人教版（五四制）**2019-2020** 八年级数学上册 **20.3** 等腰三角形基础过关训练题 **2**（附答案）

1．在△ABC中，$\angle ABC$与$\angle ACB$的平分线交于点 I，过点 I 作$DE//BC$交 BA 于点 D，交 AC 于点 E，$AB=5$，$AC=3$，$\angle A=50^\circ$，则下列说法错误的是(　　)

A．△DBI 和△EIC是等腰三角形　　　　B．I 为 DE 中点

C．△ADE 的周长是 8　　　　D．$\angle BIC=115^\circ$

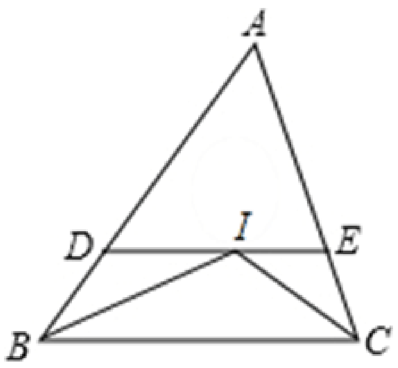
2．如图，EA⊥AB，BC⊥AB，AB=AE=2BC，D 为 AB 中点，在“①DE=AC；②DE⊥AC；③∠EAF=∠ADE；④∠CAB=30°”这四个结论中，正确的个数有　(　　)

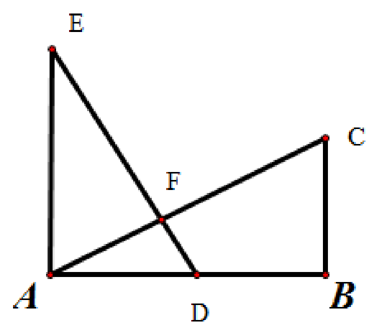
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

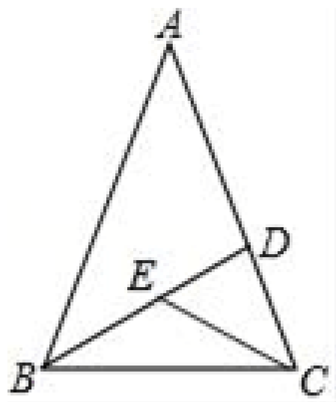
3．如图，在△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$AC=3$．若点 P 是 BC 边上任意一点，则 AP 的长不可能是（　　）

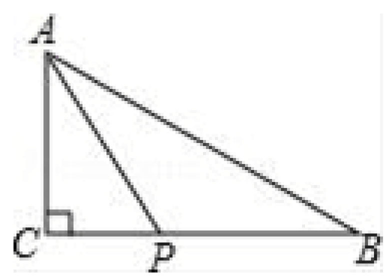
A．7　　B．5.3　　C．4.8　　D．3.5

4．如图，在△ABC中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，BD，CE 分别平分$\angle ABC$，$\angle ACB$，若 $CD=3$，则 CE 等于（　　）A．2　　B．2.5　　C．3　　D．3.5

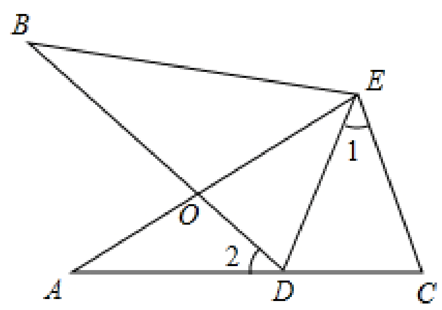








5．如图，$\angle A=\angle B$，$AE=BE$，点 D 在 AC 边上，$\angle 1=\angle 2$，AE 和 BD 相交于点 O，若$\angle 1=40^\circ$，则$\angle BDE$ 为(　　)度．



A．30°　B．40°　C．60°　D．70°

6．直角三角形一条直角边长为 8 cm，它所对的角为 30°，则斜边为（　　）A．16 cm　B．4cm　C．12cm D．$8\sqrt{3}$cm

7．已知一个等腰三角形的一个底角为 30°，则它的顶角等于(　　)

