南海中学 23～24 学年度第一学期第一次学情调研测试九年级数学

（考试时间：120 分钟　满分：150 分）

一．选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 下列方程是关于 x 的一元二次方程的是（　　）

A. $ax^2+bx+c=0$　　B. $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=2$　　C. $x^2+2x=x^2-1$　　D. $3(x+1)^2=-3$

【答案】D

【解析】

【分析】只含有一个未知数，并且含未知数的项的最高次数是 2 的整式方程叫做一元二次方程，根据定义逐项判断即得答案

【详解】解：A．当 $a=0$ 时，原方程为一元一次方程，选项 A 不符合题意；

B．方程 $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}=2$ 是分式方程，选项 B 不符合题意；

C．方程 $x^2+2x=x^2-1$ 即为 $2x=-1$，是一元一次方程，选项 C 不符合题意；

D．$3(x+1)^2=-3$ 是一元二次方程，选项 D 符合题意．

故选：D．

【点睛】本题考查了一元二次方程的定义，熟知概念是关键．

2. 一组数据中，去掉一个最高分和一个最低分，下列数据一定不发生变化的是（　　）

A. 平均数　　B. 中位数　　C. 众数　　D. 方差

【答案】B

【解析】

【分析】根据平均数、中位数、众数、方差的定义判断即可．

【详解】解：一组数据中，去掉一个最高分和一个最低分，再进行统计，则上述四个统计量中，一定不会发生变化的是中位数；平均数、众数、方差都会发生改变；

故选：B．

【点睛】此题主要考查了中位数、众数、算术平均数、方差的含义和判断，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：中位数代表了这组数据值大小的“中点”，不易受极端值影响．

3. 若 x_1,x_2 是一元二次方程 $x^2-x-6=0$ 的两个根，则 x_1x_2 的值是（　　）

A. 1　　B. -6　　C. -1　　D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系，即可得到答案.

【详解】∵ x_1,x_2 是一元二次方程 $x^2-x-6=0$ 的两个根，

∴ $x_1x_2=\frac{c}{a}=\frac{-6}{1}=-6$，

故选 B.

【点睛】本题主要考查一元二次方程根与系数的关系，掌握 $ax^2+bx+c=0$（a≠0）的两个根 x_1，x_2 满足：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$，是解题的关键.

4. 云南省是我国花卉产业大省，一年四季都有大量鲜花销往全国各地，花卉产业已成为该省许多地区经济发展的重要项目.2020年花卉产值为1000万元.近年来某乡的花卉产值不断增加，2022年花卉产值达到1400万元．设2021和2022年花卉产值的年平均增长率均为 x，则下列方程正确的是（　　）

A. $1000(1+x)=1400$

B. $1000(1+2x)=1400$

C. $1000(1+x)^2=1400$

D. $1000(1+x)+1000(1+x)^2=1400$

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意得到关系式为：2020年花卉产值×（1+年平均增长率）²=2022年花卉产值，把相关数值代入求得合适的解即可.

【详解】解：根据题意得 $1000(1+x)^2=1400$，

故选：C.

【点睛】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程中求平均变化率的方法．若设变化前的量为 a，变化后的量为 b，平均变化率为 x，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1\pm x)^2=b$.

5. 下列语句中，正确的是（　）

A. 经过三点一定可以作圆

B. 等弧所对的圆周角相等

C. 相等的弦所对的圆心角相等

D. 三角形的外心到三角形各边距离相等

【答案】B

【解析】

【分析】由确定圆的条件、圆周角定理、轴对称图形的概念判断.

