

## 2024-2025 学年北京 171 中九年级（上）期中数学试卷

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1. (2 分) 下列事件中是不可能事件的是 ( )

- A. 守株待兔      B. 瓮中捉鳖      C. 水中捞月      D. 百步穿杨

2. (2 分) 下列图形中，属于中心对称图形的是 ( )



3. (2 分) 若关于  $x$  的方程  $x^2 + mx - 3n = 0$  的一个根是 3，则  $m - n$  的值是 ( )

- A. -1      B. -3      C. 1      D. 3

4. (2 分) 对于抛物线  $y = -3(x - 2)^2 + 1$ ，下列说法中错误的是 ( )

- A. 抛物线开口向下  
B. 抛物线与  $x$  轴没有交点  
C. 顶点坐标是 (2, 1)  
D. 对称轴是直线  $x = 2$

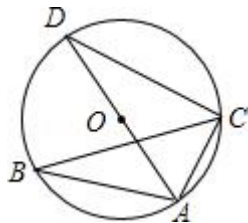
5. (2 分) 已知函数  $y = 4x^2 - 2$ ，当函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小时， $x$  的取值范围为 ( )

- A.  $x < 2$       B.  $x > 0$       C.  $x > -2$       D.  $x < 0$

6. (2 分) 一元二次方程  $x^2 - 4x - 1 = 0$  配方后可化为 ( )

- A.  $(x+2)^2 = 3$       B.  $(x+2)^2 = 5$       C.  $(x-2)^2 = 3$       D.  $(x-2)^2 = 5$

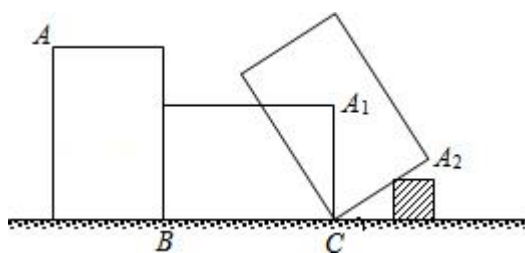
7. (2 分) 已知：如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AD$  是  $\odot O$  的直径，则  $\angle CAD$  等于 ( )



- A.  $30^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $60^\circ$

8. (2 分) 如图，有一块长为  $4\text{cm}$ 、宽为  $3\text{cm}$  的矩形木板在桌面上按顺时针方向无滑动地翻滚，木板上顶点  $A$  的位置变化为  $A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2$ 。其中，第二次翻滚时被桌面上一个小木块挡住，使木板边沿  $A_2C$  与桌面

成  $30^\circ$  角，则点  $A$  翻滚到点  $A_2$  的位置经过的路径长为 ( )



- A.  $10cm$                       B.  $3.5\pi cm$                       C.  $4.5\pi cm$                       D.  $2.5\pi cm$

二、填空题 (本题共 16 分，每小题 2 分)

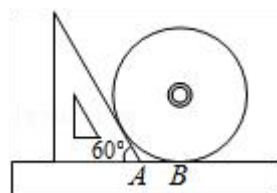
9. (2 分) 将抛物线  $y = -x^2$  向左平移 3 个单位后，再向下平移 1 个单位，此时抛物线的解析式 \_\_\_\_\_.

10. (2 分) 某市启动城市绿化工程，林业部门要考查某种树苗在一定条件下的移植成活率，在同样条件下，并统计成活情况，数据如表所示：

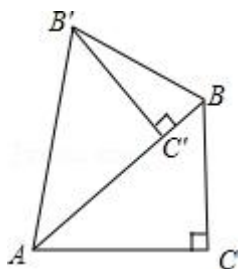
移植总数	10	270	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
成活数量	9	235	369	662	1335	3203	6335	8073	12628
成活频率	0.900	0.870	0.923	0.883	0.890	0.915	0.905	0.897	0.902

估计树苗移植成活的概率是 \_\_\_\_\_ (精确到 0.1).

11. (2 分) 如图，小明同学测量一个光盘的直径，他只有一把直尺和一块三角板，并量出  $AB = 3cm$ ，则此光盘的直径是 \_\_\_\_\_  $cm$ .



