第六章 平面向量及其应用综合复习训练

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．设 O 为 $\triangle ABC$ 的内心，$AB=AC=13$，$BC=10$，$\overrightarrow{AO}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}\left(m,n\in\mathbf{R}\right)$，则 $m+n=$（　）.

A．$\dfrac{13}{36}$　　B．$\dfrac{13}{18}$　　C．$\dfrac{5}{18}$　　D．$\dfrac{5}{36}$

2．已知向量 $\vec{a}=\left(-1,1\right),\vec{b}=\left(2,3\right)$，则 $\vec{b}$ 在 $\vec{a}$ 上的投影向量的坐标为（　）

A．$\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$　　B．$\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$　　C．$\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$　　D．$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$

3．已知向量 $\vec{a}=\left(2,0\right)$，$\vec{b}=\left(\lambda,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$，若向量 $\vec{b}$ 在向量 $\vec{a}$ 上的投影向量 $\vec{c}=\left(\dfrac{1}{2},0\right)$，则 $\left|\vec{b}\right|=$（　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{7}$　　C．$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　　D．1

4．已知非零向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，则"$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$"是"$\vec{a}=\vec{b}$"的（　）条件

A．充分不必要　　B．必要不充分　　C．充要　　D．既不充分也不必要

5．已知 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，若 $a=1,b=\sqrt{3},A=30^\circ$，则 $B=$（　）

A．30°　　B．30° 或 150°

C．60°　　D．60° 或 120°

6．已知 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，设 $(\sin B+\sin C)^2=\sin^2 A+(2-\sqrt{2})\sin B\sin C$，

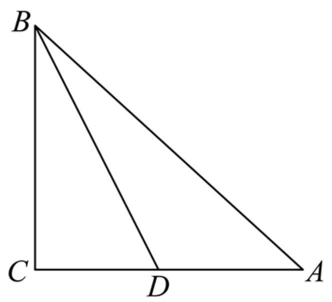
$\sqrt{2}\sin A-2\sin B=0$，则角 B 等于（　）

A．30°　　B．60°　　C．45°　　D．150°

7．$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c．已知 $\sin B-\sin A\left(\sin C+\cos C\right)=0$，$a=2$，$c=2\sqrt{2}$，则 b 为（　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$2\sqrt{2}$

8．$\triangle ABC$ 中，$\overrightarrow{AB}=\left(2m,m+5\right),\overrightarrow{AC}=\left(\cos\alpha,\sin\alpha\right),\left(m,\alpha\in\mathrm{R}\right)$，若对任意的实数 t，$\left|\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{AC}\right|\geq\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ 恒成立，则 BC 边的最小长度是（　）.



A．$\sqrt{10}$　　B．$\sqrt{15}$　　C．$\sqrt{19}$　　D．$2\sqrt{5}$

二、多选题

9．若$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，且$a=3$，$b=\sqrt{7}$，$c=1$，则（　）

A．$\triangle ABC$为锐角三角形

B．$\triangle ABC$的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{4}$

C．O为$\triangle ABC$的外心，则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=-\frac{14}{3}$

D．设$3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AC}$，则$BG=\frac{\sqrt{19}}{3}$

10．$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，S为$\triangle ABC$的面积，且$a=2$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\sqrt{3}S$，下列选项正确的是（　）

A．$A=\frac{\pi}{6}$

B．若$b=2$，则$\triangle ABC$只有一解

C．若$\triangle ABC$为锐角三角形，则b取值范围是$\left(2\sqrt{3},4\right]$

D．若$\triangle ABC$为锐角三角形，则$\triangle ABC$的面积的取值范围$\left(2\sqrt{3},2+\sqrt{3}\right]$

11．在$\triangle OAB$中，点$P_1,P_2,\ldots,P_{n-1}$分别是AB上的n等分点，其中$n\in\mathrm{N}^*,n\geq 4$，则（　）