【详解】A、经过不在同一直线上的三个点一定可以作圆，所以是假命题；

B、等弧所对的圆周角相等，所以是是真命题；

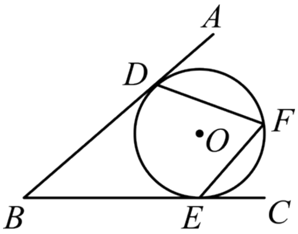
C、在同圆或等圆中，相等的圆周角所对的弧相等，所以是假命题；

D、三角形的外心到三角形各顶点的距离都相等，所以是假命题；

故选：B．

【点睛】考查了命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题．判断命题的真假关键是要熟悉性质定理．

6. 如图，$\odot O$ 分别切 $\angle ABC$ 的两边 AB，BC 于点 D，E，点 F 在 $\odot O$ 上．若 $\angle ABC=50^o$，则 $\angle F$ 的度数是（　　）



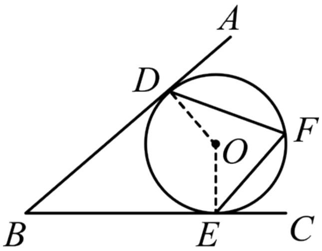
A. $50°$　　B. $65°$　　C. $80°$　　D. $130°$

【答案】B

【解析】

【分析】连接 OD、OE，求出 $\angle DOE$，根据圆周角定理即可求出 $\angle F=\frac{1}{2}\angle DOE=65°$．

【详解】解：连接 OD、OE，



$\because \odot O$ 与 $\angle ABC$ 的两边分别相切于点 D、E，

$\therefore OD\perp AB$，$OE\perp BC$，

$\therefore \angle ODB=\angle OEB=90°$，

$\because \angle ABC=50°$，

$\therefore \angle DOE=360°-\angle ODB-\angle OEB-\angle ABC$，即 $\angle DOE=360°-90°-90°-50°=130°$，

$\therefore \angle F=\frac{1}{2}\angle DOE=65°$，

故选：B．

【点睛】本题主要考查对切线的性质，四边形内角和定理，圆周角定理等知识点的理解和掌握，能综合运用性质进行推理是解此题的关键．

7. 已知一元二次方程$a(x+m)^2+n=0$（a≠0）的两根分别为-3，1，则方程$a(x+m-2)^2+n=0$（a≠0）的两根分别为（　　）

A. 1,5　　　　B. -1,3　　　　C. -3,1　　　　D. -1,5

【答案】B

【解析】

【分析】利用换元法令$y=x-2$，可得到y的值，即可算出x的值，即方程$a\left(x+m-2\right)^2+n=0$（a≠0）的两根.

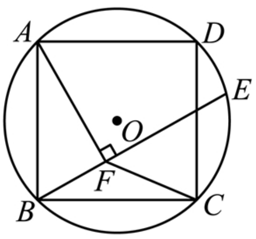
【详解】记$y=x-2$，则$a\left(x+m-2\right)^2+n=0$即$a\left(y+m\right)^2+n=0$的两根为-3，1

故$x=y+2=-1$，3.

故选B.

【点睛】本题主要考查换元法和解一元二次方程.

8. 如图，$\odot O$半径为$\sqrt{2}$，正方形$ABCD$内接于$\odot O$，点E在$\overset{\frown}{ADC}$上运动，连接BE，作$AF\perp BE$，垂足为F，连接CF．则CF长的最小值为（　　）



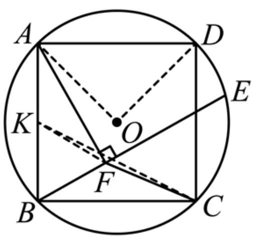
A. $\sqrt{5}-1$　　　　B. 1　　　　C. $\sqrt{2}-1$　　　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】取AB的中点K，连接FK，CK，根据$CF\geq CK-FK$即可解决问题.

