预测 09　尺规作图

中考预测

概率预测	☆　☆　☆	
题型预测	选择题、填空题☆　☆　☆	解答题☆　☆　☆
考向预测	①利用作图痕迹和涉及基本作图几何性质解题。 ②尺规作图并涉及几何计算和求证。	

应试必备

尺规作图是全国中考的热点！但总有一部分学生，因为五种基本作图方法没掌握好，就丢了分数。

1．从考点频率看，作线段的垂直平分线和作角的平分线是高频考点。

2．从题型角度看，选择题、填空题较多，同时考查基本作图和三角形、四边形结合的综合性题目以解答题为主。

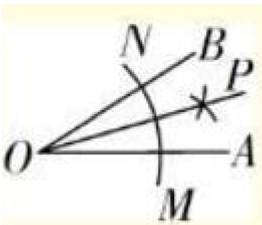
知识必备

一：作已知角的平分线

（1）以 O 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 OA，OB 于点 M，N;

（2）分别以点 M，N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 P;

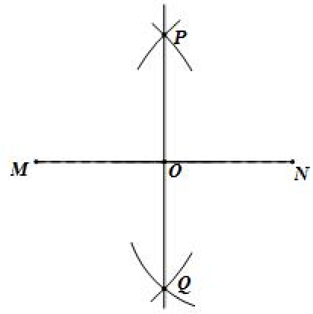
（3）作射线 OP，OP 即为所作的角平分线.



二：作已知线段的垂直平分线

（1）分别以 M、N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的相同线段为半径画弧，两弧相交于 P，Q;

（2）连接 PQ，交 MN 于 O.



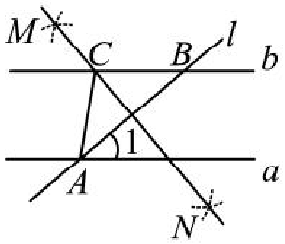
则 PQ 就是所求作的 MN 的垂直平分线.

技法必备

尺规作图题常用的解题方法归纳：（1）首先分析题设要用哪种尺规作图。（2）对于已知作法进行有关结论的判断或计算问题，要能通过作图步骤判断是哪种基本作图，作出的线段、角有什么关系，以及要知道作出图形的性质，进而做出判断或计算。

真题回顾

1．（海南省2021年中考数学真题试卷）如图，已知 $a//b$，直线 l 与直线 a、b 分别交于点 A,B，分别以点 A,B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 M、N，作直线 MN，交直线 b 于点 C，连接 AC，若 $\angle 1=40°$，则 $\angle ACB$ 的度数是（　　）



A．$90°$　　B．$95°$　　C．$100°$　　D．$105°$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意可得直线 MN 是线段 AB 的垂直平分线，进而可得 $CB=AC$，利用平行线的性质及等腰三角形中等边对等角，可得 $\angle CAB=\angle CBA=40°$，所以可求得 $\angle ACB=100°$.

【详解】∵已知分别以点 A,B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 M、N，作直线 MN，交直线 b 于点 C，连接 AC，

∴直线 MN 垂直平分线段 AB，

∴ $CB=AC$，

∵ $a//b$， $\angle 1=40^{\circ}$，

∴ $\angle CBA=\angle 1=40^{\circ}$，

∴ $\angle CAB=\angle CBA=40^{\circ}$，

∴ $\angle ACB=180^{\circ}-\angle CBA-\angle CAB=100^{\circ}$．

故选：C．

【点睛】题目主要考查线段垂直平分线的作法及性质、平行线的性质等，根据题意得出直线 MN 垂直平分线段 AB 是解题关键．

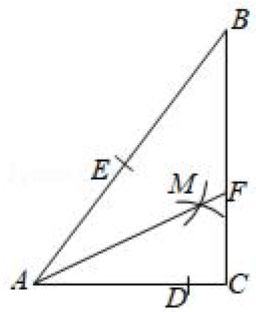
2．（2021年贵州省铜仁市中考数学真题试卷）如图，在 Rt△ABC 中，∠C＝90°，AB＝10，BC＝8，按下列步骤作图：