A．30°　　　　B．40°　　　　C．75°　　　　D．120°

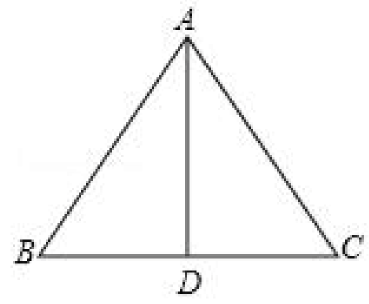
8．下列命题中，是假命题的是（　　）

A．等腰三角形是轴对称图形

B．两边分别相等且其中一组等边的对角相等的两个三角形全等

C．有一个角等于 60 的等腰三角形是等边三角形

D．到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上



9．如图，等边△ABC 的边长为 2，AD 是 BC 边上的高，则高 AD 的长为（　　）

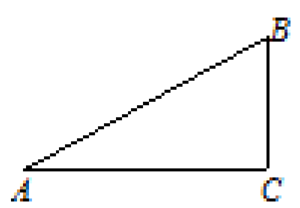
A．.1　　B．.$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．.2

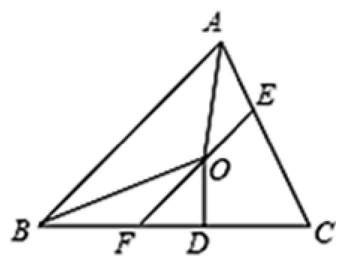
10．如图，在△ABC 中，∠C＝90°，∠A＝30°，AB＝4，则 BC 的长为______.

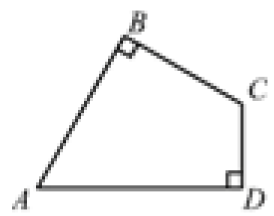
11．一个等腰三角形的两边分别是 4 和 9，则这个等腰三角形的周长是_________.

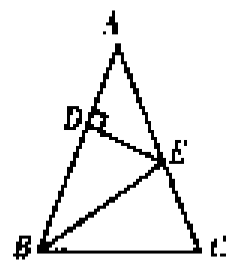
12．在△ABC 中，∠A=100°，∠B=40°，试判断△ABC 是______三角形.

13．如图，在△ABC 中，∠BAC 和∠ABC 的平分线相交于点 O，过点 O 作 EF∥AB 交 BC 于点 F，交 AC 于点 E，过点 O 作 OD⊥BC 于 D，下列四个结论：①∠AOB=90°+$\frac{1}{2}$∠C；②AE+BF=EF；③当∠C=90°时，E、F 分别是 AC、BC 的中点；④若 OD=a，CE+CF=$2b$，则 $S_{\triangle CEF}$=ab，其中正确的是______________







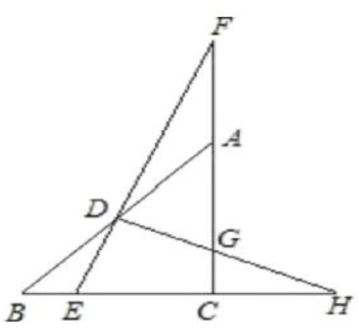


14．如图,在四边形 ABCD 中,∠A=60°,∠B=∠D=90°,AD=4,AB=3,则 CD=_________

15．若等腰三角形的两边长分别为 3 和 7,则它的周长为_______；若等腰三角形的两边长分别是 3 和 4,则它的周长为_____.

16．已知等腰三角形的两条边长分别为 2 和 3，则它的周长为________

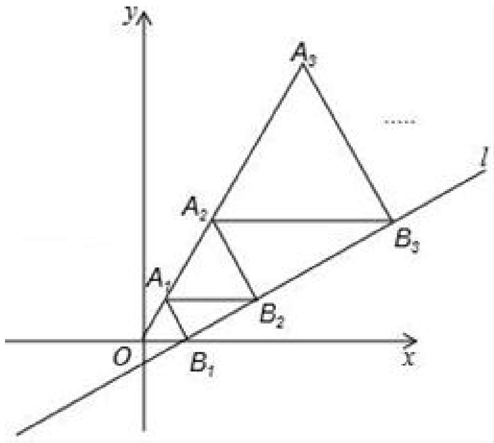
17. 如图，在等腰三角形 ABC 中，BE 平分 $\angle ABC$，$DE\perp AB$ 于点 D，腰 AB 的长比底 BC 多 3，$\triangle ABC$ 的周长和面积都是 24，则 DE __________.