【详解】解：如图，连接AO,DO，取AB的中点K，连接FK，CK，



$\because AF\perp BE$，

$\therefore \angle AFB=90^\circ$，

$\because AK = BK$，

$\therefore KF = AK = BK$，

$\because$正方形 $ABCD$ 的外接圆的半径为 $\sqrt{2}$，

$\therefore AD = \sqrt{OA^2 + OD^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2} = 2$，

$\therefore AB = BC = 2$，

$\therefore KF = AK = KB = 1$，

$\because \angle CBK = 90°$，

$\therefore CK = \sqrt{BK^2 + BC^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$，

$\because CF \geq CK - KF$，

$\therefore CF \geq \sqrt{5} - 1$，

$\therefore CF$ 的最小值为 $\sqrt{5} - 1$.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了正方形的性质，勾股定理，直角三角形斜边上的中线的性质，根据两点之间线段最短确定 CF 的最小值是解决本题的关键.

二．填空题（每题 3 分，共 30 分）

9. 一元二次方程 $x^2=2x$ 的解为________.

【答案】$x_1=0$，$x_2=2$

【解析】

【分析】利用因式分解法求解即可.

【详解】移项得 $x^2-2x=0$，即 x（$x-2$）$=0$，

解得 $x=0$ 或 $x=2$.

故答案为：$x_1 = 0, x_2 = 2$

【点睛】本题考查了一元二次方程的解法．解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

10. 圆锥的底面半径是 3cm，母线长 10cm，则它的侧面积为____.

【答案】30π

【解析】

【分析】圆锥的侧面积=底面周长×母线长÷2，把相应数值代入即可求解.

【详解】解：圆锥的侧面积 $= 2\pi \times 3 \times 10 \div 2 = 30\pi$.

故答案为：30π.

【点睛】本题考查了圆锥的计算，解题的关键是弄清圆锥的侧面积的计算方法，特别是圆锥的底面周长等于圆锥的侧面扇形的弧长．

11. 已知一组数据的方差 $s^2=\frac{1}{4}$［$(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+(x_3-6)^2+(x_4-6)^2$］，那么这组数据的总和为_____.

【答案】24

【解析】

【分析】根据方差公式 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$中各个字母表示的意义，得出这组数据的平均数是 6，数据个数是 4，从而得出这组数据的总和．

【详解】$\because s^2=\frac{1}{4}[(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+(x_3-6)^2+(x_4-6)^2]$，

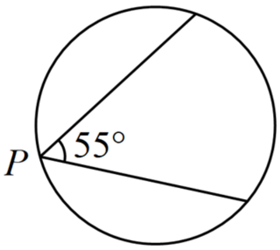
∴这组数据的平均数是 6，数据个数是 4，

∴这组数据的总和为 $4\times6=24$．

故答案为 24．

【点睛】本题考查了方差的定义：一般地设 n 个数据，x_1，x_2，$\ldots x_n$ 的平均数为$\overline{x}$，则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2]$，解题关键是对方差公式的理解．

12. 如图，某博览会上有一圆形展示区，在其圆形边缘的点 P 处安装了一台监视器，它的监控角度是 $55°$，为了监控整个展区，最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器__________台．



【答案】4

【解析】

【分析】圆周角定理求出$\angle P$对应的圆心角的度数，利用$360°\div$圆心角的度数即可得解．

【详解】解：$\because \angle P=55°$，

$\therefore \angle P$对应的圆心角的度数为$110°$，

$\because 360°\div110°\approx3.27$，

∴最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器 4 台；

故答案为：4

【点睛】本题考查圆周角定理，熟练掌握同弧所对的圆周角是圆心角的一半，是解题的关键.

13. 下表记录了四名运动员 100 米短跑几次选拔赛的成绩，现要选一名成绩好且发挥稳定的运动员参加市运动会 100 米短跑项目，应选择______.

	甲	乙	丙	丁
平均数（秒）	12.2	12.1	12.2	12.1
方差	6.3	5.2	5.8	6.1

【答案】乙

【解析】

【分析】先比较平均数，平均数相同时选择方差较小的参加比赛.

