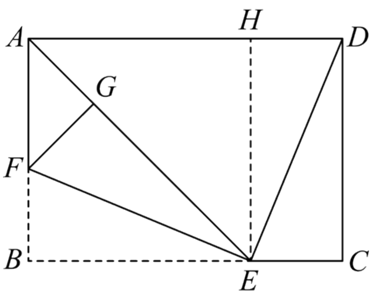
2023年辽宁省大连市各区中考模拟预测题分类汇编：三角形、四边形几何综合

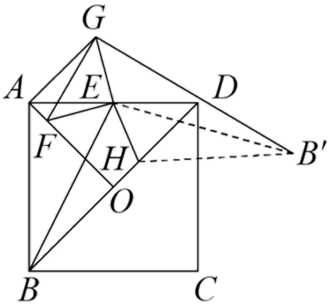
学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

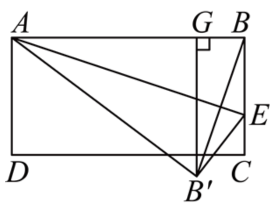
1．如图，将矩形纸片$ABCD$折叠$(AD>AB)$，使点B落在AD上的点H处，AE为折痕，然后将矩形纸片展开铺在一个平面上，E点不动，将BE边折起，使点B落在AE上的点G处，连接DE，若$AE=AD$，$EC=3$，则AD的长为_________.



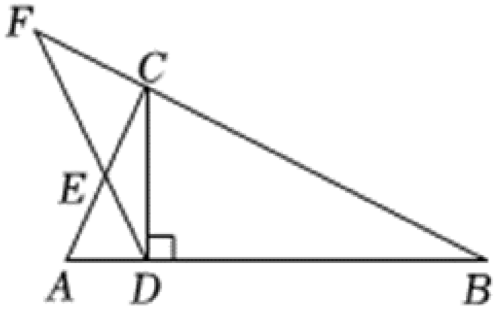
2．如图，在正方形$ABCD$中，BD为其对角线，$AB=2\sqrt{2}$，E为AD中点，点F在$\triangle ABD$的高AO上运动，连接EF，将线段EF绕点E顺时针旋转$90°$，得到线段EG，连接FG, AG，将$\vee BHE$沿直线EH翻折，则线段$B'G$的最小值为_________.



3．如图，矩形$ABCD$中，$AB=6\text{cm}$，点E在BC边上，将$\vee ABE$沿直线AE翻折，得到$\vee AB'E$，过点B'作$B'G\perp AB$，垂足为G．若$BB'=\frac{6\sqrt{10}}{5}\text{cm}$，则$B'G$的长为_________ cm．

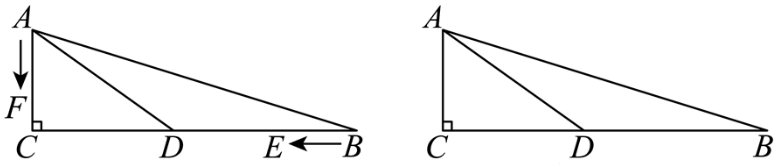


4．如图，$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，　$\tan B=\frac{1}{2}$，$CD\perp AB$于D，E是AC的中点，DE的延长线交BC的延长线于F，若$EF=5$，则$BC=$_____.



二、解答题

5．已知$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AC=3\text{cm}$，$CD=4\text{cm}$，$BD=AD$．点F从点A出发，沿$AC-CD$运动，速度为1cm/s，同时点E从点B出发，沿$BD-DA$运动，运动速度为1cm/s，一个点到达终点，另一点也停止运动．



备用图

(1)求BD的长；

(2)设$\triangle AEF$的面积为S，点P、Q运动时间为t，求S与的函数关系式，并写出的取值范围．

6．综合与实践问题情境：数学活动课上，王老师出示了一个问题：如图1，在$\triangle ABC$中，$CD\perp AB$，$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle A$．求证：$AB=AC$．