A．$\overrightarrow{OP_{n-3}}\cdot\overrightarrow{OP_{n-2}}=\overrightarrow{OP_{n-2}}\cdot\overrightarrow{OP_{n-1}}$　　B．$2\overline{OP_{n-2}}=\overline{OP_{n-3}}+\overline{OP_{n-1}}$

C．$\overrightarrow{OP_{n-1}}=\frac{1}{n+1}\overrightarrow{OA}+\frac{n}{n+1}\overrightarrow{OB}$　　D．$2\left|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+\ldots+\overrightarrow{OP_{n-1}}\right|=(n-1)\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|$

12．设Ox，Oy是平面内相交成60°角的两条数轴，$\vec{e}_1,\vec{e}_2$分别是与x轴、y轴正方向同向的单位向量.若

$\overrightarrow{OP}=x\vec{e_1}+y\vec{e_2}$，则把有序实数对$(x,y)$叫做向量$\overrightarrow{OP}$在斜坐标系$Oxy$中的坐标，记作$\overrightarrow{OP}=(x,y)$.则下列说法正确的是（　）

A．若$\overrightarrow{OP}=(2,1)$，则$|\overrightarrow{OP}|=\sqrt{7}$

B．若$\overrightarrow{AB}=(2,1),\overrightarrow{BC}=\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right)$，则$A$，$B$，$C$三点共线

C．若$\overrightarrow{OP_1}=(3,2),\overrightarrow{OP_2}=(2,-3)$，则$\overrightarrow{OP_1}\perp\overrightarrow{OP_2}$

D．若$\overrightarrow{OA}=(2,0),\overrightarrow{OB}=(0,3),\overrightarrow{OC}=(4,1)$，则四边形$OACB$的面积为$\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$

三、填空题

13．已知$\triangle ABC$的边$AC=4$，且$\dfrac{3}{\tan A}+\dfrac{2}{\tan B}=1$，则$\triangle ABC$的面积的最大值为______.

14．在$\triangle ABC$中，已知向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$满足$\left(\dfrac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\dfrac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)\cdot\overrightarrow{BC}=0$，且$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，则角$B=$________.

15．若$AB=3$，$\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{CB}$，平面内一点$P$，满足$\dfrac{\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PC}}{|\overrightarrow{PA}|}=\dfrac{\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}}{|\overrightarrow{PB}|}$，$\sin\angle PAB$的最大值是______.

16．已知A,B,C为圆O上的三点，若$\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，则$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为______.

四、解答题

17．在$\triangle ABC$中，内角A,B,C所对的边分别为a,b,c，已知$4a^2=bc\cos A+ac\cos B$.

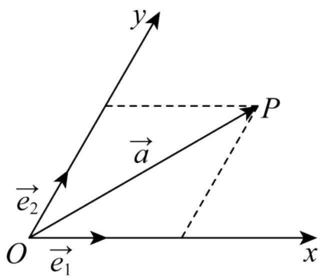
(1)求$\dfrac{\sin A}{\sin C}$的值.

(2)若BD是$\angle ABC$的平分线.

（i）求证：$BD^2=BA\cdot BC-DA\cdot DC$；

（ii）若$a=1$，求$BD\cdot AC$的最大值.

18．如图，设Ox,Oy是平面内相交成60°角的两条数轴，$\vec{e_1},\vec{e_2}$分别是与x轴、y轴正方向同向的单位向量．若向量$\overrightarrow{OP}=x\vec{e_1}+y\vec{e_2}$，则把有序数对$(x,y)$叫做向量$\overrightarrow{OP}$在坐标系$Oxy$中的坐标．　设$\overrightarrow{OP}=2\vec{e_1}+3\vec{e_2}$，



(1)求$|\overrightarrow{OP}|$的模长；

(2)设$\overrightarrow{OQ}=\vec{e}+m\vec{e_2}$，若$\overrightarrow{OP}//\overrightarrow{OQ}$，求实数$m$的值；

(3)若$\overrightarrow{OA}=x_1\vec{e_1}+y_1\vec{e_2}$，$\overrightarrow{OB}=x_2\vec{e_1}+y_2\vec{e_2}$，有同学认为"$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$"的充要条件是"$x_1x_2+y_1y_2=0$"，你认为是否正确？若正确，请给出证明，若不正确，请说明理由.