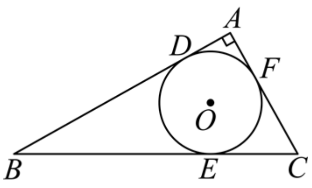
【详解】解：∵四人平均数非常接近，但乙的方差最小，

∴选择乙参加比赛.

故答案为乙.

【点睛】本题考查了平均数和方差，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

14. 如图，$\odot O$ 与 $\angle A=90^\circ$ 的 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的三边 AB、BC、AC 分别相切于点 D、E、F，若 $BE=10$，$CF=3$，则 $\odot O$ 的半径为____.

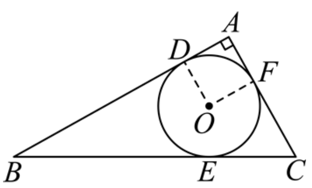


【答案】2

【解析】

【分析】连接 OD，OF，易证四边形 $ADOF$ 是正方形，设 $AD=AF=r$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，然后根据勾股定理列出关于 x 的方程求解即可.

【详解】解：如图：连接 OD，OF，



∵ AC、AB、CB 与 $\odot O$ 相切，

∴ $BD = BE = 10$，$CE = CF = 3$，$AD = AF$，$OD \perp AB$，$OF \perp AC$，

∴ $\angle ADO = \angle AFO = 90°$，

∵ $\angle BAC = 90°$，

∴四边形 $ADOF$ 是矩形，

∵ $OD = OF$，

∴矩形 $ADOF$ 是正方形，

∴ $AD = OD$，

设 $AD = AF = r$，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB = BD + AD = x + 10$，$AC = CF + AF = x + 3$，$BC = BE + CE = 13$，

由勾股定理得，$AB^2 + AC^2 = BC^2$，

∴ $(10 + x)^2 + (x + 3)^2 = 13^2$，

∴ $x_1 = 2$，$x_2 = -15$（舍去），

∴ $OD = 2$，即 $\odot O$ 的半径为 2.

故答案为 2.

【点睛】本题主要考查了切线的性质、勾股定理、正方形的判定与性质等知识点，理解切线的性质是解答本题的关键.

15. 若关于 x 的方程 $kx^2 - x + 1 = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是____.

【答案】$k \le \frac{1}{4}$ 且 $k \ne 0$

【解析】

【分析】根据关于 x 的方程 $kx^2 - x + 1 = 0$ 有两个实数根，得到 $\Delta = (-1)^2 - 4k \ge 0$ 且 $k \ne 0$，即可得到 k 的取值范围.

【详解】解：∵关于 x 的方程 $kx^2 - x + 1 = 0$ 有两个实数根，

∴ $\Delta = (-1)^2 - 4k \ge 0$ 且 $k \ne 0$，

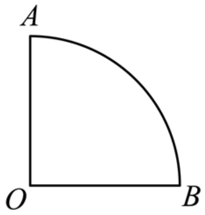
∴ $k \le \frac{1}{4}$ 且 $k \ne 0$.

即 k 的取值范围是 $k \le \frac{1}{4}$ 且 $k \ne 0$.

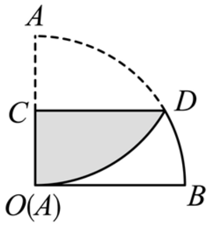
故答案为：$k \le \frac{1}{4}$ 且 $k \ne 0$.

【点睛】此题考查了一元二次方程的定义和根的判别式，熟练掌握一元二次方程的定义和根的判别式是解题的关键．

16. 如图①，一个扇形纸片的圆心角为$90°$，半径为4．如图②，将这张扇形纸片折叠，使点A与点O恰好重合，折痕为CD，图中阴影为重合部分，则阴影部分的面积为__________．



图①



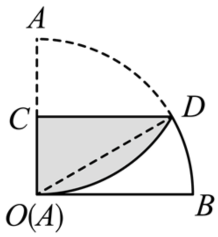
图②

【答案】$\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】连接OD，根据勾股定理求出CD，根据直角三角形的性质求出$\angle AOD$，根据扇形面积公式、三角形面积公式计算，得到答案．