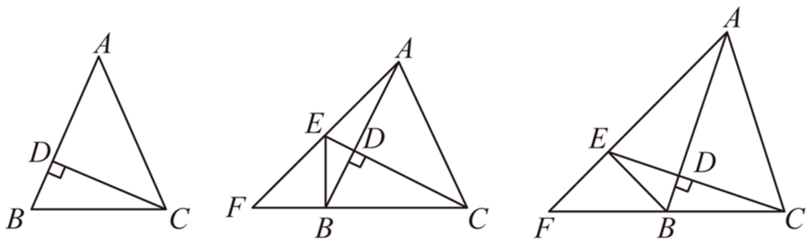


图1　　图2　　图3

(1)独立思考：请解答王老师提出的问题．

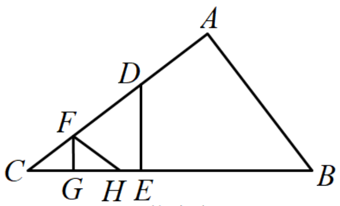
(2)实践探究：在原有问题条件不变的情况下，王老师增加下面的条件，并提出新问题，请你解答．

“如图2，延长CD至点E，使$CE=AC$，延长AE交CB的延长线于点F．当$EB\perp BC$

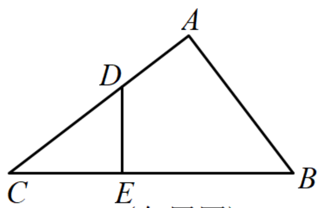
时，探究 BC 和 EF 之间的数量关系，并证明．”

(3)问题解决：数学活动小组同学对问题（2）进一步研究之后发现，当把“$EB \perp BC$”改为“$BE \perp AF$”时，如图3，求 $\frac{AE}{EF}$ 的值．请你解答．

7．如图1，在 $\text{Rt}\triangle CAB$ 中，$\angle CAB = 90°$，$AC = 12$，$BC = 15$，点 D 在 AC 上，$CD = 5$，$DE \perp BC$ 于点 E．点 F 是边 AC 上一动点，过点 F 作 $FG \perp BC$ 于点 G，点 H 与点 C 关于直线 FG 对称，当点 H 与点 B 重合时，点 F 停止运动，设 $CG = x$，$\triangle CHF$ 与四边形 $ADEB$ 重叠部分的面积为 $S\left(S > 0\right)$．



（图1）

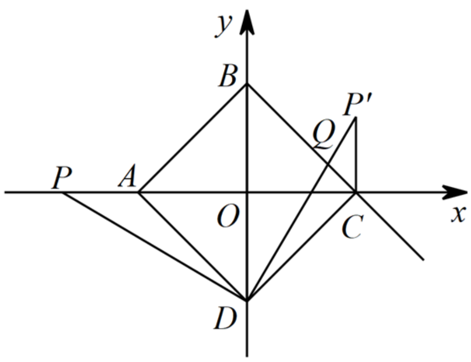


（备用图）

(1)求 CE 的长；

(2)求 S 与 x 的函数关系式，并直接写出自变量的取值范围．

8．如图，在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 分别在 x 轴和 y 轴上，点 A 的坐标为 $\left(-4,0\right)$．点 P 的坐标为 $\left(m,0\right)$，且 $m < 0$，连接 PD，以点 D 为中心，将 DP 顺时针旋转 $90°$，得到 DP'，连接 $P'C$，直线 DP' 与射线 BC 相交于点 Q．



(1)线段 BD 的长为_________；

(2)当 $BQ = 3CQ$ 时，求 m 的值．

9．如图1，$\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，D 是 AB 上一点，$CD = CA$，以点 C 为圆心，CD 长为半径画弧，以点 B 为圆心，BD 长为半径画弧，两弧在 CB 下方相交于点 E，连接 BE，CE，AE 与 CD 相交于点 F．