18. 如图,D 为等腰 Rt△ABC 的斜边 AB 的中点,E 为 BC 边上一点,连接 ED 并延长交 CA 的延长线于点 F,过 D 作 DH⊥EF 交 AC 于 G、交 BC 的延长线于 H,则以下结论:①DE=DG;②BE=CG;③DF=DB;(④BH=CF.其中正确的是____

19. 在直角坐标系中，直线 l：y＝$\frac{\sqrt{3}}{3}$x－$\frac{\sqrt{3}}{3}$与 x 轴交于点 B_1，以 OB_1 为边长作等边△A_1OB_1，过点 A_1 作 A_1B_2 平行于 x 轴，交直线 l 于点 B_2，以 A_1B_2 为边长作等边△$A_2A_1B_2$，过点 A_2 作 A_1B_2 平行于 x 轴，交直线 l 于点 B_3，以 A_2B_3 为边长作等边△$A_3A_2B_3$，…，则等边△

$A_{2017}A_{2018}B_{2018}$的边长是______.



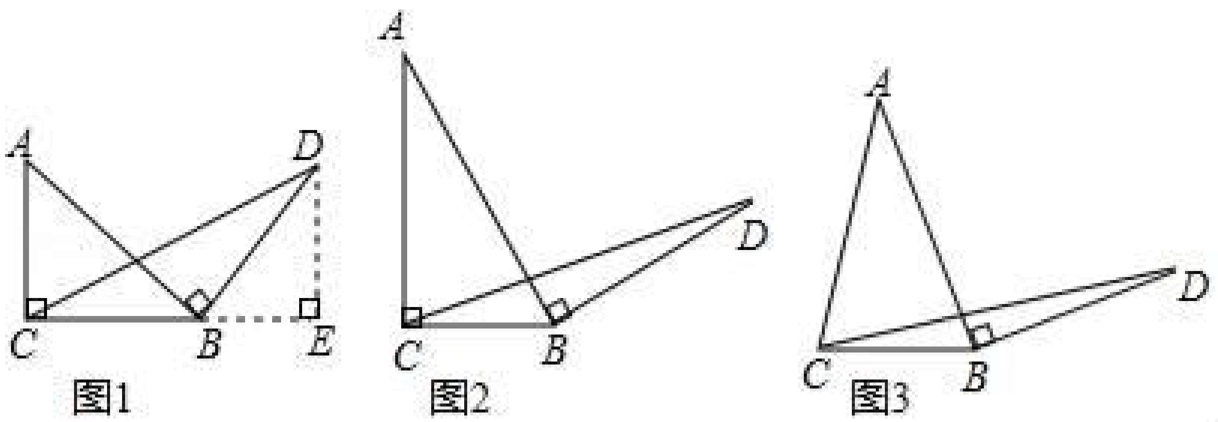
20．感知：如图①，在等腰直角三角形 *ABC* 中，∠*ACB*＝90°，*BC*＝*m*，将边 *AB* 绕点 *B* 顺时针旋转 90°得到线段 *BD*，过点 *D* 作 *DE*⊥*CB* 交 *CB* 的延长线于点 *E*，连接 *CD*.

（1）求证：△*ACB*≌△*BED*；

（2）△*BCD* 的面积为________（用含 *m* 的式子表示）.

拓展：如图②，在一般的 Rt△*ABC*，∠*ACB*＝90°，*BC*＝*m*，将边 *AB* 绕点 *B* 顺时针旋转 90°得到线段 *BD*，连接 *CD*，用含 *m* 的式子表示△*BCD* 的面积，并说明理由.

