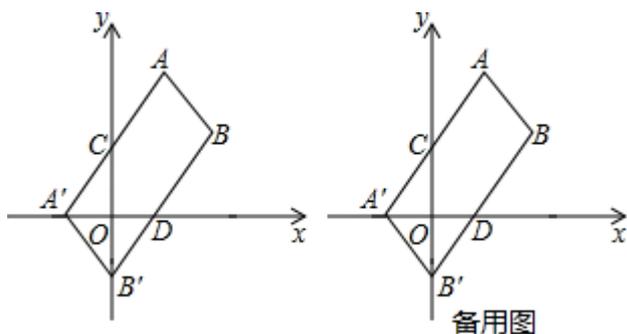


一、解答题

1. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(2,6)$ ， $B(4,3)$ ，将线段 AB 进行平移，使点 A 刚好落在 x 轴的负半轴上，点 B 刚好落在 y 轴的负半轴上， A ， B 的对应点分别为 A' ， B' ，连接 AA' 交 y 轴于点 C ， BB' 交 x 轴于点 D 。

- (1) 线段 $A'B'$ 可以由线段 AB 经过怎样的平移得到？并写出 A' ， B' 的坐标；
- (2) 求四边形 $AA'B'B'$ 的面积；
- (3) P 为 y 轴上的一动点（不与点 C 重合），请探究 $\angle PCA'$ 与 $\angle A'DB'$ 的数量关系，给出结论并说明理由。



2. 已知，如图：射线 PE 分别与直线 AB 、 CD 相交于 E 、 F 两点， $\angle PFD$ 的角平分线与直线 AB 相交于点 M ，射线 PM 交 CD 于点 N ，设 $\angle PFM = \alpha^\circ$ ， $\angle EMF = \beta^\circ$ 且

$$(\alpha - 35)^2 + |\beta - \alpha| = 0.$$

- (1) $\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\beta = \underline{\hspace{2cm}}$ ；直线 AB 与 CD 的位置关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 如图，若点 G 是射线 MA 上任意一点，且 $\angle MGH = \angle PNF$ ，试找出 $\angle FMN$ 与 $\angle GHF$ 之间存在一个什么确定的数量关系？并证明你的结论。
- (3) 若将图中的射线 PM 绕着端点 P 逆时针方向旋转（如图）分别与 AB 、 CD 相交于点 M_1 和点 N_1 时，作 $\angle PM_1B$ 的角平分线 M_1Q 与射线 FM 相交于点 Q ，问在旋转的过程中 $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q}$ 的值变不变？若不变，请求出其值；若变化，请说明理由。

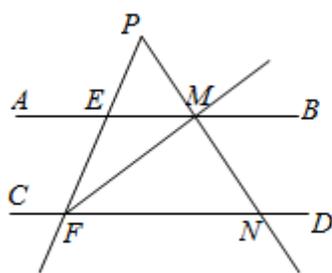


图1

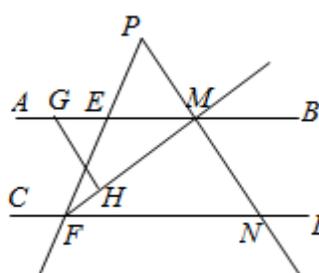


图2

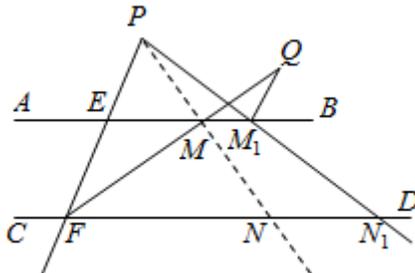


图3

3. 综合与探究

(问题情境)

王老师组织同学们开展了探究三角之间数量关系的数学活动

- (1) 如图1， $EF \parallel MN$ ，点 A 、 B 分别为直线 EF 、 MN 上的一点，点 P 为平行线间一点，请直接写出 $\angle PAF$ 、 $\angle PBN$ 和 $\angle APB$ 之间的数量关系；

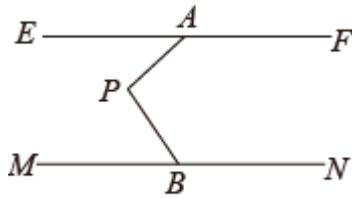


图1

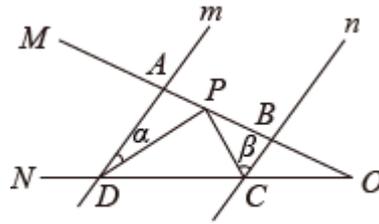
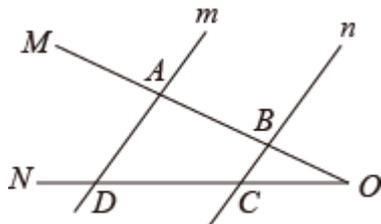
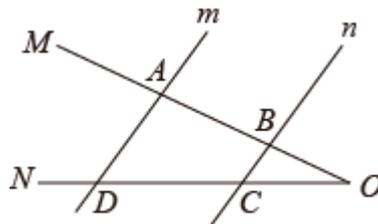


图2



备用图



备用图

(问题迁移)

(2) 如图2, 射线 OM 与射线 ON 交于点 O , 直线 $m \parallel n$, 直线 m 分别交 OM 、 ON 于点 A 、 D , 直线 n 分别交 OM 、 ON 于点 B 、 C , 点 P 在射线 OM 上运动,

① 当点 P 在 A 、 B (不与 A 、 B 重合) 两点之间运动时, 设 $\angle ADP = \angle \alpha$, $\angle BCP = \angle \beta$. 则 $\angle CPD$, $\angle \alpha$, $\angle \beta$ 之间有何数量关系? 请说明理由.

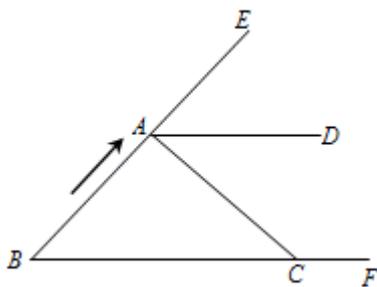
② 若点 P 不在线段 AB 上运动时 (点 P 与点 A 、 B 、 O 三点都不重合), 请你画出满足条件的所有图形并直接写出 $\angle CPD$, $\angle \alpha$, $\angle \beta$ 之间的数量关系.

4. 如图, $\angle EBF = 50^\circ$, 点 C 是 $\angle EBF$ 的边 BF 上一点. 动点 A 从点 B 出发在 $\angle EBF$ 的边 BE 上, 沿 BE 方向运动, 在动点 A 运动的过程中, 始终有过点 A 的射线 $AD \parallel BC$.

(1) 在动点 A 运动的过程中, ____ (填“是”或“否”) 存在某一时刻, 使得 AD 平分 $\angle EAC$?

(2) 假设存在 AD 平分 $\angle EAC$, 在此情形下, 你能猜想 $\angle B$ 和 $\angle ACB$ 之间有何数量关系? 并请说明理由;

(3) 当 $AC \perp BC$ 时, 直接写出 $\angle BAC$ 的度数和此时 AD 与 AC 之间的位置关系.



5. 已知: 直线 $AB \parallel CD$, 直线 MN 分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , 作射线 EG 平分 $\angle BEF$ 交 CD 于 G , 过点 F 作 $FH \perp MN$ 交 EG 于 H .