【详解】解：连接OD，



在$Rt\triangle OCD$中，$OC=\frac{1}{2}OD=2$，

$\therefore\angle ODC=30°$，$CD=\sqrt{OD^2-OC^2}=2\sqrt{3}$，

$\therefore\angle COD=60°$，

$\therefore$阴影部分的面积$=\frac{60\pi\times4^2}{360}-\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}$，

故答案为：$\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查的是扇形面积计算、勾股定理，解题的关键是掌握扇形面积公式．

17. 设m、n是一元二次方程$x^2-3x-1=0$的两个根，则$2m^2-5m+n$的值为______．

【答案】5

【解析】

【分析】根据方程的根的定义，以及根与系数的关系，得到$m^2-3m=1$，$m+n=3$，整体代入求值即可．

【详解】解：Q m 、n 是一元二次方程 $x^2-3x-1=0$ 的两个根，

$\therefore m^2-3m=1$，$m+n=3$，

$\therefore 2m^2-5m+n$

$=2\left(m^2-3m\right)+\left(m+n\right)$

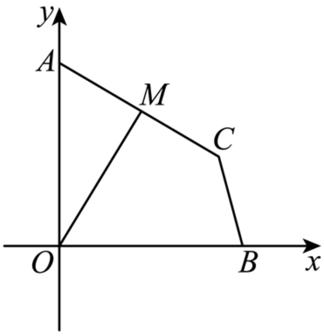
$=2+3$

$=5$.

故答案为：5.

【点睛】本题考查了根与系数的关系以及一元二次方程的解，牢记“两根之和等于 $-\frac{b}{a}$，两根之积等于 $\frac{c}{a}$”是解题的关键.

18. 如图，点 A、B 的坐标分别为 $A\left(0,4\right)$、$B\left(4,0\right)$，点 C 为坐标平面内一点，$BC=2$，点 M 为线段 AC 的中点，连接 OM ，则 OM 的最大值为 __.



【答案】$2\sqrt{2}+1$##$1+2\sqrt{2}$

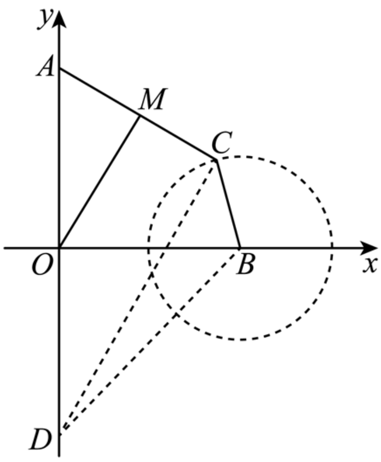
【解析】

【分析】先判断出点 C的运动轨迹是在半径为 2 的 e B 上，在 y 轴负半轴取点 D，使 $OD = OA = 4$，连接 CD ，则 OM 是 VACD 的中位线，进而可得当 CD 最大时，即 OM 最大，而 D，B，C 三点共线时，当 C 在 DB 的延长线上时，CD 最大，此时 OM 取得最大值，计算即可求出结果.

【详解】解：如图，∵点 C 为坐标平面内一点，$BC=2$，

∴C 在 e B 上，且半径为 2，

在 y 轴负半轴取点 D，使 $OD = OA = 4$，连接 CD，



$\because AM = CM, OD = OA$,

$\therefore OM$ 是$\triangle ACD$的中位线，

$\therefore OM = \frac{1}{2}CD$,

当CD最大时，即OM 最大，

而 D，B，C 三点共线时，当 C 在 DB 的延长线上时， CD 最大，此时 OM 取得最大值，

$\because OB = OD = 4, \angle BOD = 90^\circ$,

$\therefore BD = 4\sqrt{2}$，

$\therefore CD = 4\sqrt{2} + 2$，

$\therefore OM = \frac{1}{2}CD = 2\sqrt{2} + 1$，即 OM 的最大值为$2\sqrt{2} + 1$，

故答案为：$2\sqrt{2} + 1$.