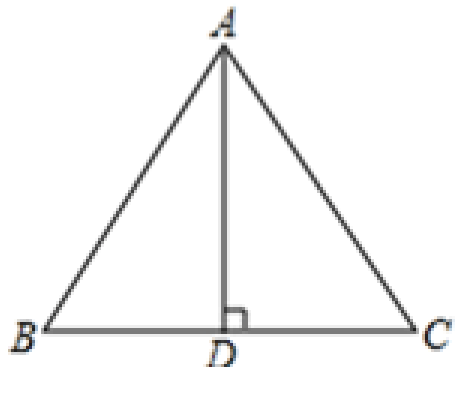
应用：如图③，在等腰△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，*BC*＝8，将边 *AB* 绕点 *B* 顺时针旋转 90°得到线段 *BD*，连接 *CD*，则△*BCD* 的面积为________；若 *BC*＝*m*，则△*BCD* 的面积为________（用含 *m* 的式子表示）.



21．如图，等边三角形 ABC 的边长是 10cm，求：

（1）高 AD 的长

（2）$S_{\triangle ABC}$（结果保留根号）

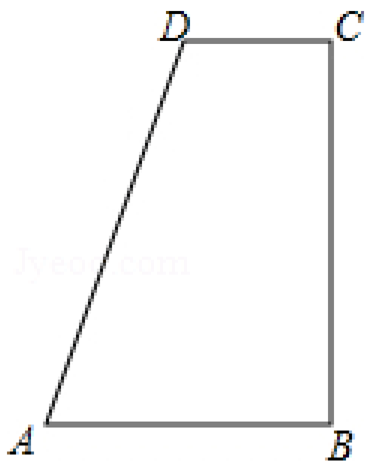


22．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle B=\angle C=90°$，$AB>CD$，$AD=AB+CD$．

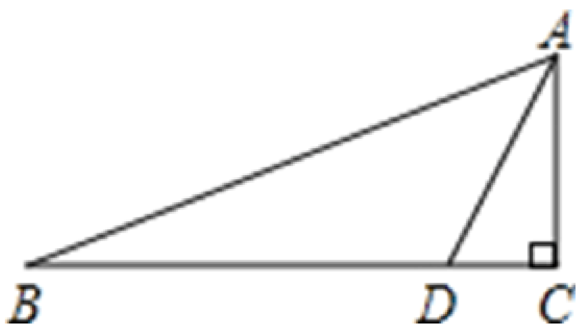
（1）利用尺规作$\angle ADC$ 的平分线 DE，交 BC 于点 E，连接 AE（保留作图痕迹，不写作法）；

（2）在（1）的条件下，①证明：$AE\perp DE$；

②若 $CD=2$，$AB=4$，点 M，N 分别是 AE，AB 上的动点，求 $BM+MN$ 的最小值．



23．如图，已知：在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=$\sqrt{3}$，点 D 为 BC 边上一点，且 BD=2AD，∠ADC=60°，求△ABC 的周长

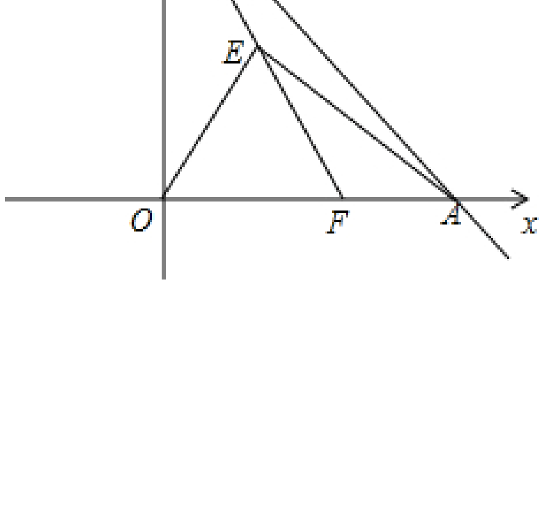


24．如图，在直角坐标系中，直线 $y=-x+b$ 与 x 轴正半轴，y 轴正半轴分别交于点 A，B，点 $F(2,0)$，点 E 在第一象限，$\triangle OEF$ 为等边三角形，连接 AE，BE