(1) 当点 H 在线段 EG 上时, 如图1

① 当 $\angle BEG = 36^\circ$ 时, 则 $\angle HFG = \underline{\hspace{2cm}}$.

② 猜想并证明: $\angle BEG$ 与 $\angle HFG$ 之间的数量关系.

(2) 当点 H 在线段 EG 的延长线上时, 请先在图2中补全图形, 猜想并证明: $\angle BEG$ 与 $\angle HFG$ 之间的数量关系.

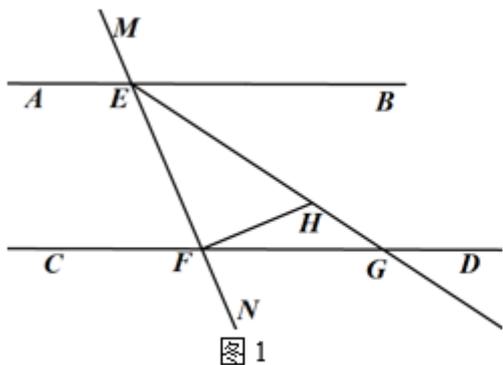


图1

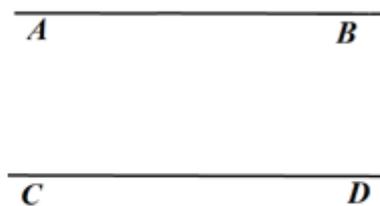


图2

6. 已知, $AE \parallel BD$, $\angle A = \angle D$.

(1) 如图1, 求证: $AB \parallel CD$;

(2) 如图2, 作 $\angle BAE$ 的平分线交 CD 于点 F , 点 G 为 AB 上一点, 连接 FG , 若 $\angle CFG$ 的平分线交线段 AG 于点 H , 连接 AC , 若 $\angle ACE = \angle BAC + \angle BGM$, 过点 H 作 $HM \perp FH$ 交 FG 的延长线于点 M , 且 $3\angle E - 5\angle AFH = 18^\circ$, 求 $\angle EAF + \angle GMH$ 的度数.

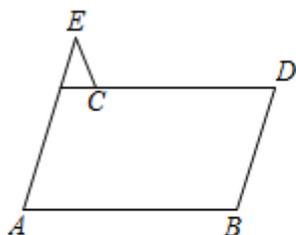


图1

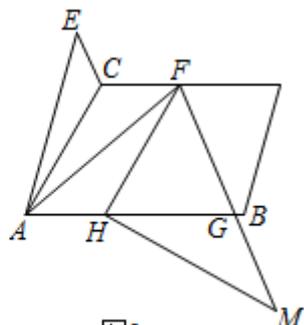


图2

7. 阅读下面的文字, 解答问题: 大家知道 $\sqrt{2}$ 是无理数, 而无理数是无限不循环小数, 因此 $\sqrt{2}$ 的小数部分我们不可能全部写出来, 而 $1 < \sqrt{2} < 2$ 于是可用 $\sqrt{2} - 1$ 来表示 $\sqrt{2}$ 的小数部分. 请解答下列问题:

(1) $\sqrt{21}$ 的整数部分是_____, 小数部分是_____;

(2) 如果 $\sqrt{7}$ 的小数部分为 a , $\sqrt{15}$ 的整数部分为 b , 求 $a + b - \sqrt{7}$ 的值;

(3) 已知: $100 + \sqrt{110} = x + y$, 其中 x 是整数, 且 $0 < y < 1$, 求 $x + \sqrt{110} + 24 - y$ 的平方根.

8. 我们知道, 任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = p \times q$ (p, q 是正整数, 且 $p \leq q$), 在 n 的所有这种分解中, 如果 p, q 两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的完美分解. 并规定: $F(n) = \frac{p}{q}$.

例如 18 可以分解成 1×18 , 2×9 或 3×6 , 因为 $18 - 1 > 9 - 2 > 6 - 3$, 所以 3×6 是 18 的完美分解,

所以 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

(1) $F(13) = \underline{\quad}$, $F(24) = \underline{\quad}$;

(2) 如果一个两位正整数 t , 其个位数字是 a , 十位数字为 $b - 1$, 交换其个位上的数与十位上的数得到的新数减去原来的两位正整数所得的差为 36, 那么我们称这个数为“和谐数”, 求所有“和谐数”;

(3) 在(2)所得“和谐数”中, 求 $F(t)$ 的最大值.

9. 阅读材料, 回答问题:

(1) 对于任意实数 x , 符号 $[x]$ 表示“不超过 x 的最大整数”, 在数轴上, 当 x 是整数, $[x]$ 就是 x , 当 x 不是整数时, $[x]$ 是点 x 左侧的第一个整数点, 如 $[3]=3$, $[-2]=-2$, $[2.5]=2$, $[-1.5]=-2$, 则 $[3.4]=$ _____, $[-5.7]=$ _____.

(2) 2015年11月24日, 杭州地铁1号线下沙延伸段开通运营, 极大的方便了下沙江滨居住区居民的出行, 杭州地铁收费采用里程分段计价, 起步价为2元/人次, 最高价为8元/人次, 不足1元按1元计算, 具体收费标准如下:

里程范围	4公里以内 (含4公里)	4-12公里以内 (含12公里)	12-24公里以内 (含24公里)	24公里以上
收费标准	2元	4公里/元	6公里/元	8公里/元

①若从下沙江滨站到文海南路站的里程是3.07公里, 车费_____元, 下沙江滨站到金沙湖站里程是7.93公里, 车费_____元, 下沙江滨站到杭州火车站里程是19.17公里, 车费_____元;

②若某人乘地铁花了7元, 则他乘地铁行驶的路程范围 (不考虑实际站点下车里程情况)?

10. 对非负实数 x “四舍五入”到各位的值记为 $\langle x \rangle$. 即: 当 n 为非负整数时, 如果 $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$, 则 $\langle x \rangle = n$; 反之, 当 n 为非负整数时, 如果 $\langle x \rangle = n$, 则 $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$.

例如: $\langle 0 \rangle = \langle 0.48 \rangle = 0$, $\langle 0.64 \rangle = \langle 1.49 \rangle = 1$, $\langle 3.5 \rangle = \langle 4.12 \rangle = 4$.

(1) 计算: $\langle 1.87 \rangle =$ ____; $\langle \pi \rangle =$ _____;

(2) ①求满足 $\langle x-1 \rangle = 2$ 的实数 x 的取值范围,

②求满足 $\langle x \rangle = \frac{4}{3}x$ 的所有非负实数 x 的值;

(3) 若关于 x 的方程 $\frac{1-\langle a \rangle x}{2} + x - 2 = -\frac{1}{2}$ 有正整数解, 求非负实数 a 的取值范围.

11. 数学中有很多的可逆的推理. 如果 $10^b = n$, 那么利用可逆推理, 已知 n 可求 b 的运算, 记为 $b = f(n)$, 如 $10^2 = 100$,

则 $2 = f(100)$; $10^4 = 10000$, 则 $4 = f(10000)$.

①根据定义, 填空: $f(10) =$ _____, $f(10^3) =$ _____.

②若有如下运算性质: $f(mn) = f(m) + f(n)$, $f\left(\frac{n}{m}\right) = f(n) - f(m)$.