步骤1：以点 A 为圆心，小于 AC 的长为半径作弧分别交 AC、AB 于点 D、E．

步骤2：分别以点 D、E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧交于点 M．

步骤3：作射线 AM 交 BC 于点 F．

则 AF 的长为（　　）



A．6　　B．$3\sqrt{5}$　　C．$4\sqrt{3}$　　D．$6\sqrt{2}$

【答案】B

【解析】利用基本作图得到 AF 平分∠BAC，过 F 点作 $FH\perp AB$ 于 H，如图，根据角平分线的性质得到 FH＝FC，再根据勾股定理计算出 AC＝6，设 CF＝x，则 FH＝x，然后利用面积法得到 $\frac{1}{2}\times 10\cdot x+\frac{1}{2}\times 6\cdot x=\frac{1}{2}\times 6\times 8$，解得 x＝3，最后利用勾股定理计算 AF 的长．

【解答】解：由作法得 AF 平分∠BAC，

过 F 点作 $FH\perp AB$ 于 H，如图，

∵ AF 平分∠BAC，$FH\perp AB$，$FC\perp AC$，

∴ $FH=FC$，

在△ABC中，∵∠$C=90°$，$AB=10$，$BC=8$，

∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=6$，

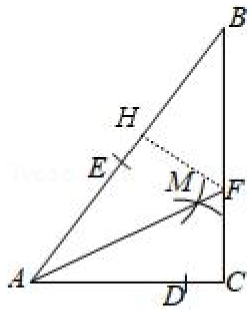
设 $CF=x$，则 $FH=x$，

∵ $S_{\triangle ABF}+S_{\triangle ACF}=S_{\triangle ABC}$，

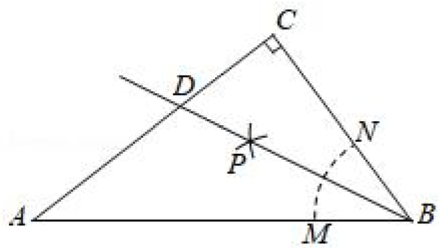
∴ $\frac{1}{2}\times 10\cdot x+\frac{1}{2}\times 6\cdot x=\frac{1}{2}\times 6\times 8$，解得 $x=3$，

在 Rt△ACF中，$AF=\sqrt{AC^2+CF^2}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$.

故选：B.



3.（2021 年湖北省黄石市中考数学真题）如图，在 Rt△ABC中，∠$ACB=90°$，按以下步骤作图：①以 B 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 BA、BC 于 M、N 两点；②分别以 M、N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 P；③作射线 BP，交边 AC 于 D 点．若 $AB=10$，$BC=6$，则线段 CD 的长为（　　）



A．3　　B．$\frac{10}{3}$　　C．$\frac{8}{3}$　　D．$\frac{16}{5}$

【答案】A

【解析】利用基本作图得 BD 平分∠ABC，过 D 点作 $DE\perp AB$ 于 E，如图，根据角平分线的性质得到则 $DE=DC$，再利用勾股定理计算出 $AC=8$，然后利用面积法得到 $\frac{1}{2}\cdot DE\times 10+\frac{1}{2}\cdot CD\times 6=\frac{1}{2}\times 6\times 8$，最后解方程即可．

【解答】解：由作法得 BD 平分∠ABC，

过 D 点作 $DE\perp AB$ 于 E，如图，则 $DE=DC$，

在 Rt△ABC 中，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

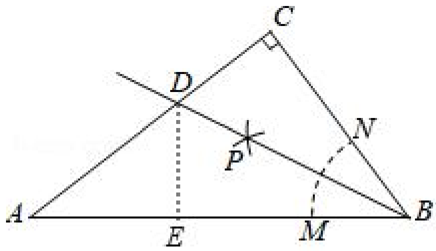
∵ $S_{\triangle ABD}+S_{\triangle BCD}=S_{\triangle ABC}$，