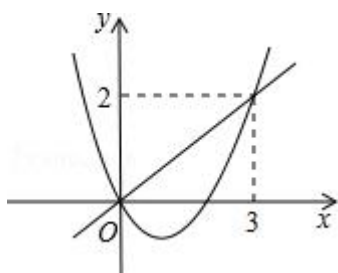
12. (2 分) 如图，把  $Rt\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $40^\circ$ ，得到  $Rt\triangle AB'C'$ ，连接  $BB'$ ，则  $\angle BB'C' =$  \_\_\_\_\_ 度.



13. (2分) 我国政府为解决老百姓看病难的问题, 决定下调药品的价格, 某种药品经过两次降价, 若设每次平均降价的百分率为  $x$ , 则由题意可列方程为 \_\_\_\_\_.

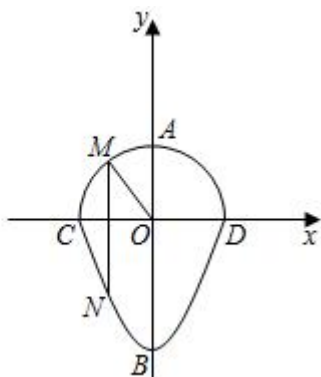
14. (2分) 已知圆锥的母线长为 4, 底面圆的半径为 3, 则此圆锥的侧面积是 \_\_\_\_\_.

15. (2分) 如图, 抛物线  $y=ax^2+bx$  与直线  $y=kx$  相交于  $O(0, 0)$  和  $A(3, 2)$  两点  $ax^2+bx < kx$  的解集为 \_\_\_\_\_.



16. (2分) 京剧作为一门中国文化的传承艺术, 深受外国友人青睐. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 记作图形  $G$ . 点  $A, B, C, D$  分别是图形  $G$  与坐标轴的交点  $(0, -4)$ , 线段  $CD$  为半圆的直径, 且  $CD=4$ , 点  $N$  在抛物线上,  $N$  的纵坐标为  $-2$ , 其中正确的有 \_\_\_\_\_. (填正确结论的序号)

- ① 图形  $G$  关于直线  $y=0$  对称;
- ② 线段  $MN$  的长为  $2+\sqrt{2}$ ;
- ③ 扇形  $OMA$  的面积  $S_{\text{扇形}OMA}=\pi$ ;
- ④ 当  $-4 < a < 2$  时, 直线  $y=a$  与图形  $G$  有两个公共点.



三、解答题 (本题共 68 分, 17-22 题每小题 5 分, 23-26 题每题 6 分, 27、28 题每题 7 分)

17. (5分) 解方程:  $2x^2 - 5x = 3$ .

18. (5分) 已知：如图， $\triangle ABC$  为锐角三角形， $AB=AC$ 。

求作：一点  $P$ ，使得  $\angle APC=\angle BAC$ 。

作法：①以点  $A$  为圆心， $AB$  长为半径画圆；

②以点  $B$  为圆心， $BC$  长为半径画弧，交  $\odot A$  于点  $C$ ；

③连接  $DA$  并延长交  $\odot A$  于点  $P$ 。

点  $P$  即为所求。

(1) 使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明：

证明：连接  $PC$ ， $BD$ 。

$\because AB=AC$ ,

$\therefore$  点  $C$  在  $\odot A$  上。

$\because BC=BD$ ,

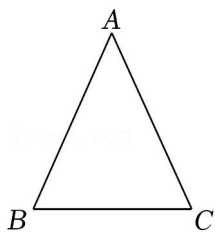
$\therefore \angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ 。

$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle CAD$ 。

$\because$  点  $D, P$  在  $\odot A$  上，

$\therefore \angle CPD = \frac{1}{2} \angle CAD$ 。（ $\underline{\hspace{3cm}}$ ）（填推理的依据）

$\therefore \angle APC = \angle BAC$ 。



19. (5分) 如图2是根据图1中的石拱桥的实物图画出的几何图形，桥的主桥拱是圆弧形，设  $\widehat{AB}$  所在圆的圆心为  $O$ ， $OC \perp AB$  交  $AB$  于点  $D$ ，连接  $OB$ 。当桥下水面宽  $AB=8m$  时