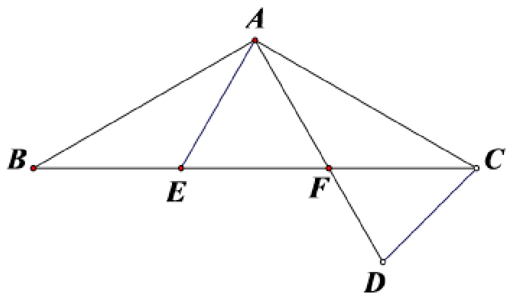
(1)求点 E 的坐标；

(2)当 BE 所在的直线将$\triangle OEF$ 的面积分为 3：1 时，求 $S_{\triangle AEB}$ 的面积；

(3)取线段 AB 的中点 P，连接 PE，OP，当$\triangle OEP$ 是以 OE 为腰的等腰三角形时，则 $b=$______（直接写出 b 的值）



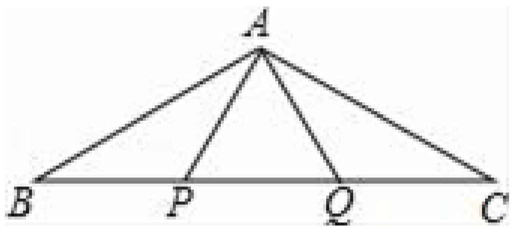
25. 如图，ΔABC 中，$AB=AC$，点 E，F 在边 BC 上，$BE=CF$，点 D 在 AF 的延长线上，$AD=AC$.



（1）求证：$\Delta ABE \cong \Delta ACF$；

（2）若$\angle BAE=30°$，则$\angle ADC=$ ______________（直接写答案）

26. 如图，P，Q 是△ABC 的边 BC 上的两点，且 $BP=PQ=QC=AP=AQ$，求$\angle ABC$ 的度数.



27. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，D 在边 AC 上，且$BD=DA=BC$.

(1)如图 1，填空$\angle A=$ ______°，$\angle C=$ ______°.

(2)如图 2，若 M 为线段 AC 上的点，过 M 作直线$MH\perp BD$于 H，分别交直线 AB、BC 与点 N、E.

①求证：$\triangle BNE$是等腰三角形；

②试写出线段 AN、CE、CD 之间的数量关系，并加以证明

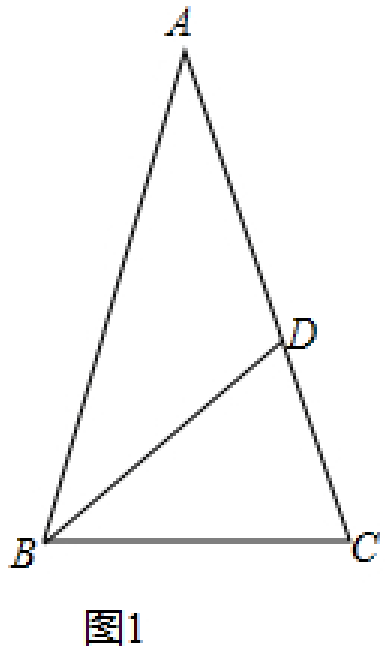


图1

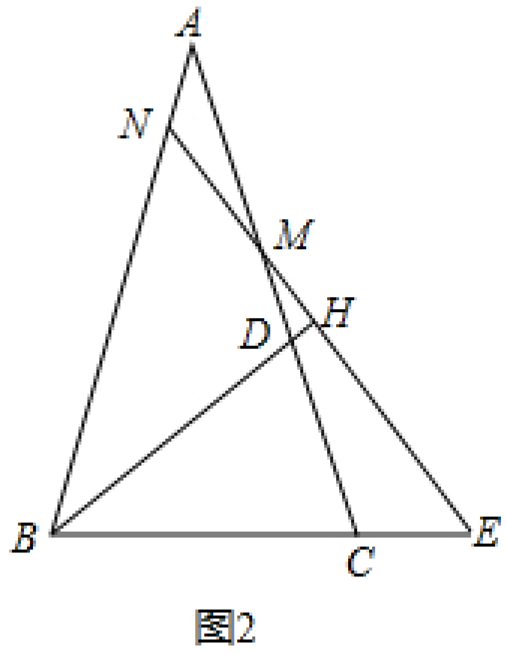


图2

参考答案

1．B

【解析】

【分析】

由角平分线以及平行线的性质可以得到等角，从而可以判定△IDB 和△IEC 是等腰三角形，所以 $BD=DI$，$CE=EI$，△ADE 的周长被转化为△ABC 的两边 AB 和 AC 的和，即求得△ADE 的周长为 8．