∴ $\frac{1}{2}\cdot DE\times10+\frac{1}{2}\cdot CD\times6=\frac{1}{2}\times6\times8$，

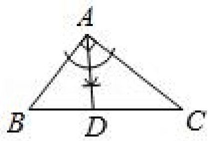
即 $5CD+3CD=24$，

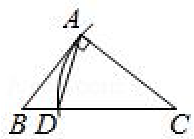
∴ $CD=3$．

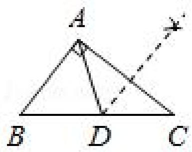
故选：A．

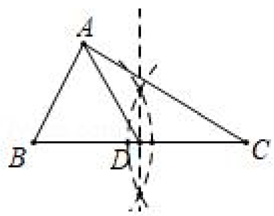


4.（2021 年吉林省长春市中考数学真题试卷）在△ABC 中，$\angle BAC=90°$，$AB\neq AC$．用无刻度的直尺和圆规在 BC 边上找一点 D，使△ACD 为等腰三角形．下列作法不正确的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【答案】A

【解析】根据等腰三角形的定义一一判断即可．

【解答】解：A、由作图可知 AD 是△ABC 的角平分线，推不出△ADC 是等腰三角形，本选项符合题意．

B、由作图可知 $CA=CD$，△ADC 是等腰三角形，本选项不符合题意．

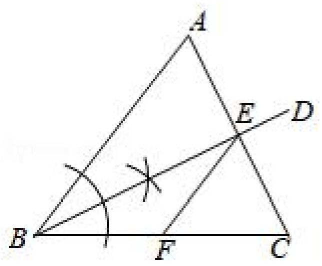
C、由作图可知 $DA=CD$，△ADC 是等腰三角形，本选项不符合题意．

D、由作图可知 $BD=CD$，推出 $AD=DC=BD$，△ADC 是等腰三角形，本选项不符合题意．

故选：A．

5.（2021 年辽宁省本溪市中考数学真题 ）如图，在△ABC 中，$AB=BC$，由图中的尺规作图痕迹得到

的射线 BD 与 AC 交于点 E，点 F 为 BC 的中点，连接 EF，若 $BE=AC=2$，则△CEF 的周长为（　　）



A．$\sqrt{3}+1$　　　　B．$\sqrt{5}+3$　　　　C．$\sqrt{5}+1$　　　　D．4

【答案】C

【解析】由题意得 BE 是∠ABC 的平分线，再由等腰三角形的性质得 $BE\perp AC$，$AE=CE=\frac{1}{2}AC=1$，由勾股定理得 $BC=\sqrt{5}$，然后由直角三角形斜边上的中线性质得 $EF=\frac{1}{2}BC=BF=CF$，求解即可．

【解答】解：由图中的尺规作图得：BE 是∠ABC 的平分线，

∵$AB=BC$，

∴$BE\perp AC$，$AE=CE=\frac{1}{2}AC=1$，

∴∠$AEC=90°$，

∴$BC=\sqrt{BE^2+CE^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

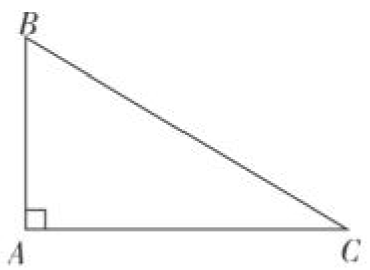
∵点 F 为 BC 的中点，

∴$EF=\frac{1}{2}BC=BF=CF$，

∴△CEF 的周长＝$CF+EF+CE=CF+BF+CE=BC+CE=\sqrt{5}+1$，

故选：C.