根据运算性质填空, 填空: 若 $f(2) = 0.3010$, 则 $f(4) =$ _____; $f(5) =$ _____;

③下表中与数 x 对应的 $f(x)$ 有且只有两个是错误的, 请直接找出错误并改正.

x	1.5	3	5	6	8	9	12	27
-----	-----	---	---	---	---	---	----	----

$f(x)$	$3a-b+c$	$2a-b$	$a+c$	$1+a-b-c$	$3-3a-3c$	$4a-2b$	$3-b-2c$	$6a-3b$
--------	----------	--------	-------	-----------	-----------	---------	----------	---------

错误的式子是_____，_____；分别改为_____，_____。

12. 阅读下列解题过程：

为了求 $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{50}$ 的值，可设 $S=1+2+2^2+2^3+\dots+2^{50}$ ，则

$2S=2+2^2+2^3+2^4+\dots+2^{51}$ ，所以得 $2S-S=2^{51}-1$ ，所以

$S=2^{51}-1$ ，即： $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{50}=2^{51}-1$ ；

仿照以上方法计算：

(1) $1+2+2^2+2^3+\dots+2^{2019} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 计算： $1+3+3^2+3^3+\dots+3^{2019}$

(3) 计算： $5^{101}+5^{102}+5^{103}+\dots+5^{200}$

13. 如图，以直角三角形AOC的直角顶点O为原点，以OC、OA所在直线为x轴和y轴建立平面直角坐标系，点A(0, a)，C(b, 0)满足 $\sqrt{a-2b}+|b-2|=0$ ，D为线段AC的中点。在平面直角坐标系中，以任意两点P(x₁, y₁)、Q(x₂, y₂)为端点的线段中点坐标为($\frac{x_1+x_2}{2}$, $\frac{y_1+y_2}{2}$)。

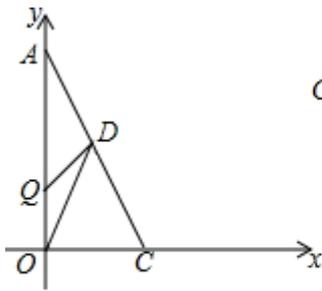


图1

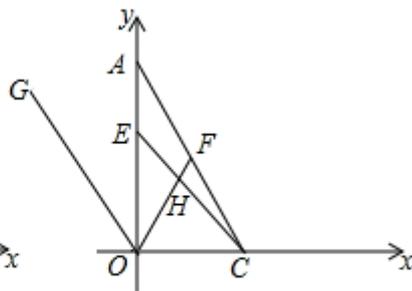


图2

(1) 则A点的坐标为_____；点C的坐标为_____，D点的坐标为_____。

(2) 已知坐标轴上有两动点P、Q同时出发，P点从C点出发沿x轴负方向以1个单位长度每秒的速度匀速移动，Q点从O点出发以2个单位长度每秒的速度沿y轴正方向移动，点Q到达A点整个运动随之结束。设运动时间为t(t>0)秒。问：是否存在这样的t，使 $S_{\triangle ODP}=S_{\triangle ODQ}$ ，若存在，请求出t的值；若不存在，请说明理由。

(3) 点F是线段AC上一点，满足 $\angle FOC=\angle FCO$ ，点G是第二象限中一点，连OG，使得 $\angle AOG=\angle AOF$ 。点E是线段OA上一动点，连CE交OF于点H，当点E在线段OA上运动的过程中，请确定 $\angle OHC$ ， $\angle ACE$ 和 $\angle OEC$ 的数量关系，并说明理由。

14. 如图1，已知直线CD∥EF，点A，B分别在直线CD与EF上。P为两平行线间一点。

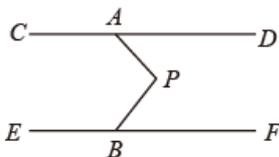


图1

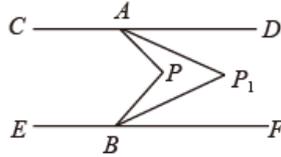


图2

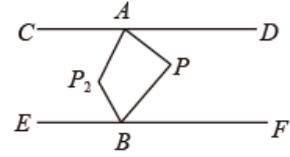


图3

(1) 若 $\angle DAP=40^\circ$ ， $\angle FBP=70^\circ$ ，则 $\angle APB=$

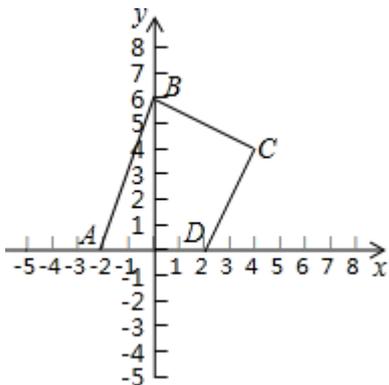
(2) 猜想 $\angle DAP$ ， $\angle FBP$ ， $\angle APB$ 之间有什么关系？并说明理由；

(3) 利用 (2) 的结论解答:

- ①如图2, AP_1 , BP_1 分别平分 $\angle DAP$, $\angle FBP$, 请你写出 $\angle P$ 与 $\angle P_1$ 的数量关系, 并说明理由;
 ②如图3, AP_2 , BP_2 分别平分 $\angle CAP$, $\angle EBP$, 若 $\angle APB = \beta$, 求 $\angle AP_2B$. (用含 β 的代数式表示)

15. 如图: 在四边形ABCD中, A、B、C、D四个点的坐标分别是: (-2, 0)、(0, 6)、(4, 4)、(2, 0) 现将四边形ABCD先向上平移1个单位, 再向左平移2个单位, 平移后的四边形是A'B'C'D'

- (1) 请画出平移后的四边形A'B'C'D' (不写画法), 并写出A'、B'、C'、D'四点的坐标.
 (2) 若四边形内部有一点P的坐标为(a, b) 写点P的对应点P'的坐标.
 (3) 求四边形ABCD的面积.



16. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$, 如果 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2| = d$, 则称 P_1 与 P_2 互为“ d -距点”. 例如: 点 $P_1(3, 6)$, 点 $P_2(1, 7)$, 由 $d = |3 - 1| + |6 - 7| = 3$, 可得点 P_1 与 P_2 互为“3-距点”.

(1) 在点 $D(-2, -2)$, $E(5, -1)$, $F(0, 4)$ 中, 原点 O 的“4-距点”是_____ (填字母);

(2) 已知点 $A(2, 1)$, 点 $B(0, b)$, 过点 B 作平行于 x 轴的直线 l .

①当 $b = 3$ 时, 直线 l 上点 A 的“2-距点”的坐标为_____;

②若直线 l 上存在点 A 的“2-距点”, 求 b 的取值范围.

(3) 已知点 $M(1, 2)$, $N(3, 2)$, $C(m, 0)$, $\odot C$ 的半径为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 若在线段 MN 上存在点 P , 在 $\odot C$ 上存在点 Q , 使得点 P 与点 Q 互为“5-距点”, 直接写出 m 的取值范围.