【详解】

解： BI 平分 $\angle DBC$，

$\therefore \angle DBI=\angle CBI$，

$DE//BC$，

$\because \angle DIB=\angle IBC$，

$\therefore \angle DIB=\angle DBI$，

$\therefore BD=DI$．

同理，$CE=EI$．

$\therefore$ △DBI 和△EIC 是等腰三角形；

$\therefore$ △ADE 的周长 $=AD+DI+IE+EA=AB+AC=8$；

$\because \angle A=50^{\circ}$，

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=130^{\circ}$，

$\therefore \angle IBC+\angle ICB=65^{\circ}$，

$\therefore \angle BIC=115^{\circ}$，

故选项 A，C，D 正确，

故选：B．

【点睛】

考查了等腰三角形的性质与判定以及角平分线的定义．此题难度适中，注意掌握数形结合思想与转化思想的应用．

2．C

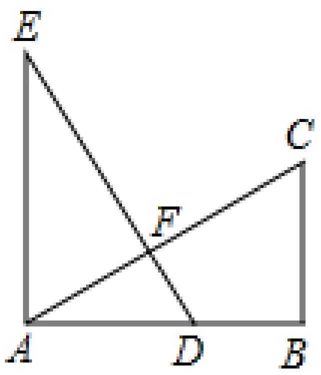
【解析】

【分析】

根据点D是AB的中点，得到AD=$\frac{AB}{2}$，由于AB=2BC，于是得到AD=BC，证得Rt△AED≌Rt△BAC，得到∠E=∠CAB，DE=AC，故①正确；由∠E+∠EDA=90°，得到∠FAD+∠EDA=90°，即可得到DE⊥AC，故②正确；根据同角的余角相等得到∠EAF=∠ADE，故③正确；根据BC是AB的一半，而不是AC的一半，故∠CAB不等于30°，故④错误.

【详解】

解：



点D是AB的中点，则AD=$\frac{AB}{2}$，

∵AB=2BC，

∴AD=BC，

∵EA⊥AB，CB⊥AB，

∴∠B=∠EAB=90°，

在△AED与△BAC中，$\begin{cases} AD=BC \\ \angle DAE=\angle CBA \\ AE=AB \end{cases}$，

∴△AED≌△BAC，

∴∠E=∠CAB，DE=AC，

∴①正确；

∵∠E+∠EDA=90°，

∴∠FAD+∠EDA=90°，

∴∠AFD=180°-（∠FAD+∠EDA）=90°，

∴DE⊥AC，

∴②正确；

∵∠EAF与∠ADE都是∠E的余角，

∴∠EAF=∠ADE，

∴③正确；

∵BC是AB的一半，而不是AC的一半，故∠CAB不等于30°，

∴④错误；

故选：C.

【点睛】

本题考查了全等三角形的判定和性质，三角形内角和定理，直角三角形的性质，灵活运用这些定理是解题的关键.

3．A

【解析】

【分析】

根据直角三角形的性质求出 AB 的长，再根据 AC、AB 的值即可得出 AP 的取值范围，再根据 AP 的取值范围即可得出答案.

【详解】

∵ $\angle C=90°$，$\angle B=30°$，

∴ $AB=2AC=6$，

∴ $3\leq AP\leq 6$，

故选：A.

【点睛】

本题考查的是直角三角形的性质.掌握在直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半是解题的关键.

4．C

【解析】

【分析】

根据等腰三角形性质和三角形的内角和得到∠ABC=∠ACB=72°，根据角平分线的定义得到∠DBC=∠ACE=36°，根据三角形的内角和得到∠CED=180°-∠ACE-∠BDC=72°，于是得到结论.