6.（2021·广东省·中考真题）如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°$，作 BC 的垂直平分线交 AC 于点 D，延长 AC 至点 E，使 $CE=AB$．



（1）若 $AE=1$，求△ABD 的周长；

（2）若 $AD=\frac{1}{3}BD$，求 $\tan\angle ABC$ 的值．

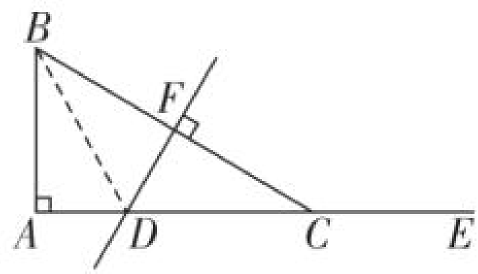
【答案】（1）1；（2）$\sqrt{2}$

【解析】

【分析】(1)作出 BC 的垂直平分线，连接 BD，由垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等得到 $DB=DC$，由此即可求出△ABD 的周长；

(2)设 $AD=x$，$BD=3x$，进而求出 $AC=AD+CD=4x$，在 Rt△ABD 中使用勾股定理求得 $\mathrm{AB}=2\sqrt{2}\mathrm{x}$，由此即可求出 $\tan\angle ABC$ 的值.

【详解】解：(1)如图，连接 BD，设 BC 垂直平分线交 BC 于点 F，



∵ DF 为 BC 垂直平分线，

∴ $BD=CD$，

$C_{\triangle ABD}=AB+AD+BD$

$=AB+AD+DC=AB+AC$

∵ $AB=CE$，

∴ $C_{\triangle ABD}=AC+CE=AE=1$.

(2)设 $AD=x$，∴ $BD=3x$，

又∵ $BD=CD$，∴ $AC=AD+CD=4x$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 中，$AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=\sqrt{(3x)^2-x^2}=2\sqrt{2}x$.

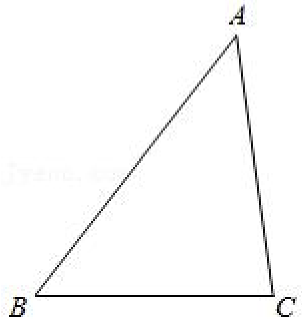
∴ $\tan\angle ABC=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{4x}{2\sqrt{2}x}=\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了线段垂直平分线的性质，三角函数的定义及勾股定理等知识，熟练掌握垂直平分线上的点到线段的两个端点距离相等是解决本题的关键.

7.（2021 年广西贵港市中考数学真题）尺规作图（只保留作图痕迹，不要求写出作法）．如图，已知△ABC，且 AB>AC.

（1）在 AB 边上求作点 D，使 $DB=DC$；

（2）在 AC 边上求作点 E，使△ADE∽△ACB.

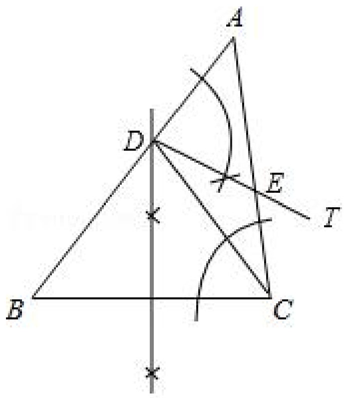


【解析】（1）作线段 BC 的垂直平分线交 AB 于点 D，连接 CD 即可.

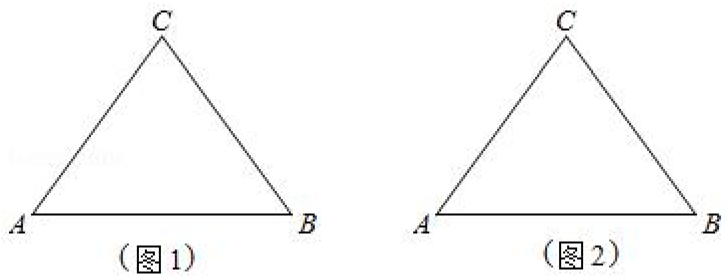
（2）作∠ADT=∠ACB，射线 DT 交 AC 于点 E，点 E 即为所求.

