

第三节 双因素方差分析

- 一. 双因素方差分析的基本问题
- 二. 双因素方差分析的数据结构
- 三. 双因素方差分析的步骤
- 四. 一个应用实例

双因素方差分析的基本问题

一、概念要点

- 1.分析两个因素(因素A和因素B)对试验结果的影响
- 2.分别对两个因素进行检验,分析是一个因素在起作用,还是两个因素都起作用,还是两个因素都不起作用
- 3.如果A和B对试验结果的影响是相互独立的,分别判断因素A和因素B对试验指标的影响,这时的双因素方差分析称为无交互作用的双因素方差分析
- 4.如果除了A和B对试验结果的单独影响外,因素A和因素B的搭配还会对销售量产生一种新的影响,这时的双因素方差分析称为有交互作用的双因素方差分析
- 5.对于无交互作用的双因素方差分析,其结果与对每个因素分别进行单因素方差分析的结果相同

我们所讲的是无交互作用的双因素方差分析

二、双因素方差分析的基本假定

1、每个总体都服从正态分布

- 对于因素的每一个水平，其观察值是来自正态分布总体的简单随机样本

2、各个总体的方差必须相同

- 对于各组观察数据，是从具有相同方差的总体中抽取的

3、观察值是独立的

双因素方差分析的数据结构

$$\bar{x}_{i.}$$

$$\bar{x}_{1.}$$

$$\bar{x}_{2.}$$

$$\bar{x}_{k.}$$

$$\bar{x}$$

$$\bar{x}_{.j}$$

$$\bar{x}_{.1}$$

$$\bar{x}_{.2}$$

$$\bar{x}_{.r}$$

$$x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, r)$$

双因素方差分析的数据结构

⇒ \bar{x}_i 是因素 A 的第 i 个水平下各观察值的平均值

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^r x_{ij}}{r} \quad (i=1,2,\dots,k)$$

⇒ $\bar{x}_{.j}$ 是因素 B 的第 j 个水平下的各观察值的均值

$$\bar{x}_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^k x_{ij}}{k} \quad (j=1,2,\dots,r)$$

⇒ $\bar{\bar{x}}$ 是全部 kr 个样本数据的总平均值

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r x_{ij}}{kr}$$

双因素方差分析的步骤

- 提出假设
- 构造检验的统计量
- 统计决策



提出假设

1、对因素A提出的假设为

- $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_i = \dots = \mu_k$ (μ_i 为第*i*个水平的均值)
- $H_1: \mu_i$ ($i=1,2, \dots, k$) 不全相等

2、对因素B提出的假设为

- $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_j = \dots = \mu_r$ (μ_j 为第*j*个水平的均值)
- $H_1: \mu_j$ ($j=1,2, \dots, r$) 不全相等

构造检验的统计量

- 1、为检验 H_0 是否成立，需确定检验的统计量
- 2、构造统计量需要计算
 - 总离差平方和
 - 水平项平方和
 - 误差项平方和
 - 均方

构造检验的统计量 (计算总离差平方和 SST)

1. 全部观察值 x_{ij} ($i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, r$) 与总平均值 \bar{x} 的离差平方和
2. 反映全部观察值的离散状况
3. 计算公式为

$$SST = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (x_{ij} - \bar{x})^2$$

构造检验的统计量 (计算SSA、SSB和SSE)

1. 因素A的离差平方和SSA

$$SSA = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2$$

2. 因素B的离差平方和SSB

$$SSB = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (\bar{x}_{.j} - \bar{\bar{x}})^2$$

3. 误差项平方和SSE

$$SSE = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{\bar{x}})^2$$

构造检验的统计量 (各平方和的关系)

- 总离差平方和(SST)、水平项离差平方和(SSA 和 SSB)、误差项离差平方和(SSE)之间的关系

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$$

$$= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (\bar{x}_{i.} - \bar{\bar{x}})^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (\bar{x}_{.j} - \bar{\bar{x}})^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^r (x_{ij} - \bar{x}_{i.} - \bar{x}_{.j} + \bar{\bar{x}})^2$$

$$\mathbf{SST = SSA + SSB + SSE}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/608020142142007001>