

端点效应洛必达法则

洛必达法制：若函数 $f(x)$ 和函数 $g(x)$ 满足：

①当 $x \rightarrow a$ 时，函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 趋于 0；

②在点 a 的去心邻域内， $f'(x)$ 与 $g'(x)$ 存在且 $g'(x) \neq 0$ ；

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

例如：当 $x \rightarrow 0$ 时，求 $\frac{e^x - 1}{x}$ 的值。

解：由洛必达法制可知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} = 1$

典例 1、若对于任意的 $x > 0$ ，都有 $e^x - 1 > ax$ 恒成立，求 a 的取值范围。

典例 2、若对于任意的 $x \geq 0$ ，都有 $e^x \geq 1 + x + ax^2$ 恒成立，求 a 的取值范围.

典例 3、已知函数 $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$, $a \in \mathbb{R}$, 若对于任意的 $x \in \mathbb{R}$, 都有 $f(x) \leq 1$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

典例 4、已知函数 $f(x) = x^2 \ln x - x - 1$ ，若对于任意的 $x \in \mathbb{R}$ ，都有 $f(x) \leq m(x - 1)^2$ 恒成立，求 m 的取值范围.

好题精选

1、(全国新课标理) 已知函数 $f(x) = \frac{a \ln x}{x-1} + \frac{b}{x}$, 当 $x > 0$, 且 $x \neq 1$ 时, $f(x) > \frac{\ln x}{x-1} + \frac{k}{x}$, 求 k 的取值范围.

2、(个人原创) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$, 当 $a \in \mathbb{R}$ 时, 若 $\forall x \in (-\infty, 0)$, 都有 $f(x) \geq e^x$ 恒成立, 求 b 的取值范围.

$\sin x \geq ax^3$ 对于 $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/615201143101011102>