19．已知C为$\triangle OAB$所在平面内一点，满足$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}, \left|\overrightarrow{OA}\right|=2\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|$，且$\triangle OAB$的面积为$\sqrt{15}$.

(1)求$\cos\angle AOB$的值;

(2)求$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$的值;

(3)若点P是线段AC上一点，过点P分别向BA, BC作垂线，垂足分别为E，F，求$\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PF}$的最小值.

20．在①$\frac{\cos B}{\cos C}=\frac{b}{2a-c}$；②$\frac{1}{\tan A}+\frac{1}{\tan B}=\frac{\sin C}{\sqrt{3}\sin A\cos B}$；③设$\triangle ABC$的面积为S，且$4\sqrt{3}S+3(b^2-a^2)=3c^2$．这三个条件中任选一个，补充在下面的横线上．并加以解答.

在$\triangle ABC$中，角A，B，C的对边分别为a，b，c，且_____，$b=2\sqrt{3}$.

(1)若$a+c=4$，求$\triangle ABC$的面积；

(2)求$\triangle ABC$周长的范围

(3)若$\triangle ABC$为锐角三角形，求$\frac{b+c}{a}$的取值范围.

21．已知向量$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$30°, |\vec{a}|=\sqrt{3}, |\vec{b}|=2$.

(1)求$|\vec{a}+\vec{b}|$的值；

(2)若$\vec{b}=\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$，求$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量$\vec{c}$的坐标.

参考答案：

1．B

【分析】取BC的中点E，连AE，则OE为内切圆的半径，利用面积关系求出OE，得$\overrightarrow{AO}=\frac{13}{18}\overrightarrow{AE}$，再根据$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$得$\overrightarrow{AO}=\frac{13}{36}\overrightarrow{AB}+\frac{13}{36}\overrightarrow{AC}$，由平面向量基本定理求出$m,n$可得答案.

【详解】取BC的中点E，连AE，

因为$AB=AC=13$，$BC=10$，所以$AE\perp BC$，$AE=\sqrt{13^2-\left(\frac{1}{2}\times 10\right)^2}=12$，

所以$\triangle ABC$的内心O在线段AE上，OE为内切圆的半径，

因为$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle AOB}+S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}$，

所以$\frac{1}{2}AE\cdot BC=\frac{1}{2}OE\cdot\left(AB+AC+BC\right)$，

所以$\frac{1}{2}\times 12\times 10=\frac{1}{2}OE\cdot\left(13+13+10\right)$，得$OE=\frac{10}{3}$，

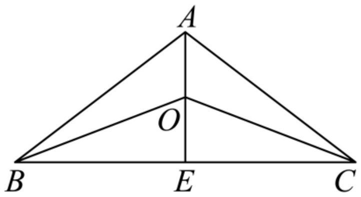
所以$AO=AE-OE=12-\frac{10}{3}=\frac{26}{3}$，

所以$\overrightarrow{AO}=\frac{13}{18}\overrightarrow{AE}$，

又$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$，所以$\overrightarrow{AO}=\frac{13}{36}\overrightarrow{AB}+\frac{13}{36}\overrightarrow{AC}$，

又已知$\overrightarrow{AO}=m\overrightarrow{AB}+n\overrightarrow{AC}$，所以$m=n=\frac{13}{36}$，

所以$m+n=\frac{13}{18}$.



故选：B.

【点睛】关键点点睛：利用面积关系求出内切圆半径,进而得到$\overrightarrow{AO}=\frac{13}{36}\overrightarrow{AB}+\frac{13}{36}\overrightarrow{AC}$是本题解题关键.