【解答】解：（1）如图，点 D 即为所求.

（2）如图，点 E 即为所求.



8.（2021 年江苏省无锡市中考数学真题试卷）如图，已知锐角△ABC 中，$AC=BC$.



（1）请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图：作∠ACB 的平分线 CD；作△ABC 的外接圆⊙O；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若 $AB=\frac{48}{5}$，⊙O 的半径为 5，则 $\sin B$=__$\frac{4}{5}$__.（如需画草图，请使用图 2）

【解析】（1）利用尺规作出∠ACB 的角平分线 CD，作线段 AC 的垂直平分线交 CD 于点 O，以 O 为圆心，OC 为半径作⊙O 即可.

（2）连接 OA，设射线 CD 交 AB 于 E．利用勾股定理求出 OE，EC，再利用勾股定理求出 BC，可得结论．

【解答】解：（1）如图，射线 CD，$\odot O$ 即为所求．

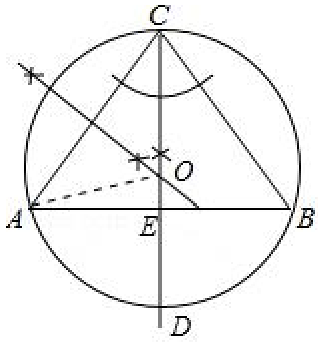


图1

（2）连接 OA，设射线 CD 交 AB 于 E．

$\because CA=CB$，CD 平分 $\angle ACB$，

$\therefore CD\perp AB$，$AE=EB=\frac{24}{5}$，

$\therefore OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{5^2-(\frac{24}{5})^2}=\frac{7}{5}$，

$\therefore CE=OC+OE=5+\frac{7}{5}=\frac{32}{5}$，

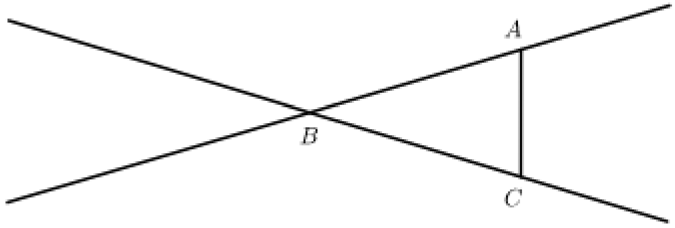
$\therefore AC=BC=\sqrt{AE^2+EC^2}=\sqrt{(\frac{24}{5})^2+(\frac{32}{5})^2}=8$，

$\therefore \sin B=\frac{EC}{BC}=\frac{\frac{32}{5}}{8}=\frac{4}{5}$．

故答案为：$\frac{4}{5}$．

9.（北京市2021年中考数学真题试题）《淮南子·天文训》中记载了一种确定东西方向的方法，大意是：日出时，在地面上点A处立一根杆，在地面上沿着杆的影子的方向取一点 B，使 B,A 两点间的距离为10步（步是古代的一种长度单位），在点 B 处立一根杆；日落时，在地面上沿着点 B 处的杆的影子的方向取一点 C，使 C,B 两点间的距离为10步，在点 C 处立一根杆．取 CA 的中点 D，那么直线 DB 表示的方向为东西方向．

（1）上述方法中，杆在地面上的影子所在直线及点 A,B,C 的位置如图所示．使用直尺和圆规，在图中作 CA 的中点 D（保留作图痕迹）；



（2）在如图中，确定了直线 DB 表示的方向为东西方向．根据南北方向与东西方向互相垂直，可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向，完成如下证明．