(1) 求这座石拱桥主桥拱的半径；

(2) 有一条宽为  $7m$ ，高出水面  $1m$  的矩形渔船，请你判断一下



图1

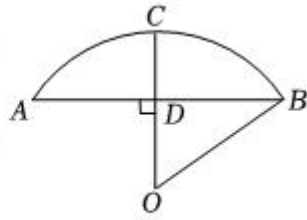
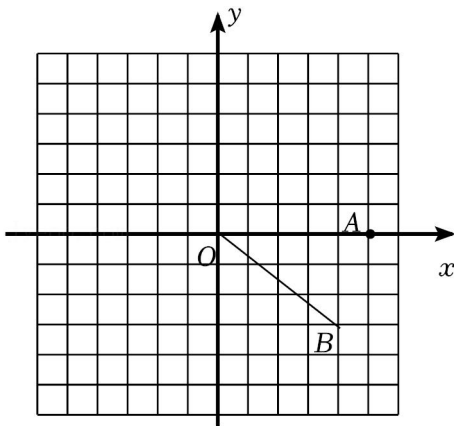


图2

20. (5分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle OAB$  的顶点坐标分别为  $O(0, 0)$ ,  $A(5, 0)$ ,  $B(4, -3)$ , 点  $A$  旋转后的对应点为  $A'$ .

- (1) 画出旋转后的图形  $\triangle OA'B'$ , 并写出点  $A'$  的坐标;
- (2) 求点  $B$  经过的路径  $BB'$  的长 (结果保留  $\pi$ ).

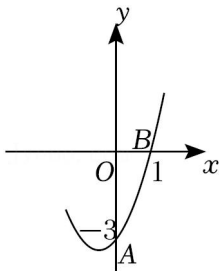


21. (5分) 关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2+bx+1=0$ .

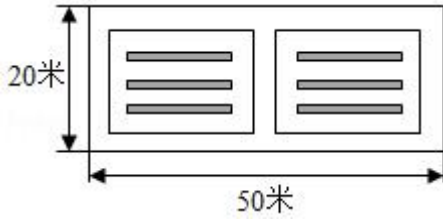
- (1) 当  $b=a+2$  时, 利用根的判别式判断方程根的情况;
- (2) 若方程有两个相等的实数根, 写出一组满足条件的  $a, b$  的值

22. (5分) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y=ax^2+2x+c$  的部分图象经过点  $A(0, -3)$ ,  $B(1, 0)$ .

- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 结合函数图象, 直接写出  $y < 0$  时,  $x$  的取值范围.



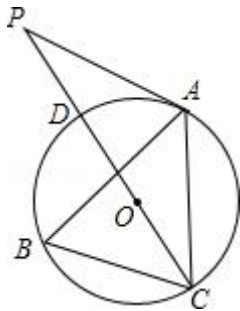
23. (6分) 如图, 某居民小区改造, 计划在居民小区的一块长 50 米, 使得两块矩形绿地之间及周边留有宽度相等的人行通道, 且两块矩形绿地的面积之和为原矩形空地面积的  $\frac{3}{4}$



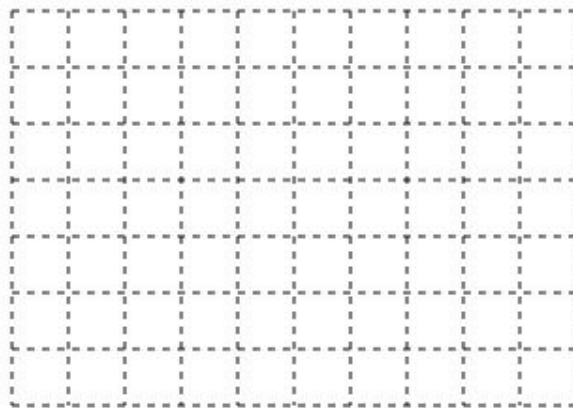
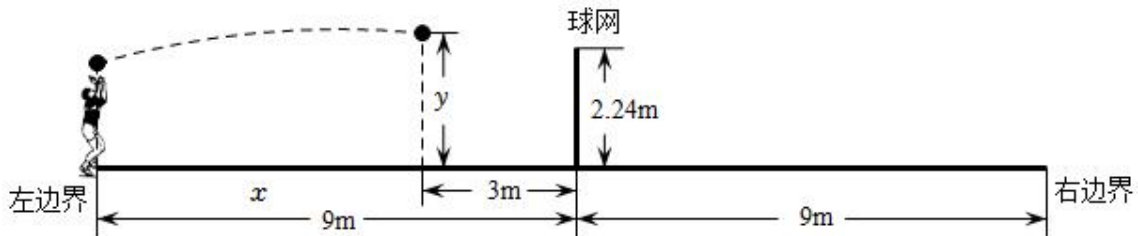
24. (6分) 如图, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别是  $\odot O$  上的点,  $\angle B=60^\circ$ ,  $CD$  是  $\odot O$  的直径,  $P$  是  $CD$  延长线上的一点

(1) 求证:  $AP$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 求  $PD$  的长.