2．D

【分析】利用$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量的定义求解.

【详解】因为$\vec{a}\cdot\vec{b}=\left(-1,1\right)\cdot\left(2,3\right)=-2+3=1,|\vec{a}|^2=2$，

所以$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量的坐标为$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}\cdot\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{1}{2}(-1,1)=\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$.

故选：D.

3．D

【分析】利用$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量的定义求解.

【详解】解：由已知可得，$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量为$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}\cdot\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\frac{2\lambda}{2\times2}\vec{a}=\frac{\lambda}{2}\vec{a}=(\lambda,0)$，

又$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量$\vec{c}=\left(\frac{1}{2},0\right)$，所以$\lambda=\frac{1}{2}$.

所以$|\vec{b}|=\sqrt{\lambda^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}=1$，D 正确.

故选：D.

4．B

【分析】根据向量数量积的运算性质及充分条件、必要条件得解.

【详解】若$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$，可得$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=0$，即$\vec{a}-\vec{b}$与$\vec{c}$垂直即可，得不出$\vec{a}=\vec{b}$，

若$\vec{a}=\vec{b}$时，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$显然成立，

所以“$\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}$”是“$\vec{a}=\vec{b}$”的必要不充分条件，

故选：B

5．D

【分析】利用正弦定理求出$\sin B$，从而求出B.

【详解】由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，得$\frac{1}{\sin 30^\circ}=\frac{\sqrt{3}}{\sin B}$，解得$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又$0^\circ<B<150^\circ$，所以$B=60^\circ$或$B=120^\circ$.

故选：D

6．A

【分析】先利用正弦定理角化边，整理后利用余弦定理求出角A，代入$\sqrt{2}\sin A-2\sin B=0$求出角B.

【详解】由正弦定理可得$(b+c)^2=a^2+(2-\sqrt{2})bc$，

整理得$b^2+c^2=a^2-\sqrt{2}bc$，

由余弦定理$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{a^2-\sqrt{2}bc-a^2}{2bc}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，

又 $A\in\left(0,\pi\right)$，所以 $A=\dfrac{3\pi}{4}$，

所以 $\sqrt{2}\sin\dfrac{3\pi}{4}-2\sin B=0$，得 $\sin B=\dfrac{1}{2}$，又 $B\in\left(0,\pi\right)$，

所以 $B=\dfrac{\pi}{6}$ 或 $B=\dfrac{5\pi}{6}$ （$A+B>\pi$，舍去）

故选：A.

7．C

【分析】利用三角恒等变换可得 $\cos A-\sin A=0$，进而可求得A，由余弦定理得 $2^2=b^2+(2\sqrt{2})^2-2b\cdot 2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4}$，可求 b 的值.

【详解】由 $\sin B-\sin A(\sin C+\cos C)=0$，可得 $\sin(A+C)-\sin A\sin C-\sin A\cos C=0$，

所以 $\cos A\sin C-\sin A\sin C=0$，因为 $\sin C\neq 0$，所以 $\cos A-\sin A=0$，

所以 $\tan A=1$，因为 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{4}$，

在 $\triangle ABC$ 中，由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

所以 $2^2=b^2+(2\sqrt{2})^2-2b\cdot 2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{4}$，所以 $b^2-4b+4=0$，解得 $b=2$.

故选：C.

8．C

【分析】设 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，得到 $\left|\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|\geq\left|\overrightarrow{CB}\right|$ 恒成立，得出 $AC\perp BC$，根据题意，结合勾股定理，得到 $\left|BC\right|=\sqrt{\left|\overrightarrow{AB}\right|^2-\left|\overrightarrow{AC}\right|^2}$，即可求解.