【详解】

∵AB=AC，∠A=36°，

∴∠ABC=∠ACB=72°，

∵BD，CE 分别平分∠ABC，∠ACB，

∴∠DBC=∠ACE=36°，

∴∠BDC=72°，

∴$\angle CED=180°-\angle ACE-\angle BDC=72°$，

∴$\angle CED=\angle CDE$，

∴CE=CD=3，

故选 C．

【点睛】

本题考查了等腰三角形的性质和判定，三角形的内角和，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键．

5．D

【解析】

【分析】

根据全等三角形的判定即可判断△AEC≌△BED，可知：EC=ED，∠C=∠BDE，根据等腰三角形的性质即可知∠C 的度数，从而可求出∠BDE 的度数；

【详解】

解：∵AE 和 BD 相交于点 O，

∴∠AOD=∠BOE．

在△AOD 和△BOE 中，

∠A=∠B，∴∠BEO=∠2．

又∵∠1=∠2，

∴∠1=∠BEO，

∴∠AEC=∠BED．

在△AEC 和△BED 中，

$$\begin{cases} \angle A=\angle B \\ AE=BE \\ \angle AEC=\angle BED \end{cases},$$

∴△AEC≌△BED（ASA）．

∴EC=ED，∠C=∠BDE．

在△EDC 中，

∵EC=ED，∠1=40°，

∴∠C=∠EDC=70°，

∴∠BDE=∠C=70°．

故选：D.

【点睛】

本题考查了全等三角形的性质与判定，以及等腰三角形的性质，解题的关键是熟练运用全等三角形的性质与判定，本题属于中等题型.

6．A

【解析】

【分析】

根据直角三角形30°角所对的直角边等于斜边的一半解答.

【详解】

∵直角边长为8cm的边所对的角为30°，

∴斜边=2×8=16cm，

故选A.

【点睛】

本题考查了含30度角的直角三角形的性质，熟练掌握“直角三角形30°角所对的直角边等于斜边的一半”是解题的关键.

7．D

【解析】

【分析】

根据已知可得到另一底角度数，根据三角形内角和定理即可求得顶角的度数.

【详解】

因为等腰三角形的两个底角相等，已知一个底角是30°，

所以它的顶角是180°-30°-30°=120°.

故选D.

【点睛】

此题考查等腰三角形的性质及三角形内角和定理的运用．本题给出了底角是30°，问题就变得比较简单，属于基础题.

8．B

【解析】

【分析】

根据等边三角形的性质和判定、全等三角形的判定、线段的垂直平分线的性质一一判断即可；

【详解】

解：A、等腰三角形的轴对称图形，正确，不符合题意；

B、两边分别相等且其中一组等边的对角相等的两个三角形全等，SSA 无法判断三角形全等，错误，符合题意；

C、有一个角等于 60 的等腰三角形是等边三角形，正确，不符合题意；

D、到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上，正确，不符合题意；

故选：B．

【点睛】

本题考查命题与定理、等边三角形的性质和判定、全等三角形的判定、线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

9．C

【解析】

【分析】

根据等边三角形的性质求出 *CD*，再根据勾股定理求出 *AD* 即可．

【详解】

∵等边△*ABC* 的边长为 2，*AD* 是 *BC* 边上的高，

∴∠*ADC*＝90°，$BD=CD=\frac{1}{2}BC=1$，

由勾股定理得：$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

故选 *C*．

【点睛】

本题考查了等边三角形的性质和勾股定理，能根据等边三角形的性质求出 *CD* 的长是解此题的关键．

10．2.

【解析】

【分析】

根据定理“在直角三角形中，30°角所对直角边的长度等于斜边的一半”即可得出 BC 的长.

【详解】

∵在△ABC 中，∠C＝90°，∠A＝30°，AB＝4

$\therefore BC=\frac{1}{2}AB=2$

【点睛】

本题考查直角三角形的性质.

11．22

【解析】

【分析】

等腰三角形两边的长为4cm和9cm，具体哪条是底边，哪条是腰没有明确说明，因此要分两种情况讨论.

【详解】

①当腰是4，底边是9时：不满足三角形的三边关系，因此舍去.