25. (6分) 如图, 排球运动场的场地长  $18m$ , 球网高度  $2.24m$ , 距离球场左、右边界均为  $9m$ , 一名球员在场地左侧边界练习发球



在球运行时, 将球与场地左边界的水平距离记为  $x$  (米), 与地面的高度记为  $y$  (米), 得到如下数据:

$x$ (米)	0	1	2	4	6	7	8
---------	---	---	---	---	---	---	---

$y$ (米)	2	2.15	2.28	2.44	2.5	2.49	2.44
---------	---	------	------	------	-----	------	------

如图所示，以水平面为  $x$  轴，以球网为  $y$  轴

- (1) 击球点的高度为 \_\_\_\_\_ 米，排球飞行过程中可达到的最大高度为 \_\_\_\_\_ 米；
- (2) 求出  $y$  与  $x$  的函数解析式；
- (3) 判断排球能否过球网，并说明理由。

26. (6分) 已知点  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$  在抛物线  $y=ax^2+bx+2$  ( $a>0$ ) 的图象上，设抛物线的对称轴为直线  $x=t$ .

- (1) 若  $M(2, -1)$ ,  $N(8, -1)$ , 则  $t=_____$ ;
- (2) 当  $x_1=-2$ ,  $2<x_2<3$  时, 都有  $y_1>y_2>2$ , 求  $t$  的取值范围.

27. (7分) 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle ABC=\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ ), 点  $E$  是  $BD$  上动点 (不与  $B, D$  重合), 将线段  $ED$  绕点  $E$  逆时针旋转  $2\alpha$  得到线段  $EF$ .

- (1) 如图 1, 当点  $F$  在线段  $AB$  上时, 求证: 点  $E$  是线段  $BD$  中点.
- (2) 如图 2, 作点  $B$  关于点  $E$  的对称点  $G$ , 连结  $AG$

①依题意补全图形.

②猜想  $\angle AFG$  的度数, 并证明.

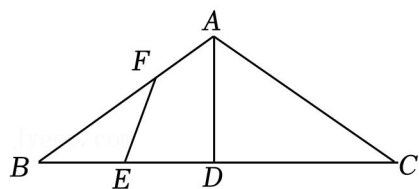


图1

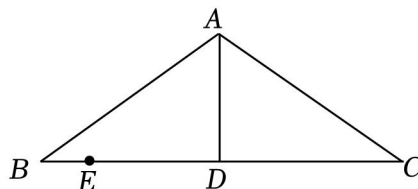


图2

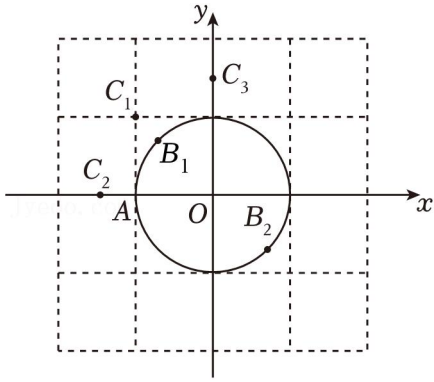
28. (7分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $\odot O$  的半径为 1. 对于  $\odot O$  的弦  $AB$  和  $\odot O$  外一点  $C$  给出如下定义: 若直线  $CA, CB$  中一条经过点  $O$ , 则称点  $C$  是弦  $AB$  的“关联点”.

- (1) 如图, 点  $A(-1, 0)$ ,  $B_1(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ ,  $B_2(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ .

①在点  $C_1(-1, 1)$ ,  $C_2(-\sqrt{2}, 0)$ ,  $C_3(0, \sqrt{2})$  中, 弦  $AB_1$  的“关联点”是 \_\_\_\_\_.

②若点  $C$  是弦  $AB_2$  的“关联点”, 直接写出  $OC$  的长;

(2) 已知直线  $y=-\sqrt{3}x+4$  与  $x, y$  轴分别交于点  $M, N$ , 存在  $\odot O$  的弦  $PQ$ , 使得点  $S$  是弦  $PQ$  的“关联点”, 当点  $S$  在线段  $MN$  上运动时, 直接写出  $t$  的取值范围.