【详解】设 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，如图所示，

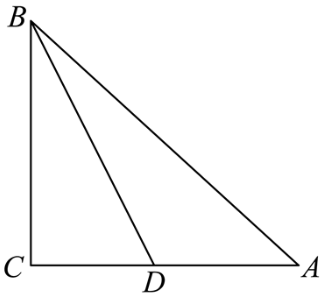
因为对任意的实数 t，都有 $\left|\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{AC}\right|\geq\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$ 恒成立，

由 $\left|\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|\geq\left|\overrightarrow{CB}\right|$ 恒成立，则 $AC\perp BC$，

因为 $\overrightarrow{AB}=\left(2m,m+5\right),\overrightarrow{AC}=\left(\cos\alpha,\sin\alpha\right)$，所以 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{5(m+1)^2+20},\left|\overrightarrow{AC}\right|=1$，

所以 $\left|BC\right|=\sqrt{\left|\overrightarrow{AB}\right|^2-\left|\overrightarrow{AC}\right|^2}=\sqrt{5(m+1)^2+20-1}\geq\sqrt{20-1}=\sqrt{19}$，

当且仅当 $m=-1$ 时，等号成立.



故选：C．

【点睛】关键点点睛：设 $\overrightarrow{AD}=t\overrightarrow{AC}$，得到 $\left|\overrightarrow{AB}-t\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{DB}\right|\geq\left|\overrightarrow{CB}\right|$ 恒成立，得出 $AC\perp BC$，是解决本题的关键.

9．BD

【分析】对于 A：计算 $\cos A$ 的正负即可；对于 B：直接用面积公式计算即可；对于 C：利用余弦定理求出 B，利用正弦定理求出外接圆半径，再直接利用向量的定义计算 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}$ 即可；对于 D：先表示出 $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$，然后两边同时平方计算.

【详解】对于 A：$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\frac{7+1-9}{2\sqrt{7}}=-\frac{1}{2\sqrt{7}}<0$，A 为 $\triangle ABC$ 中的角，故 A 为钝角，$\triangle ABC$ 为钝角三角形，A 错误；

对于 B：$\sin A=\sqrt{1-\cos^2 A}=\sqrt{1-\frac{1}{28}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$，

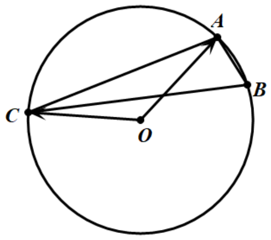
则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times1\times\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，B 正确；

对于 C：$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{9+1-7}{6}=\frac{1}{2}$，$B$ 为 $\triangle ABC$ 中的角，则 $B=\frac{\pi}{3}$，

所以 $\angle AOC=\frac{2\pi}{3}$，设 $\triangle ABC$ 的外接圆半径为 R，

由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=2R$ 得 $R=\frac{a}{2\sin A}=\frac{3}{2\times\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$，

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\left|\overrightarrow{OA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OC}\right|\cos\angle AOC=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{6}$，C 错误；

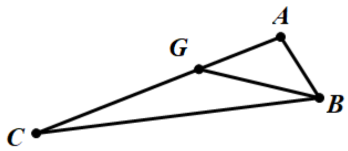


对于 D：因为$3\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AC}$，

则$\overrightarrow{BG}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$，

所以$\overrightarrow{BG}^2=\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}\right)^2=\frac{1}{9}\overrightarrow{BC}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BA}^2+\frac{4}{9}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$

$=\frac{1}{9}\times 9+\frac{4}{9}\times 1+\frac{4}{9}\times 3\times 1\times\frac{1}{2}=\frac{19}{9}$，所以$BG=\frac{\sqrt{19}}{3}$，D 正确.



故选：BD.

10．ABD

【分析】利用平面向量数量积公式及三角形面积公式可判定 A，直接解三角形可判定 B，利用角的范围结合正弦定理可判定 C，利用正弦定理将边化角，再由面积公式、三角恒等变换公式及正弦函数的性质求出$S_{\triangle ABC}$的范围，即可判断 D.