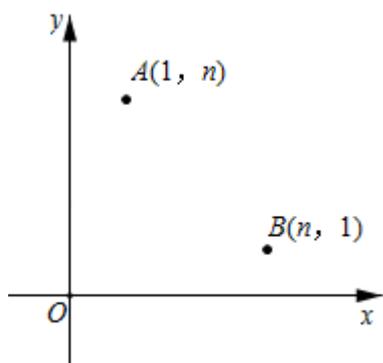
17. 如图, 点 $A(1, n)$, $B(n, 1)$, 我们定义: 将点 A 向下平移1个单位, 再向右平移1个单位, 同时点 B 向上平移1个单位, 再向左平移1个单位称为一次操作, 此时平移后的两点记为 A_1 , B_1 , t 次操作后两点记为 A_t , B_t .

(1) 直接写出 A_1 , B_1 , A_t , B_t 的坐标 (用含 n 、 t 的式子表示);

(2) 以下判断正确的是_____.

- A. 经过 n 次操作, 点 A , 点 B 位置互换
 B. 经过 $(n - 1)$ 次操作, 点 A , 点 B 位置互换
 C. 经过 $2n$ 次操作, 点 A , 点 B 位置互换
 D. 不管几次操作, 点 A , 点 B 位置都不可能互换

(3) t 为何值时, A_t, B 两点位置距离最近?



18. 在平面直角坐标系中, $A(a,1), B(b,3)$ 满足 $(a+1)^2 + \sqrt{b-2} = 0$.

(1) 直接写出 a, b 的值: $a = \underline{\quad}$; $b = \underline{\quad}$;

(2) 如图1, 若点 $P(3,n)$ 满足 $\triangle ABP$ 的面积等于6, 求 n 的值;

(3) 设线段 AB 交 y 轴于 C , 动点 E 从点 C 出发, 在 y 轴上以每秒1个单位长度的速度向下运动, 动点 F 从点 $(-8,0)$ 出发, 在 x 轴上以每秒2个单位长度的速度向右运动, 若它们同时出发, 运动时间为 t 秒, 问 t 为何值时, 有 $S_{\triangle ABE} = 2S_{\triangle ABF}$? 请求出 t 的值.

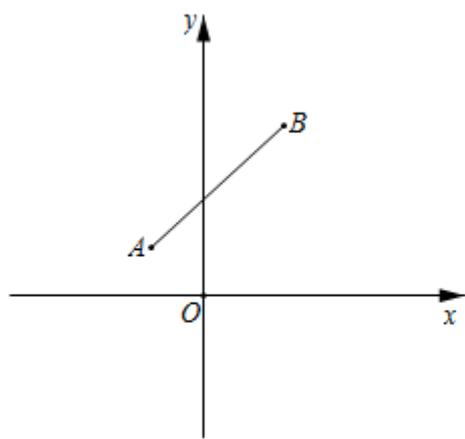
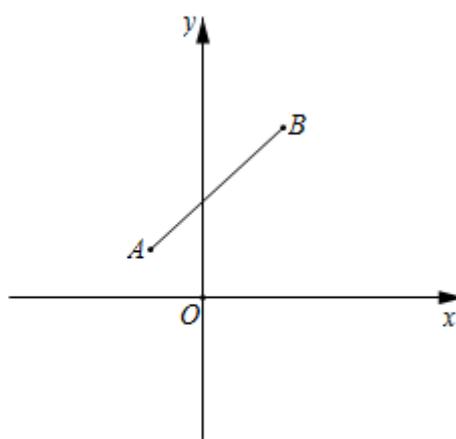


图1

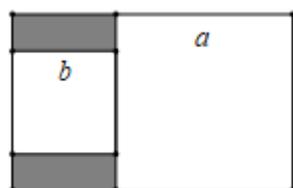


备用图

19. 数学活动课上, 小新和小葵各自拿着不同的长方形纸片在做数学问题探究.

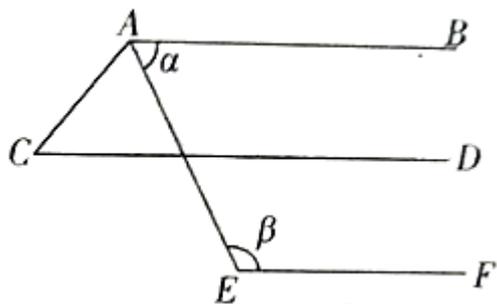
(1) 小新经过测量和计算得到长方形纸片的长宽之比为3:2, 面积为30, 请求出该长方形纸片的长和宽;

(2) 小葵在长方形内画出边长为 a, b 的两个正方形 (如图所示), 其中小正方形的一条边在大正方形的一条边上, 她经过测量和计算得到长方形纸片的周长为50, 阴影部分两个长方形的周长之和为30, 由此她判断大正方形的面积为100, 问小葵的判断正确吗? 请说明理由.



20. 如图, $CD \parallel EF$, AE 是 $\angle CAB$ 的平分线, $\angle \alpha$ 和 $\angle \beta$ 的度数满足方程组

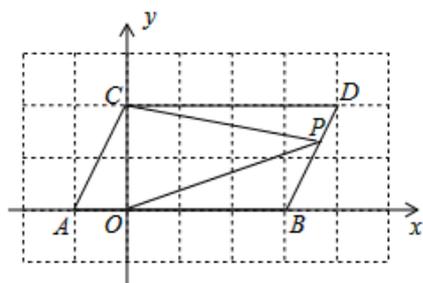
$$\begin{cases} 2\angle\alpha + \angle\beta = 250^\circ & \text{L L (1)} \\ 3\angle\alpha - \angle\beta = 100^\circ & \text{L L (2)} \end{cases}$$



- (1) 求 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 的度数;
- (2) 求证: $AB \parallel CD$.
- (3) 求 $\angle C$ 的度数.

21. 在平面直角坐标系中, 点A, B的坐标分别为A(a, 0), B(b, 0), 且a, b满足 $|a+b-2| + \sqrt{2a-b+5} = 0$, 现同时将点A, B分别向右平移1个单位, 再向上平移2个单位, 分别得到点A, B的对应点为C, D.

- (1) 请直接写出A, B, C, D四点的坐标.
- (2) 点E在坐标轴上, 且 $S_{\triangle BCE} = S_{\text{四边形}ABDC}$, 求满足条件的点E的坐标.
- (3) 点P是线段BD上的一个动点, 连接PC, PO, 当点P在线段BD上移动时 (不与B, D重合) 求: $\frac{\angle DCP + \angle BOP}{\angle CPO}$ 的值.



22. 如果3个数位相同的自然数 m, n, k 满足: $m+n=k$, 且 k 各数位上的数字全部相同, 则称数 m 和数 n 是一对“黄金搭档数”. 例如: 因为25, 63, 88都是两位数, 且 $25+63=88$, 则25和63是一对“黄金搭档数”. 再如: 因为152, 514, 666都是三位数, 且 $152+514=666$, 则152和514是一对“黄金搭档数”.

- (1) 分别判断87和12, 62和49是否是一对“黄金搭档数”, 并说明理由;
- (2) 已知两位数 s 和两位数 t 的十位数字相同, 若 s 和 t 是一对“黄金搭档数”, 并且 s 与 t 的和能被7整除, 求出满足题意的 s .