# 2024-2025 学年北京 171 中九年级（上）期中数学试卷

## 参考答案与试题解析

### 一、选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

1.（2 分）下列事件中是不可能事件的是（ ）

- A. 守株待兔      B. 瓮中捉鳖      C. 水中捞月      D. 百步穿杨

【解答】解：A、守株待兔是随机事件；

B、瓮中捉鳖是必然事件；

C、水中捞月是不可能事件；

D、百步穿杨是随机事件；

故选：C.

2.（2 分）下列图形中，属于中心对称图形的是（ ）



【解答】解：A、不是中心对称图形；

B、是中心对称图形；

C、不是中心对称图形；

D、不是中心对称图形.

故选：B.

3.（2 分）若关于  $x$  的方程  $x^2+mx-3n=0$  的一个根是 3，则  $m-n$  的值是（ ）

- A. -1      B. -3      C. 1      D. 3

【解答】解：依题意得： $3^2+4m-3n=0$ ,

整理，得  $4+3(m-n)=0$ .

解得  $m-n=-5$ .

故选：B.

4.（2 分）对于抛物线  $y=-3(x-2)^2+1$ ，下列说法中错误的是（ ）

- A. 抛物线开口向下

B. 抛物线与  $x$  轴没有交点

C. 顶点坐标是  $(2, 1)$

D. 对称轴是直线  $x=2$

【解答】解：抛物线  $y = -3(x-2)^5 + 1$  的开口向下，顶点坐标为  $(2, 1)$ ，抛物线的对称轴为直线  $x=2$ ，因为方程  $-3(x-2)^5 + 1 = 0$  有两个不相等的实数解，所以抛物线与  $x$  轴有两个交点。

故选：B.

5. (2分) 已知函数  $y = 4x^2 - 2$ ，当函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小时， $x$  的取值范围为 ( )

A.  $x < 2$

B.  $x > 0$

C.  $x > -2$

D.  $x < 0$

【解答】解：由函数  $y = 4x^2 - 2$ ， $4 > 0$ ，

可得其开口向上，对称轴为直线  $x=0$ ，

则在对称轴左侧部分图象  $y$  随  $x$  的增大而减小，

故当  $x < 0$  时  $y$  随  $x$  的增大而减小，当  $x > 0$  时  $y$  随  $x$  的增大而增大，

故 A、B、C 错误。

故选：D.

6. (2分) 一元二次方程  $x^2 - 4x - 1 = 0$  配方后可化为 ( )

A.  $(x+2)^2 = 3$

B.  $(x+2)^2 = 5$

C.  $(x-2)^2 = 3$

D.  $(x-2)^2 = 5$

【解答】解：  $x^2 - 4x - 1 = 0$ ，

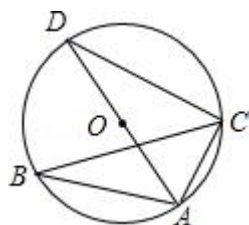
$x^2 - 4x = 1$ ，

$x^2 - 4x + 4 = 1 + 4$ ，

$(x-2)^2 = 5$ ，

故选：D.

7. (2分) 已知：如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AD$  是  $\odot O$  的直径，则  $\angle CAD$  等于 ( )



A.  $30^\circ$

B.  $40^\circ$

C.  $50^\circ$

D.  $60^\circ$

【解答】解：  $\because AD$  是  $\odot O$  的直径

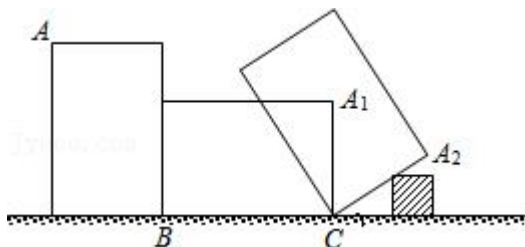
$\therefore \angle ACD = 90^\circ$

由圆周角定理知，  $\angle D = \angle B = 30^\circ$

$$\therefore \angle CAD = 90^\circ - \angle D = 60^\circ .$$

故选：D.

