because \angle CPB = \angle CAB,$$

$\therefore$ 由图可知，在  $P$  处放置 7 台该型号的灯光装置；

故选：A.

## 二、填空题（每题 2 分，共 16 分）

9. (2 分) 若分式  $\frac{x}{x+1}$  的值为 0，则  $x$  的值是 0 .

**【解答】**解： $\because$ 分式  $\frac{x}{x+1}$  的值为 0，

$$\therefore x=0.$$

将  $x=0$  代入  $x+1=1 \neq 0$ .

当  $x=0$  时，分式  $\frac{x}{x+1}$ .

故答案为：0.

10. (2 分) 因式分解： $a^3 - ab^2 = \underline{a(a+b)(a-b)}$  .

**【解答】**解： $a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a+b)(a-b)$ .

故答案为： $a(a+b)(a-b)$

11. (2 分) 正六边形的一个外角的度数为 60° .

**【解答】**解： $\because$ 正六边形的外角和是  $360^\circ$ ，

$$\therefore \text{正六边形的一个外角的度数为：} 360^\circ \div 6 = 60^\circ,$$

故答案为：60.

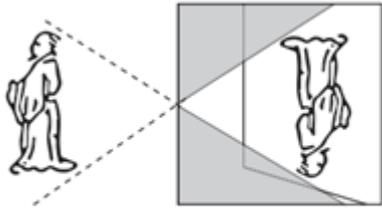
12. (2 分) 若  $n$  为整数，且  $n < \sqrt{21} < n+1$  4 .

**【解答】**解： $\because \sqrt{16} < \sqrt{21} < \sqrt{25}$ ，即  $4 < \sqrt{21}$ ，且  $n$  为整数  $\sqrt{21} < n+1$ ，

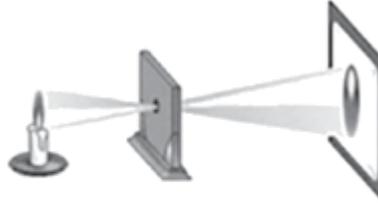
$$\therefore n=7,$$

故答案为：4.

13. (2 分) 据《墨经》记载，在两千多年前，我国学者墨子和他的学生做了世界上第 1 个“小孔成像”的实验，如图 (1) 所示. 如图 (2)，若物距为  $10\text{cm}$ ，像距为  $15\text{cm}$ ，则蜡烛火焰的高度是 4  $\text{cm}$ .



图(1)



图(2)

**【解答】**解：设蜡烛火焰的高度是  $x\text{ cm}$ ，

由相似三角形的性质得到： $\frac{10}{15} = \frac{x}{6}$ 。

解得  $x=4$ 。

即蜡烛火焰的高度是  $8\text{ cm}$ 。

故答案为：4。

14. (2分) 不透明布袋中有红、黄小球各一个，除颜色外无其他差别。随机摸出一个小球后，放回并摇匀。再随机摸出一个，一个红球、一个黄球的概率为  $\frac{1}{2}$ 。

**【解答】**解：画树状图如图：



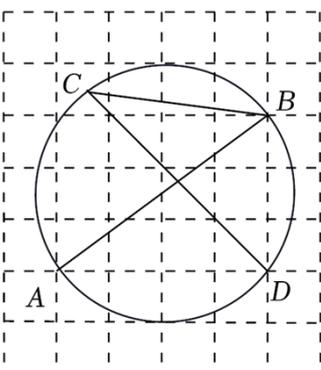
共有 4 个等可能的结果，两次摸到的球中、一个黄球的有 2 种结果，

所以两次摸到的球中，一个红球  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ 。

15. (2分) 如图，在边长为 1 的正方形网格中，点  $A, B$ ，以  $AB$  为直径的圆过  $C, D$  两点

$\frac{3}{5}$ 。



**【解答】**解：连接  $AD, BD$ ，

$\because AB$  为圆的直径，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/597162110201006064>