23. 若任意一个代数式, 在给定的范围内求得的最大值和最小值恰好也在该范围内, 则称这个代数式是这个范围的“湘一代数式”. 例如: 关于 x 的代数式 x^2 , 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, 代数式 x^2 在 $x=\pm 1$ 时有最大值, 最大值为1; 在 $x=0$ 时有最小值, 最小值为0, 此时最值1, 0均在 $-1 \leq x \leq 1$ 这个范围内, 则称代数式 x^2 是 $-1 \leq x \leq 1$ 的“湘一代数式”.

- (1) 若关于 x 的代数式 $|x|$, 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, 取得的最大值为___, 最小值为

，所以代数式 $|x|$ ___（填“是”或“不是”） $1 \leq x \leq 3$ 的“湘一代数式”。

(2) 若关于 x 的代数式 $\frac{a}{|x|+2}-1$ 是 $-2 \leq x \leq 2$ 的“湘一代数式”，求 a 的最大值与最小值。

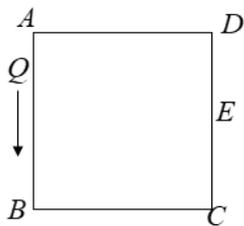
(3) 若关于 x 的代数式 $|x-2|$ 是 $m \leq x \leq 4$ 的“湘一代数式”，求 m 的取值范围。

24. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是2厘米， E 为 CD 的中点， Q 为正方形 $ABCD$ 边上的一个动点，动点 Q 以每秒1厘米的速度从 A 出发沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 运动，最终到达点 D ，若点 Q 运动时间为 x 秒。

(1) 当 $x=1$ 时， $S_{\triangle AQE} =$ ___平方厘米；当 $x = \frac{3}{2}$ 时， $S_{\triangle AQE} =$ ___平方厘米；

(2) 在点 Q 的运动路线上，当点 Q 与点 E 相距的路程不超过 $\frac{1}{4}$ 厘米时，求 x 的取值范围；

(3) 若 $\triangle AQE$ 的面积为 $\frac{1}{3}$ 平方厘米，直接写出 x 值。



25. 定义一种新运算“ $a \times b$ ”：当 $a \geq b$ 时， $a \times b = 2a + b$ ；当 $a < b$ 时， $a \times b = 2a - b$ 。

例如： $3 \times (-4) = 2 \times 3 + (-4) = 2$ ， $(-6) \times 12 = 2 \times (-6) - 12 = -24$ 。

(1) 填空： $(-2) \times 3 =$ ___；

(2) 若 $(3x-4) \times (2x+3) = 2(3x-4) + (2x+3)$ ，则 x 的取值范围为___；

(3) 已知 $(2x-6) \times (9-3x) < 7$ ，求 x 的取值范围；

(4) 小明在计算 $(2x^2-2x+4) \times (x^2+4x-6)$ 时随意取了一个 x 的值进行计算，得出结果是0，小丽判断小明计算错了，小丽是如何判断的？请说明理由。

26. 材料1：我们把形如 $ax+by=c$ （ a 、 b 、 c 为常数）的方程叫二元一次方程。若 a 、 b 、 c 为整数，则称二元一次方程 $ax+by=c$ 为整系数方程。若 $|c|$ 是 $|a|$ 、 $|b|$ 的最大公约数的整倍数，则方程有整数解。例如方程 $3x+4y=2$ ， $7x-3y=5$ ， $4x+2y=6$ 都有整数解；反过来也成立。方程 $6x+3y=10$ 和 $4x-2y=1$ 都没有整数解，因为6，3的最大公约数是3，而10不是3的整倍数；4，2的最大公约数是2，而1不是2的整倍数。

材料2：求方程 $5x+6y=100$ 的正整数解。

解：由已知得： $x = \frac{100-6y}{5} = \frac{100-5y-y}{5} = 20-y-\frac{y}{5}$①

设 $\frac{y}{5} = k$ （ k 为整数），则 $y = 5k$②

把②代入①得： $x = 20 - 6k$ 。

所以方程组的解为 $\begin{cases} x = 20 - 6k \\ y = 5k \end{cases}$ ，

根据题意得：
$$\begin{cases} 20-6k > 0 \\ 5k > 0 \end{cases}.$$

解不等式组得 $0 < k < \frac{10}{3}$. 所以 k 的整数解是 1, 2, 3.

所以方程 $5x+6y=100$ 的正整数解是： $\begin{cases} x=14 \\ y=5 \end{cases}$, $\begin{cases} x=8 \\ y=10 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=15 \end{cases}$.

根据以上材料回答下列问题：

(1) 下列方程中：① $3x+9y=11$, ② $15x-5y=70$, ③ $6x+3y=111$, ④ $27x-9y=99$, ⑤ $91x-26=169$, ⑥ $22x+121y=324$. 没有整数解的方程是 (填方程前面的编号)；

(2) 仿照上面的方法，求方程 $3x+4y=38$ 的正整数解；

(3) 若要把一根长 30m 的钢丝截成 2m 长和 3m 长两种规格的钢丝 (两种规格都要有)，问怎样截才不浪费材料？你有几种不同的截法？ (直接写出截法，不要求解题过程)

27. 某超市分别以每盏 150 元，190 元的进价购进 A, B 两种品牌的护眼灯，下表是近两天的销售情况.

销售日期	销售数量(盏)		销售收入(元)
	A品牌	B品牌	
第一天	2	1	680
第二天	3	4	1670

(1) 求 A, B 两种品牌护眼灯的销售价；

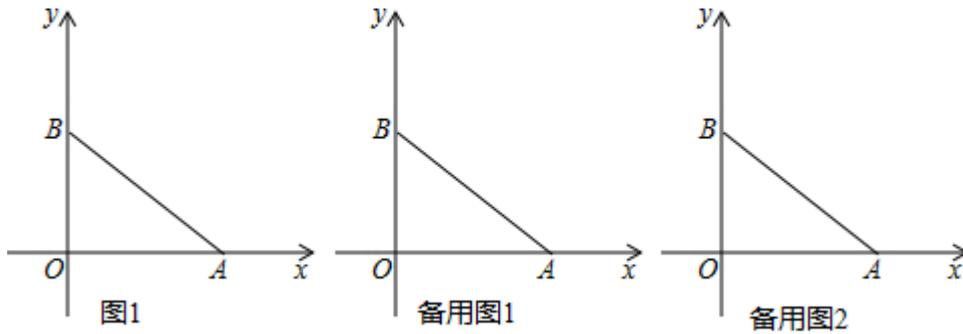
(2) 若超市准备用不超过 4900 元的金额购进这两种品牌的护眼灯共 30 盏，求 B 品牌的护眼灯最多采购多少盏？

28. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，三角形 OAB 的边 OA、OB 分别在 x 轴正半轴上和 y 轴正半轴上，A (a, 0)，a 是方程 $\frac{a+2}{3} - \frac{a-2}{2} = 1$ 的解，且 $\triangle OAB$ 的面积为 6.

(1) 求点 A、B 的坐标；

(2) 将线段 OA 沿轴向上平移后得到 PQ，点 O、A 的对应点分别为点 P 和点 Q (点 P 与点 B 不重合)，设点 P 的纵坐标为 t， $\triangle BPQ$ 的面积为 S，请用含 t 的式子表示 S；

(3) 在 (2) 的条件下，设 PQ 交线段 AB 于点 K，若 $PK = \frac{8}{3}$ ，求 t 的值及 $\triangle BPQ$ 的面积.