【点睛】本题考查了坐标和图形以及三角形的中位线，定点定长构造辅助圆，解题关键是确定点 C 的运动轨迹.

三．解答题（共 96 分）

19. 解下列一元二次方程

（1）$x^2 - 4x - 5 = 0$

（2）$(x-4)^2 = 10(x-4)$

【答案】（1）$x_1 = 5$， $x_2 = -1$

（2）$x_1 = 4$， $x_2 = 14$

【解析】

【分析】（1）利用因式分解法即可求解；

（2）移项后再利用因式分解法即可求解.

【小问 1 详解】

解：$x^2-4x-5=0$

分解因式得：$\left(x-5\right)\left(x+1\right)=0$，

$x-5=0$ 或 $x+1=0$

解得：$x_1=5$，$x_2=-1$.

【小问 2 详解】

$\left(x-4\right)^2=10\left(x-4\right)$

移项得：$\left(x-4\right)^2-10\left(x-4\right)=0$，

分解因式得：$\left(x-4\right)\left(x-4-10\right)=0$，

$x-4=0$ 或 $x-14=0$，

解得：$x_1=4$，$x_2=14$.

【点睛】本题考查了因式分解法解一元二次方程的解法．解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的特点灵活选用合适的方法.

20. 某校为了了解七年级 900 名同学对防疫知识的掌握情况，对他们进行了防疫知识测试，现随机抽取甲、乙两班各 15 名同学的测试成绩进行整理分析，过程如下：

【收集数据】

甲班 15 名学生测试成绩分别为：78，83，89，97，98，85，100，94，87，90，93，92，99，95，100.

乙班 15 名学生测试成绩中 $90\le x<95$ 的成绩如下：92，92，93，90，94.

【整理数据】

班级	75	80	85	90	95
甲	1	1	m	4	6
乙	1	2	3	5	4

【分析数据】

班级	平均数	众数	中位数	方差

甲	92	a	93	41.7
乙	90	87	b	50.2

【应用数据】

（1）根据以上信息，可以求出：$m=$________，$a=$________，$b=$________；

（2）根据以上数据，成绩较整齐的是________班的学生（填“甲”或“乙”）；

（3）若规定测试成绩 90 分及其以上为优秀，请估计参加防疫知识测试的 900 名学生中成绩为优秀的学生共有多少人？

【答案】（1）3，100，92；

（2）甲；　　（3）570 人．

【解析】

【分析】（1）用抽取人数 15 减去其他分数段人数即可得 m 值，根据众数及中位数的定义即可得出 a 和 b 的值；

（2）方差是刻画数据波动程度的量，方差越大，数据波动越大；方差越小，数据波动越小；比较甲、乙班的方差即可得出答案；

（3）计算出样本中的优秀人数占比，总人数乘以优秀人数占比即可得出答案．

【小问 1 详解】

解：$m=15-1-1-4-6=3$，

甲班测试成绩为 100 的人数最多，所以众数是 100，即 $a=100$，

乙班 15 人测试成绩的中位数是按顺序排在第 8 位的数，由统计数据得成绩按从小到大排在第 8 位的数是 $90\le x<95$ 这组数据中的 92，即 $b=92$，

故答案为：3，100，92．

【小问 2 详解】

解：$\because 41.7<50.2$，

$\therefore$ 甲班的成绩波动比乙班成绩波动小，

故答案为：甲．

【小问 3 详解】

解：$\because$ 样本中优秀的人数为：$4+6+5+4=19$，

优秀人数占比为：$\frac{19}{15\times 2}=\frac{19}{30}$，

$\therefore 900\times\frac{19}{30}=570$，