证明：在 $\triangle ABC$ 中，$BA=$______________，D 是 CA 的中点，

$\therefore CA\perp DB$（______________）（填推理的依据）．

$\because$ 直线 DB 表示的方向为东西方向，

$\therefore$ 直线 CA 表示的方向为南北方向．

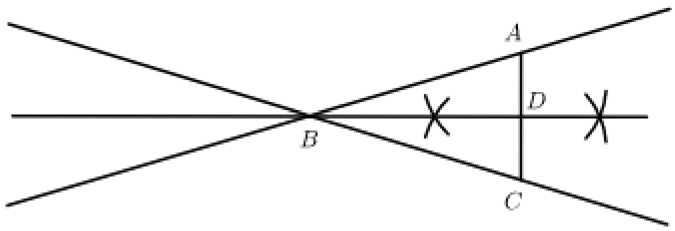
【答案】（1）图见详解；（2）BC，等腰三角形的三线合一

【解析】

【分析】（1）分别以点 A、C 为圆心，大于 AC 长的一半为半径画弧，交于两点，然后连接这两点，与 AC 的交点即为所求点 D；

（2）由题意及等腰三角形的性质可直接进行作答．

【详解】解：（1）如图所示：



（2）证明：在 $\triangle ABC$ 中，$BA=BC$，D 是 CA 的中点，

$\therefore CA\perp DB$（等腰三角形的三线合一）（填推理的依据）．

$\because$ 直线 DB 表示的方向为东西方向，

$\therefore$ 直线 CA 表示的方向为南北方向；

故答案为 BC，等腰三角形的三线合一．

【点睛】本题主要考查垂直平分线的尺规作图及等腰三角形的性质，熟练掌握垂直平分线的尺规作

图及等腰三角形的性质是解题的关键.

10.（山东省烟台市2021年中考数学真题）如图，已知Rt△*ABC*中，∠*C*=90°.

（1）请按如下要求完成尺规作图（不写作法，保留作图痕迹）.

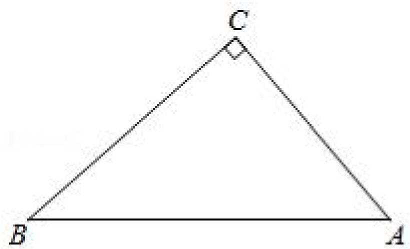
①作∠*BAC*的角平分线*AD*，交*BC*于点*D*;

②作线段*AD*的垂直平分线*EF*与*AB*相交于点*O*;

③以点*O*为圆心，以*OD*长为半径画圆，交边*AB*于点*M*.

（2）在（1）的条件下，求证：*BC*是⊙*O*的切线;

（3）若*AM*=4*BM*，*AC*=10，求⊙*O*的半径.



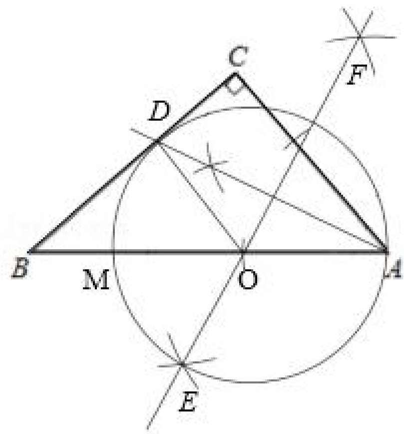
【解析】（1）①以*A*为圆心，以任意长度为半径画弧，与*AC*、*AB*相交，再以两个交点为圆心，以大于两点之间距离的一半为半径画弧相交于∠*BAC*内部一点，将点*A*与它连接并延长，与*BC*交于点*D*，则*AD*为∠*BAC*的平分线;

②分别以点*A*、点*D*为圆心，以大于$\frac{1}{2}$*AD*长度为半径画圆，将两圆交点连接，则*EF*为*AD*的垂直平分线，*EF*与*AB*交于点*O*;

（2）根据线段垂直平分线及角平分线的性质推出角之间的关系，再根据平行线的判定得出*OD*//*AC*，从而得出*OD*⊥*BC*即可;

（3）根据题意得到线段之间的关系：*OM*=2*BM*，*BO*=3*BM*，*AB*=5*BM*，再根据相似三角形的性质求解即可.