29. 对 x, y 定义一种新的运算 A , 规定: $A(x, y) = \begin{cases} ax + by & (x \geq y) \\ ay + bx & (x < y) \end{cases}$ (其中 $ab \neq 0$).

(1) 若已知 $a=1, b=-2$, 则 $A(4, 3) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 已知 $A(1, 1) = 3, A(-1, 2) = 0$. 求 a, b 的值;

(3) 在 (2) 问的基础上, 若关于正数 p 的不等式组 $\begin{cases} A(3p, 2p-1) > 4 \\ A(-1-3p, -2p) \geq m \end{cases}$ 恰好有 2 个整数解, 求 m 的取值范围.

30. 某生态柑橘园现有柑橘 21 吨, 计划租用 A, B 两种型号的货车将柑橘运往外地销售. 已知满载时, 用 2 辆 A 型车和 3 辆 B 型车一次可运柑橘 12 吨; 用 3 辆 A 型车和 4 辆 B 型车一次可运柑橘 17 吨.

(1) 1 辆 A 型车和 1 辆 B 型车满载时一次分别运柑橘多少吨?

(2) 若计划租用 A 型货车 m 辆, B 型货车 n 辆, 一次运完全部柑橘, 且每辆车均为满载.

① 请帮柑橘园设计租车方案;

② 若 A 型车每辆需租金 120 元/次, B 型车每辆需租金 100 元/次. 请选出最省钱的租车方案, 并求出最少租车费.

【参考答案】 ***试卷处理标记, 请不要删除

一、解答题

1. (1) 向左平移 4 个单位, 再向下平移 6 个单位, $A'(-2, 0), B'(0, -3)$; (2) 24; (3) 见解析

【分析】

(1) 利用平移变换的性质解决问题即可.

(2) 利用分割法确定四边形的面积即可.

(3) 分两种情形: 点 P 在点 C 的上方, 点 P 在点 C 的下方, 分别求解即可.

【详解】

解: (1) Q 点 $A(2, 6), B(4, 3)$,

又 Q 将线段 AB 进行平移, 使点 A 刚好落在 x 轴的负半轴上, 点 B 刚好落在 y 轴的负半轴上

,

∴ 线段 $A'B'$ 是由线段 AB 向左平移4个单位，再向下平移6个单位得到，

$A(-2, 0)$, $B'(0, -3)$.

$$(2) S_{\text{四边形}ABB'A'} = 6 \times 9 - 2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 24.$$

(3) 连接 AD .

$Q B(4, 3)$, $B'(0, -3)$,

∴ BB' 的中点坐标为 $(2, 0)$ 在 x 轴上，

∴ $D(2, 0)$.

$Q A(2, 6)$,

∴ $AD \parallel y$ 轴，

同法可证 $C(0, 3)$,

∴ $OC = OB'$,

$Q A'O \perp CB'$,

∴ $A'C = A'B'$,

同法可证, $B'A' = B'D$,

∴ $\angle A'DB = \angle DA'B'$, $\angle A'CB' = \angle A'B'C$,

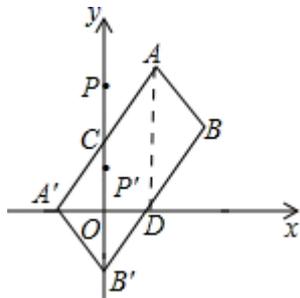
当点 P 在点 C 的下方时，

$Q \angle PCA' + \angle A'CB' = 180^\circ$, $\angle A'B'C + \angle DA'B' = 90^\circ$,

∴ $\angle PCA' + 90^\circ - \angle A'DB' = 180^\circ$,

∴ $\angle PCA' - \angle A'DB' = 90^\circ$,

当点 P 在点 C 的上方时, $\angle PCA' + \angle A'DB' = 90^\circ$.



【点睛】

本题考查坐标与图形变化—

平移，解题的关键是理解题意，学会用分割法求四边形的面积，学会用分类讨论的思想解决问题，属于中考常考题型。

2. (1) 35, 35, 平行; (2) $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$, 证明见解析; (3) 不变, 2

【分析】

(1) 根据 $(\alpha - 35)^2 + |\beta - \alpha| = 0$, 即可计算 α 和 β 的值, 再根据内错角相等可证 $AB \parallel CD$;

(2) 先根据内错角相等证 $GH \parallel PN$, 再根据同旁内角互补和等量代换得出 $\angle FMN + \angle GHF = 180^\circ$

;

(3) 作 $\angle PEM_1$ 的平分线交 M_1Q 的延长线于 R , 先根据同位角相等证 $ER \parallel FQ$, 得 $\angle FQM_1 = \angle R$,

设 $\angle PER = \angle REB = x$, $\angle PM_1R = \angle RM_1B = y$, 得出 $\angle EPM_1 = 2\angle R$, 即可得 $\frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2$.

【详解】

解：（1） $\because (\alpha-35)^2+|\beta-\alpha|=0$,

$$\therefore \alpha=\beta=35,$$

$$\therefore \angle PFM=\angle MFN=35^\circ, \angle EMF=35^\circ,$$

$$\therefore \angle EMF=\angle MFN,$$

$$\therefore AB\parallel CD;$$

$$(2) \angle FMN+\angle GHF=180^\circ;$$

理由：由（1）得 $AB\parallel CD$,

$$\therefore \angle MNF=\angle PME,$$

$$\because \angle MGH=\angle MNF,$$

$$\therefore \angle PME=\angle MGH,$$

$$\therefore GH\parallel PN,$$

$$\therefore \angle GHM=\angle FMN,$$

$$\because \angle GHF+\angle GHM=180^\circ,$$

$$\therefore \angle FMN+\angle GHF=180^\circ;$$

$$(3) \frac{\angle FPN_1}{\angle Q}$$
 的值不变，为2，

理由：如图3中，作 $\angle PEM_1$ 的平分线交 M_1Q 的延长线于 R ,

$$\because AB\parallel CD,$$

$$\therefore \angle PEM_1=\angle PFN,$$

$$\because \angle PER=\frac{1}{2}\angle PEM_1, \angle PFQ=\frac{1}{2}\angle PFN,$$

$$\therefore \angle PER=\angle PFQ,$$

$$\therefore ER\parallel FQ,$$

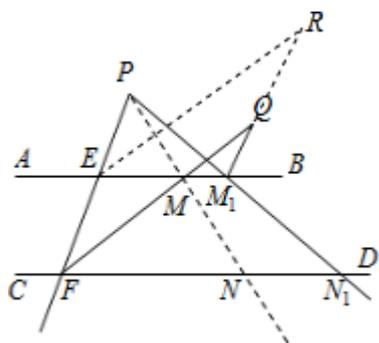


图 3

$$\therefore \angle FQM_1=\angle R,$$

$$\text{设 } \angle PER=\angle REB=x, \angle PM_1R=\angle RM_1B=y,$$

$$\text{则有: } \begin{cases} y = x + \angle R \\ 2y = 2x + \angle EPM_1 \end{cases},$$

$$\text{可得 } \angle EPM_1=2\angle R,$$

$$\therefore \angle EPM_1=2\angle FQM_1,$$

$$\therefore \frac{\angle EPM_1}{\angle FQM_1} = \frac{\angle FPN_1}{\angle Q} = 2.$$

【点睛】

本题主要考查平行线的判定与性质，熟练掌握内错角相等证平行，平行线同旁内角互补等知识是解题的关键.