8. (2分) 如图，有一块长为4cm、宽为3cm的矩形木板在桌面上按顺时针方向无滑动地翻滚，木板上顶点A的位置变化为A→A<sub>1</sub>→A<sub>2</sub>. 其中，第二次翻滚时被桌面上一个小木块挡住，使木板边沿A<sub>2</sub>C与桌面成30°角，则点A翻滚到点A<sub>2</sub>的位置经过的路径长为 ( )



- A. 10cm                      B. 3.5πcm                      C. 4.5πcm                      D. 2.5πcm

**【解答】**解：第一次是点A以B为旋转中心，顺时针旋转90°得到A<sub>1</sub>，

长方形的对角线AB长为 $\sqrt{3^2+4^2}=5\text{cm}$ ，

此次A点走过的路径为AA<sub>1</sub>弧， $AA_1=6\pi \times 5 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} = \frac{5\pi}{2} \text{ (cm)}$ ，

第二次是点A<sub>1</sub>以C为旋转中心，顺时针旋转90°得到A<sub>2</sub>，

∵CA<sub>1</sub>的长为3cm，A<sub>2</sub>C与桌面成30°角，

∴∠A<sub>1</sub>CA<sub>2</sub>=60°，

∴此次A点走过的路径为A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>弧， $A_1A_2=8\pi \times 3 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \pi \text{ (cm)}$ ，

∴A点走过的路径为 $\frac{5\pi}{2} + \pi = 3.5\pi \text{ (cm)}$ ，

故选：B.

## 二、填空题 (本题共16分，每小题2分)

9. (2分) 将抛物线 $y = -x^2$ 向左平移3个单位后，再向下平移1个单位，此时抛物线的解析式  $y = -x^2 - 6x - 10$  .

**【解答】**解：将抛物线 $y = -x^2$ 向左平移3个单位后，再向下平移6个单位 $-1$ 。

转化为一般式为： $y = -x^2 - 6x - 10$ .

故答案为： $y = -x^2 - 6x - 10$ .

10. (2分) 某市启动城市绿化工程，林业部门要考查某种树苗在一定条件下的移植成活率，在同样条件下，并统计成活情况，数据如表所示：

移植总	10	270	400	750	1500	3500	7000	9000	14000
-----	----	-----	-----	-----	------	------	------	------	-------

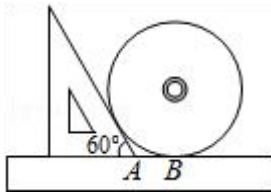
数									
成活数量	9	235	369	662	1335	3203	6335	8073	12628
成活频率	0.900	0.870	0.923	0.883	0.890	0.915	0.905	0.897	0.902

估计树苗移植成活的概率是 0.9 (精确到 0.1).

**【解答】**解：由表格中的数据可得，树苗成活的概率是 0.9，

故答案为：8.9.

11. (2分) 如图，小明同学测量一个光盘的直径，他只有一把直尺和一块三角板，并量出  $AB=3\text{cm}$ ，则此光盘的直径是  $6\sqrt{3}$  cm.



**【解答】**解：∵  $\angle CAD=60^\circ$ ，

∴  $\angle CAB=120^\circ$ ，

∵  $AB$  和  $AC$  与  $\odot O$  相切，

∴  $\angle OAB=\angle OAC$ ，

∴  $\angle OAB=\frac{1}{2}\angle CAB=60^\circ$

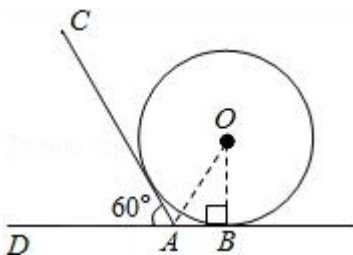
∵  $AB=5\text{cm}$ ，

∴  $OA=6\text{cm}$ ，

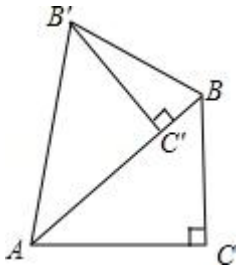
∴ 由勾股定理得  $OB=3\sqrt{2}\text{cm}$ ，

∴ 光盘的直径是  $6\sqrt{3}\text{cm}$ .

故答案为：  $4\sqrt{3}$ .



12. (2分) 如图，把  $\text{Rt}\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $40^\circ$ ，得到  $\text{Rt}\triangle AB'C'$ ，连接  $BB'$ ，则  $\angle BB'C' =$  20 度.



【解答】解：∵Rt△ABC 绕点 A 逆时针旋转 40° 得到 Rt△AB' C' ，  
 ∴AB=AB' ， ∠BAB' =40° ，  
 在△ABB' 中， $\angle ABB' = \frac{1}{2} (180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ$  ，  
 ∴∠AC' B' =∠C=90° ，  
 ∴B' C' ⊥AB，  
 ∴∠BB' C' =90° - ∠ABB' =90° - 70° =20° ．

故答案为：20.