【详解】对于 A，因为$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2\sqrt{3}S$，所以$bc\cos A=2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}bc\sin A$，则$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

因为$A\in\left(0,\pi\right)$，所以$A=\frac{\pi}{6}$，故 A 正确；

对于 B，因为$b=2=a$，则$B=A=\frac{\pi}{6}$，$C=\frac{2\pi}{3}$，故$\triangle ABC$只有一解，故 B 正确；

对于 C，若$\triangle ABC$为锐角三角形，则$B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$C\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

则$\begin{cases}0<B<\frac{\pi}{2}\\0<\pi-\frac{\pi}{6}-B<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，则$\frac{\pi}{3}<B<\frac{\pi}{2}$，即$\sin B\in\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1\right)$，

由正弦定理可知$b=\frac{a\sin B}{\sin A}=4\sin B\in\left(2\sqrt{3},4\right)$，故 C 错误；

对于 D，由正弦定理可知$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin A}=\frac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}=4$，

所以$b=4\sin B$， $c=4\sin C$，

所以$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=\dfrac{1}{2}\times 4\sin B\times 4\sin C\times\dfrac{1}{2}=4\sin B\sin C$

$=4\sin B\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+B\right)=4\sin B\left(\sin\dfrac{\pi}{6}\cos B+\cos\dfrac{\pi}{6}\sin B\right)$

$=4\sin B\left(\dfrac{1}{2}\cos B+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin B\right)=2\sin B\cos B+2\sqrt{3}\sin^2 B$

$=\sin 2B+\sqrt{3}\left(1-\cos 2B\right)=\sin 2B-\sqrt{3}\cos 2B+\sqrt{3}$

$=2\sin\left(2B-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}$，

因为$\dfrac{\pi}{3}<B<\dfrac{\pi}{2}$，所以$\dfrac{\pi}{3}<2B-\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{2\pi}{3}$，即$\sin\left(2B-\dfrac{\pi}{3}\right)\in\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},1\right]$，

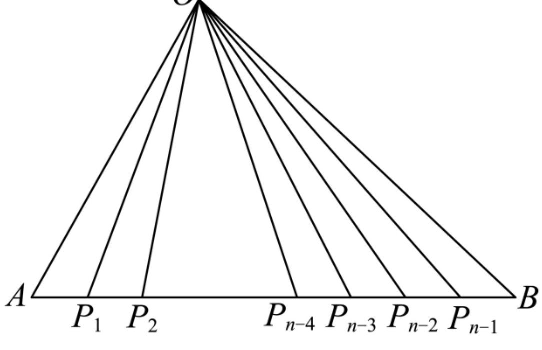
所以$S_{\triangle ABC}\in\left(2\sqrt{3},2+\sqrt{3}\right]$，故D正确.

故选：ABD.

11．BD

【分析】本题重点是研究线段AB的n等分点，A选项是两向量与同一条向量的数量积，易联想到这两向量$\overrightarrow{OP_{n-3}},\overrightarrow{OP_{n-1}}$在同一条向量$\overrightarrow{OP_{n-2}}$上的投影向量的大小，结合图形，易判断A是错误的，再利用中线向量的性质可判断$2\overline{OP_{n-2}}=\overline{OP_{n-3}}+\overline{OP_{n-1}}$是正确的， C选项中通过向量的加法运算和共线运算，发现共线向量的比例明显有错误， 而D选项，依次利用同一条向量在两个三角形中的加法法则可得，$\overrightarrow{OP_1}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AP_1}$，$\overrightarrow{OP_1}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BP_1}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{AP_{n-1}}$，相加得$2\overrightarrow{OP_1}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{AP_1}-\overrightarrow{AP_{n-1}}$，再利用累加法可计算得到结果是正确.

【详解】



选项A：$\overrightarrow{OP_{n-3}}\cdot\overrightarrow{OP_{n-2}}=\left|\overrightarrow{OP_{n-3}}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OP_{n-2}}\right|\cos\angle P_{n-3}OP_{n-2}$，