【解答】解：（1）如图所示，



①以 A 为圆心，以任意长度为半径画弧，与 AC、AB 相交，再以两个交点为圆心，以大于两点之间距离的一半为半径画弧相交于 $\angle BAC$ 内部一点，将点 A 与它连接并延长，与 BC 交于点 D，则 AD 为 $\angle BAC$ 的平分线；

②分别以点 A、点 D 为圆心，以大于$\frac{1}{2}AD$ 长度为半径画圆，将两圆交点连接，则 EF 为 AD 的垂直平分线，EF 与 AB 交于点 O；

③如图，⊙O 与 AB 交于点 M；

（2）证明：∵EF 是 AD 的垂直平分线，且点 O 在 AD 上，

∴$OA=OD$，

∴$\angle OAD=\angle ODA$，

∵AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴$\angle OAD=\angle CAD$，

∴$\angle ODA=\angle CAD$，

∴$OD\parallel AC$，

∵$AC\perp BC$，

∴$OD\perp BC$，

故 BC 是⊙O 的切线．

（3）根据题意可知 $OM=OA=OD=\frac{1}{2}AM$，$AM=4BM$，

∴$OM=2BM$，$BO=3BM$，$AB=5BM$，

∴$\frac{BO}{AB}=\frac{3BM}{5BM}=\frac{3}{5}$，

由（2）可知 Rt△BOD 与 Rt△BAC 有公共角 $\angle B$，

∴Rt△BOD∽Rt△BAC，

∴$\frac{DO}{CA}=\frac{BO}{BA}$，即$\frac{DO}{10}=\frac{3}{5}$，解得 $DO=6$，

故⊙O 的半径为 6．

名校预测

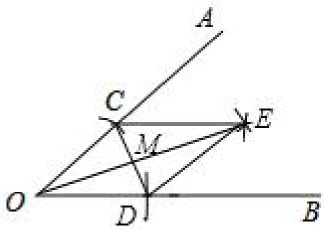
1．（2021 年新疆阿勒泰地区中考数学二模试卷）如图已知 $\angle AOB$，按照以下步骤作图：

①以点 O 为圆心，以适当的长为半径作弧，分别交 $\angle AOB$ 的两边于 C， D 两点，连接 CD．

②分别以点C，D为圆心，以大于线段$\frac{1}{2}CD$的长为半径作弧，两弧在$\angle AOB$内交于点E，连接CE，DE．

③连接OE交CD于点M．

不列结论中错误的是(　　)



A．$CM=MD$　　B．$\angle CEO=\angle DEO$

C．$\angle OCD=\angle ECD$　　D．$S_{四边形OCED}=\frac{1}{2}CD\cdot OE$

【答案】C

【解析】解：由作图可知，$OC=OC$，$EC=ED$，

$\therefore OE$垂直平分线段CD，

$\therefore CM=MD$，

$\therefore S_{四边形OCED}=\frac{1}{2}\cdot CD\cdot OE$，

在ΔCOE和ΔDOE中，

$$\begin{cases}OC=OD\\OE=OE\\EC=ED\end{cases}，$$

$\therefore \Delta COE\cong\Delta DOE(SSS)$，

$\therefore \angle CEO=\angle DEO$，

故A，B，D正确，

故选：C．

2．(2021年河南省焦作市武陟县九年级数学第二次模拟考试)已知锐角$\angle AOB$，如图，(1)在射线OA上取点C，E，分别以点O为圆心，OC，OE长为半径作弧，交射线OB于点D，F；(2)连接CF，DE交于点P．根据以上作图过程及所作图形，下列结论错误的是（　　）