

# 端点效应洛必达法则

洛必达法制：若函数  $f(x)$  和函数  $g(x)$  满足：

①当  $x \rightarrow a$  时，函数  $f(x)$  和  $g(x)$  趋于 0；

②在点  $a$  的去心邻域内， $f'(x)$  与  $g'(x)$  存在且  $g'(x) \neq 0$ ；

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

例如：当  $x \rightarrow 0$  时，求  $\frac{e^x - 1}{x}$  的值。

解：由洛必达法制可知  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} = 1$

典例 1、若对于任意的  $x > 0$ ，都有  $e^x - 1 > ax$  恒成立，求  $a$  的取值范围。

典例 2、若对于任意的  $x \geq 0$ ，都有  $e^x \geq 1 + x + ax^2$  恒成立，求  $a$  的取值范围.



典例 3、已知函数  $f(x) = a \ln x + \frac{1}{x}$ ,  $a \in \mathbb{R}$ , 若对于任意的  $x \in \mathbb{R}$ , 都有  $f(x) \geq 1$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.



典例 4、已知函数  $f(x) = x^2 \ln x - x - 1$ ，若对于任意的  $x > 1$ ，都有  $f(x) < m(x - 1)^2$  恒成立，求  $m$  的取值范围.

## 好题精选

1、(全国新课标理) 已知函数  $f(x) = \frac{a \ln x}{x-1} + \frac{b}{x}$ , 当  $x > 0$ , 且  $x \neq 1$  时,  $f(x) > \frac{\ln x}{x-1} + \frac{k}{x}$ , 求  $k$  的取值范围.





2、(个人原创) 已知函数  $f(x) = x^3 - ax^2 - bx + a^2$ , 当  $a \leq 1$  时, 若  $\forall x \in (-\infty, 0)$ , 都有  $f(x) \geq e^x$  恒成立, 求  $b$  的取值范围.



$\sin x \geq ax^3$  对于  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/615201143101011102>