3. (1) $\angle PAF + \angle PBN + \angle APB = 360^\circ$; (2) ① $\angle CPD = \angle \alpha + \angle \beta$, 理由见解析; ② 图见解析, $\angle CPD = \angle \beta - \angle \alpha$ 或 $\angle CPD = \angle \alpha - \angle \beta$

【分析】

(1) 作 $PQ \parallel EF$, 由平行线的性质, 即可得到答案;

(2) ① 过 P 作 $PE \parallel AD$ 交 CD 于 E , 由平行线的性质, 得到 $\angle \alpha = \angle DPE$, $\angle \beta = \angle CPE$, 即可得到答案;

② 根据题意, 可对点 P 进行分类讨论: 当点 P 在 BA 延长线时; 当 P 在 BO 之间时; 与①同理, 利用平行线的性质, 即可求出答案.

【详解】

解: (1) 作 $PQ \parallel EF$, 如图:

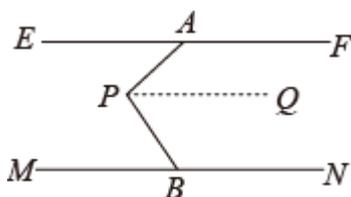


图1

$\because EF \parallel MN$,

$\therefore EF \parallel MN \parallel PQ$,

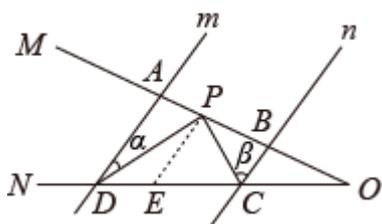
$\therefore \angle PAF + \angle APQ = 180^\circ$, $\angle PBN + \angle BPQ = 180^\circ$,

$\therefore \angle APB = \angle APQ + \angle BPQ$

$\therefore \angle PAF + \angle PBN + \angle APB = 360^\circ$;

(2) ① $\angle CPD = \angle \alpha + \angle \beta$;

理由如下: 如图,



过 P 作 $PE \parallel AD$ 交 CD 于 E ,

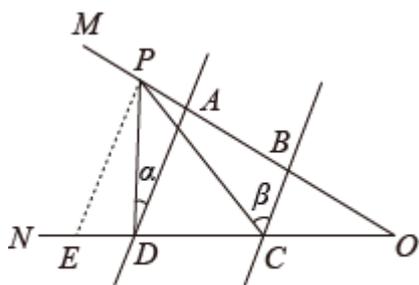
$\because AD \parallel BC$,

$\therefore AD \parallel PE \parallel BC$,

$\therefore \angle \alpha = \angle DPE$, $\angle \beta = \angle CPE$,

$\therefore \angle CPD = \angle DPE + \angle CPE = \angle \alpha + \angle \beta$;

② 当点 P 在 BA 延长线时, 如备用图1:



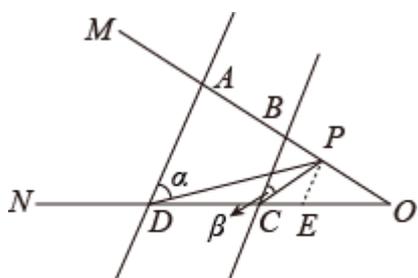
备用图1

$\because PE \parallel AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EPC = \beta$, $\angle EPD = \alpha$,

$\therefore \angle CPD = \angle \beta - \angle \alpha$;

当 P 在 BO 之间时, 如备用图2:



备用图2

$\because PE \parallel AD \parallel BC$,

$\therefore \angle EPD = \alpha$, $\angle CPE = \beta$,

$\therefore \angle CPD = \angle \alpha - \angle \beta$.

【点睛】

本题考查了平行线的性质, 解题的关键是熟练掌握两直线平行同旁内角互补, 两直线平行内错角相等, 从而得到角的关系.

4. (1) 是; (2) $\angle B = \angle ACB$, 证明见解析; (3) $\angle BAC = 40^\circ$, $AC \perp AD$.

【分析】

(1) 要使 AD 平分 $\angle EAC$, 则要求 $\angle EAD = \angle CAD$, 由平行线的性质可得 $\angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$, 则当 $\angle ACB = \angle B$ 时, 有 AD 平分 $\angle EAC$;

(2) 根据角平分线可得 $\angle EAD = \angle CAD$, 由平行线的性质可得 $\angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$, 则有 $\angle ACB = \angle B$;

(3) 由 $AC \perp BC$, 有 $\angle ACB = 90^\circ$, 则可求 $\angle BAC = 40^\circ$, 由平行线的性质可得 $AC \perp AD$.

【详解】

解: (1) 是, 理由如下:

要使 AD 平分 $\angle EAC$,

则要求 $\angle EAD = \angle CAD$,

由平行线的性质可得 $\angle B = \angle EAD$, $\angle ACB = \angle CAD$,

则当 $\angle ACB = \angle B$ 时, 有 AD 平分 $\angle EAC$;

故答案为: 是;

(2) $\angle B = \angle ACB$, 理由如下:

$\because AD$ 平分 $\angle EAC$,

$\therefore \angle EAD = \angle CAD$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore \angle B = \angle EAD, \angle ACB = \angle CAD$,

$\therefore \angle B = \angle ACB$.

(3) $\because AC \perp BC$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because \angle EBF = 50^\circ$,

$\therefore \angle BAC = 40^\circ$,

$\because AD \parallel BC$,

$\therefore AD \perp AC$.

【点睛】

此题考查了角平分线和平行线的性质, 熟练掌握角平分线和平行线的有关性质是解题的关键.

5. (1) ① 18° ; ② $2\angle BEG + \angle HFG = 90^\circ$, 证明见解析; (2) $2\angle BEG - \angle HFG = 90^\circ$ 证明见解析部

【分析】

(1) ① 证明 $2\angle BEG + \angle HFG = 90^\circ$, 可得结论. ② 利用平行线的性质证明即可.

(2) 如图2中, 结论: $2\angle BEG - \angle HFG = 90^\circ$. 利用平行线的性质证明即可.

【详解】

解: (1) ① $\because EG$ 平分 $\angle BEF$,

$\therefore \angle BEG = \angle FEG$,

$\because FH \perp EF$,

$\therefore \angle EFH = 90^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BEF + \angle EFG = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle BEG + 90^\circ + \angle HFG = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle BEG + \angle HFG = 90^\circ$,

$\therefore \angle BEG = 36^\circ$,

$\therefore \angle HFG = 18^\circ$.

故答案为: 18° .

② 结论: $2\angle BEG + \angle HFG = 90^\circ$.

理由: $\because EG$ 平分 $\angle BEF$,

$\therefore \angle BEG = \angle FEG$,

$\because FH \perp EF$,

$\therefore \angle EFH = 90^\circ$,

$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle BEF + \angle EFG = 180^\circ$,

$\therefore 2\angle BEG + 90^\circ + \angle HFG = 180^\circ$,

$$\therefore 2\angle BEG + \angle HFG = 90^\circ.$$

(2) 如图2中, 结论: $2\angle BEG - \angle HFG = 90^\circ$.