②当底边是4，腰长是9时，能构成三角形，则其周长=4+9+9=22.

故答案为：22.

【点睛】

考查等腰三角形的性质以及三边关系，熟练掌握等腰三角形的性质是解题的关键.

12．等腰或钝角

【解析】

【分析】

由三角形内角和等于180°及∠A、∠B的度数，可以求出∠C的度数，根据三个角的度数，可以判定三角形的形状.

【详解】

$\because \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$，$\angle A=40^\circ$，$\angle B=100^\circ$，

$\therefore \angle C=180^\circ-\angle A-\angle B=180^\circ-40^\circ-100^\circ=40^\circ$，

$\because \angle A=\angle C$，

∴△ABC是等腰三角形；

又$\angle B=100^\circ$，

∴△ABC是钝角三角形，

故△ABC的形状是等腰三角形或钝角三角形，

故答案为：等腰或钝角.

【点睛】

本题考查了三角形的内角和定理和三角形的形状问题，熟练掌握相关知识是解题的关键.

13．①②④

【解析】

【分析】

根据三角形的内角和定理可得∠BAC+∠ABC=180°-∠C，再根据角平分线的定义可得∠OAB+∠OBA=$\frac{1}{2}$（∠BAC+∠ABC），然后根据三角形的内角和定理列式整理即可得解，判断出①正确；由平行线的性质和角平分线的定义得出△BFO和△AEO是等腰三角形得出AE+BF=EF故②正确；根据角平分线的定义判断出点O在∠ACB的平分线上，从而得到点O不是∠ACB的平分线的中点，然后判断出③错误；根据角平分线上的点到角的两边距离相等可得点O到AC的距离等于OD，再利用三角形的面积公式列式计算即可得到$S_{\triangle CEF}$=ab，判断出④正确.

【详解】

在△ABC中，∠BAC+∠ABC=180°-∠C，

∵∠BAC和∠ABC的平分线相交于点O，

∴∠OAB+∠OBA=$\frac{1}{2}$（∠BAC+∠ABC）=90°-$\frac{1}{2}$∠C，

在△AOB中，∠AOB=180°-（90°-$\frac{1}{2}$∠C）=90°+$\frac{1}{2}$∠C，故①正确；

∵在△ABC中，∠BAC和∠ABC的平分线相交于点O，

∴∠OBC=∠OBA，∠OAE=∠OAB，

∵EF∥AB，

∴∠OBA=∠BOF，∠BAO=∠AOE，

∴∠BOF=∠FBO，∠OAE=∠AOE，

∴FB=FO，EO=EA，

∴EF=OE+OF=BF+AE，

故②正确；

∵∠BAC和∠ABC的平分线相交于点O，

∴点O在∠ACB的平分线上，

∴点O不是∠ACB的平分线的中点，

∵EF∥AB，

∴E，F一定不是AC，BC的中点，故③错误；

∵点 O 在∠ACB 的平分线上，

∴点 O 到 AC 的距离等于 OD，

∴S△CEF=$\frac{1}{2}$（CE+CF）•OD=$\frac{1}{2}$×2b•a=ab，故④正确；

综上所述，正确的是①②④

故答案为：①②④.

【点睛】

本题考查了角平分线的定义，平行线的性质，等腰三角形的判定，三角形的内角和定理，角平分线上的点到角的两边距离相等的性质，三角形的面积，熟记各性质并准确识图是解题的关键.

14．$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

【解析】

【分析】

延长 BC，AD 交于 E 点，在直角三角形 ABE 和直角三角形 CDE 中，根据 30°角所对的直角边等于斜边的一半和勾股定理即可解答.

【详解】

如图，延长 AD、BC 相交于 E，

∵∠A=60°,∠B=∠ADC=90°,

∴∠E=30°

∴AE=2AB，CE=2CD

∵AB=3，AD=4,

∴AE=6, DE=2

设 CD=x,则 CE=2x，DE=$\sqrt{3}$x

即$\sqrt{3}$x=2

x=$\frac{2}{3}\sqrt{3}$

即 CD=$\frac{2}{3}\sqrt{3}$