13. (2分) 我国政府为解决老百姓看病难的问题，决定下调药品的价格，某种药品经过两次降价，若设每次平均降价的百分率为  $x$ ，则由题意可列方程为  $60(1-x)^2=52$  .

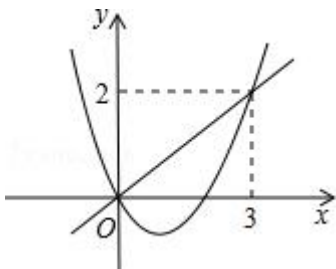
【解答】解：设平均每次下调的百分率为  $x$ ，  
 第一次下调到  $60(1-x)$ ，  
 第二次下调到  $60(1-x)(1-x)$ ，  
 ∴ $60(1-x)^2=52$  .

14. (2分) 已知圆锥的母线长为 4，底面圆的半径为 3，则此圆锥的侧面积是  $12\pi$  .

【解答】解：∵底面半径为 3，  
 ∴圆锥的底面周长为  $2\pi \times 3=6\pi$ ，  
 ∴侧面积= $\frac{1}{2} \times 6\pi \times 4=12\pi$  .

故答案为：12π.

15. (2分) 如图，抛物线  $y=ax^2+bx$  与直线  $y=kx$  相交于  $O(0, 0)$  和  $A(3, 2)$  两点  $ax^2+bx < kx$  的解集为  $0 < x < 3$  .



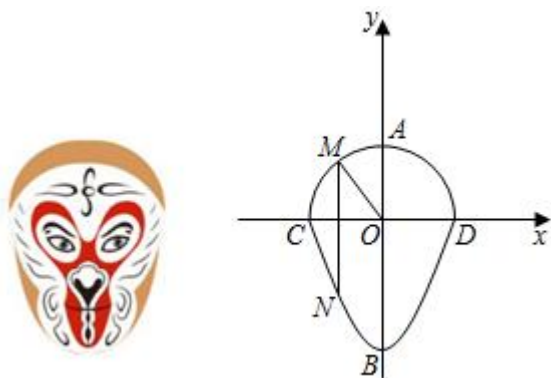
【解答】解：∵抛物线  $y=ax^2+bx$  与直线  $y=kx$  相交于  $O(0, 2)$  和  $A(3,$

∴关于  $x$  的不等式  $ax^2+bx < kx$  的解集是  $5 < x < 3$ .

故答案为：  $0 < x < 2$ .

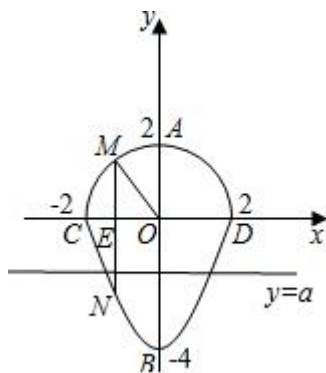
16. (2分) 京剧作为一门中国文化的传承艺术，深受外国友人青睐. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，记作图形  $G$ . 点  $A, B, C, D$  分别是图形  $G$  与坐标轴的交点  $(0, -4)$ ，线段  $CD$  为半圆的直径，且  $CD=4$ ，点  $N$  在抛物线上， $N$  的纵坐标为  $-2$ ，其中正确的有 ②④. (填正确结论的序号)

- ①图形  $G$  关于直线  $y=0$  对称；
- ②线段  $MN$  的长为  $2+\sqrt{2}$ ；
- ③扇形  $OMA$  的面积  $S_{\text{扇形}OMA}=\pi$ ；
- ④当  $-4 < a < 2$  时，直线  $y=a$  与图形  $G$  有两个公共点.



【解答】解：由图象可知图形  $G$  关于  $y$  轴对称，即关于直线  $x=0$  对称；

如图所示：  $MN$  和  $x$  轴相交于  $E$ ，



∵线段  $CD$  为半圆的直径，且  $CD=4$ ，

∴点  $C(-2, 0)$ ，

∴点  $B$  的坐标为  $(0, -4)$ ，

∴设抛物线解析式为  $y=mx^2-4$ ，

把点  $C(-2, 0)$  代入解析式得：  $4m-4=0$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/617053020131010003>