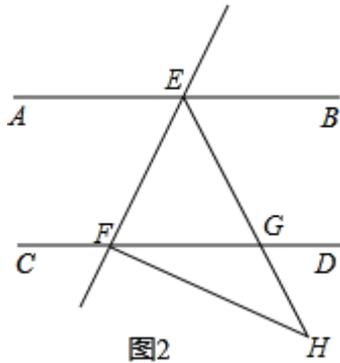


图2

理由: $\because EG$ 平分 $\angle BEF$,

$$\therefore \angle BEG = \angle FEG,$$

$$\because FH \perp EF,$$

$$\therefore \angle EFH = 90^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle EFG = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BEG + 90^\circ - \angle HFG = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle BEG - \angle HFG = 90^\circ.$$

【点睛】

本题考查平行线的性质, 角平分线的定义等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

6. (1) 见解析; (2) 72°

【分析】

(1) 根据平行线的性质得出 $\angle A + \angle B = 180^\circ$, 再根据等量代换可得 $\angle B + \angle D = 180^\circ$, 最后根据平行线的判定即可得证;

(2) 过点E作 $EP \parallel CD$, 延长DC至Q, 过点M作 $MN \parallel AB$, 根据平行线的性质及等量代换可得出 $\angle ECQ = \angle BGM = \angle DFG$, 再根据平角的含义得出 $\angle ECF = \angle CFG$, 然后根据平行线的性质及角平分线的定义可推出 $\angle BHF = \angle CFH, \angle CFA = \angle FAB$; 设

$\angle FAB = \alpha, \angle CFH = \beta$, 根据角的和差可得出 $\angle AEC = 2\angle AFH$, 结合已知条件

$3\angle AEC - 5\angle AFH = 180^\circ$ 可求得 $\angle AFH = 18^\circ$, 最后根据垂线的含义及平行线的性质, 即可得出答案.

【详解】

(1) 证明: $\because AE \parallel BD$

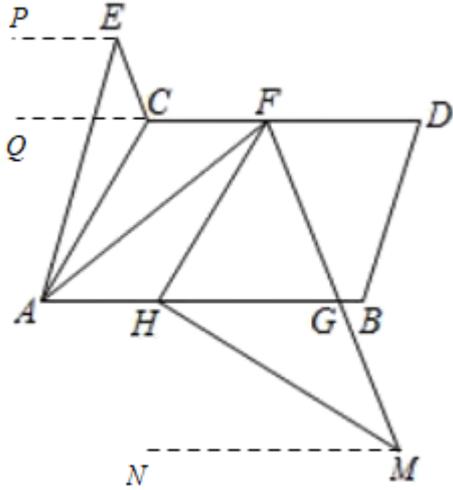
$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\because \angle A = \angle D$$

$$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$$

$$\therefore AB \parallel CD;$$

(2) 过点E作 $EP \parallel CD$, 延长DC至Q, 过点M作 $MN \parallel AB$



Q $AB \parallel CD$

$$\therefore \angle QCA = \angle CAB, \angle BGM = \angle DFG, \angle CFH = \angle BHF, \angle CFA = \angle FAG$$

Q $\angle ACE = \angle BAC + \angle BGM$

$$\therefore \angle ECQ + \angle QCA = \angle BAC + \angle BGM$$

$$\therefore \angle ECQ = \angle BGM = \angle DFG$$

Q $\angle ECQ + \angle ECD = 180^\circ, \angle DFG + \angle CFG = 180^\circ$

$$\therefore \angle ECF = \angle CFG$$

Q $AB \parallel CD$

$\therefore AB \parallel EP$

$$\therefore \angle PEA = \angle EAB, \angle PEC = \angle ECF$$

Q $\angle AEC = \angle PEC - \angle PEA$

$$\therefore \angle AEC = \angle ECF - \angle EAB$$

$$\therefore \angle ECF = \angle AEC + \angle EAB$$

Q AF 平分 $\angle BAE$

$$\therefore \angle EAF = \angle FAB = \frac{1}{2} \angle EAB$$

Q FH 平分 $\angle CFG$

$$\therefore \angle CFH = \angle HFG = \frac{1}{2} \angle CFG$$

Q $CD \parallel AB$

$$\therefore \angle BHF = \angle CFH, \angle CFA = \angle FAB$$

设 $\angle FAB = \alpha, \angle CFH = \beta$

Q $\angle AFH = \angle CFH - \angle CFA = \angle CFH - \angle FAB$

$$\therefore \angle AFH = \beta - \alpha, \angle BHF = \angle CFH = \beta$$

$$\therefore \angle ECF + 2\angle AFH = \angle AEC + \angle EAB + 2\angle AFH = \angle AEC + 2\beta$$

$$\therefore \angle ECF + 2\angle AFH = \angle E + 2\angle BHF$$

$$\therefore \angle AEC = 2\angle AFH$$

$$Q 3 \angle AEC - 5 \angle AFH = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AFH = 18^\circ$$

$$Q FH \perp HM$$

$$\therefore \angle FHM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle GHM = 90^\circ - \beta$$

$$Q \angle CFM + \angle NMF = 180^\circ$$

$$\therefore \angle HMB = \angle HMN = 90^\circ - \beta$$

$$Q \angle EAF = \angle FAB$$

$$\therefore \angle EAF = \angle CFA = \angle CFH - \angle AFH = \beta - 18^\circ$$

$$\therefore \angle EAF + \angle GMH = \beta - 18^\circ + 90^\circ - \beta = 72^\circ$$

$$\therefore \angle EAF + \angle GMH = 72^\circ .$$

【点睛】

本题考查了平行线的判定及性质，角平分线的定义，能灵活根据平行线的性质和判定进行推理是解此题的关键.

$$7. (1) 4, \sqrt{21}-4; (2) 1; (2) \pm 12.$$

【分析】

(1) 先估算出 $\sqrt{21}$ 的范围，即可得出答案；

(2) 先估算出 $\sqrt{7}$ 、 $\sqrt{15}$ 的范围，求出a、b的值，再代入求出即可；

(3) 先估算出 $\sqrt{110}$ 的范围，求出x、y的值，再代入求出即可.

【详解】

$$\text{解： (1) } \because 4 < \sqrt{21} < 5,$$

$$\therefore \sqrt{21} \text{ 的整数部分是 } 4, \text{ 小数部分是 } \sqrt{21}-4,$$

$$\text{故答案为 } 4, \sqrt{21}-4;$$

$$(2) \because 2 < \sqrt{7} < 3,$$

$$\therefore a = \sqrt{7} - 2,$$

$$\because 3 < \sqrt{15} < 4,$$

$$\therefore b = 3,$$

$$\therefore a + b - \sqrt{7} = \sqrt{7} - 2 + 3 - \sqrt{7} = 1;$$

$$(3) \because 100 < 110 < 121,$$

$$\therefore 10 < \sqrt{110} < 11,$$

$$\therefore 110 < 100 + \sqrt{110} < 111,$$

$$\therefore 100 + \sqrt{110} = x + y, \text{ 其中 } x \text{ 是整数, 且 } 0 < y < 1,$$

$$\therefore x = 110, y = 100 + \sqrt{110} - 110 = \sqrt{110} - 10,$$

$$\therefore x + \sqrt{110} + 24 - y = 110 + \sqrt{110} + 24 - \sqrt{110} + 10 = 144,$$

$$x + \sqrt{110} + 24 - y \text{ 的平方根是 } \pm 12.$$

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。
。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/616043105133011004>