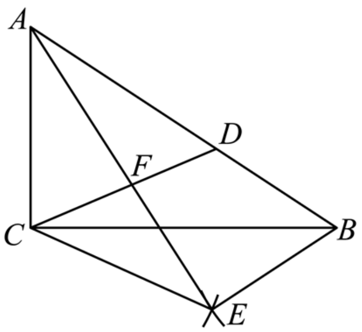


图1

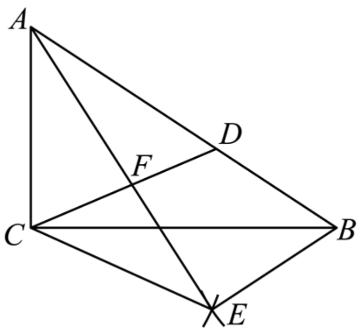


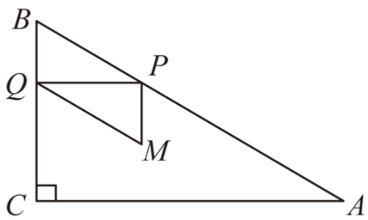
图2

(1)求证：$\angle CDB=\angle CEB$；

(2)求$\angle AEB$的度数：

(3)如图2，若$AD=3$，$BD=2$，求AF的长．

10．如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABC$，$AB=5$，$BC=3$，点P为边BA上一点且不与A，B重合，点P从点B出发，向终点A运动，速度为每秒5个单位长度，过点P作$PQ\perp BC$于点Q，分别过点P，Q作BC，AB的平行线，两条直线交于点M．设点P的运动时间为t(s)，$\triangle PQM$与$\triangle ABC$重叠部分图形面积为S.



(1)当点M落在AC上时，求t的值；

(2)求S与t的函数关系式，并直接写出自变量t的取值范围．

11．如图，$\triangle ABC$中，$AB=AC$，点D在AB边上，延长CD到点E且$\angle EAC=\angle BDC$，延长AE，CB交于点F，$AE=BF$．

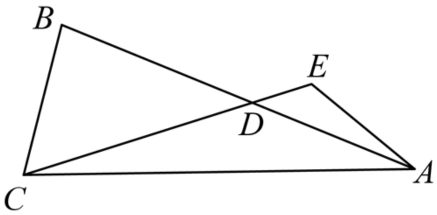


图1

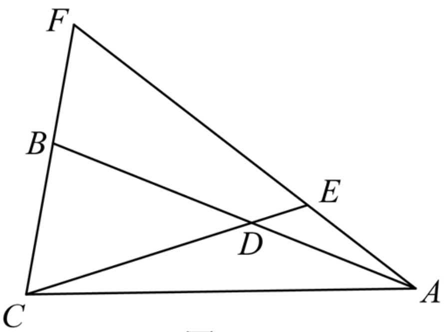


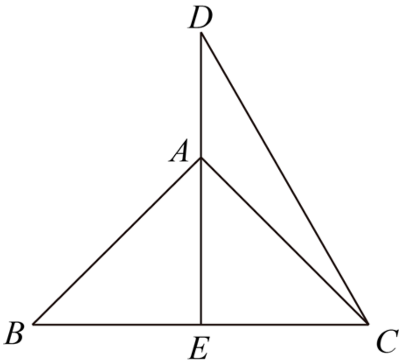
图2

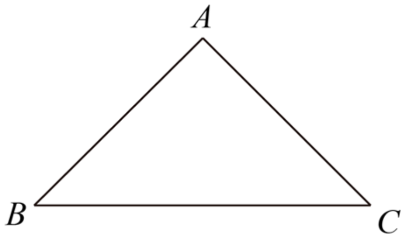
(1)填空：与$\angle EAD$相等的角是______；

(2)求$\angle F$的度数；

(3)若 $AF=8$，$AD=\frac{1}{2}BD$，求 ED 的长．

12．如图，$\triangle ABC$ 中，$AB=AC=\sqrt{2},\angle BAC=90^{\circ},DE$ 经过点 A，且 $DE\perp BC$，垂足为 E，$\angle DCE=60^{\circ}$．



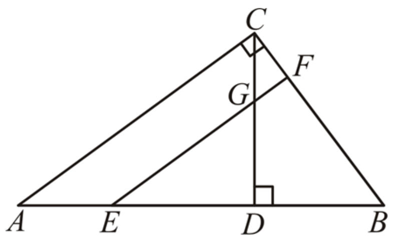


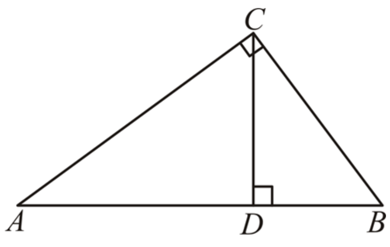
(备用图)

(1)以点 E 为中心，逆时针旋转 $\triangle CDE$，使旋转后的 $\triangle C'D'E'$ 的边 $C'D'$ 恰好经过点 A，求此时旋转角的大小；

(2)在（1）的情况下，将 $\triangle C'D'E'$ 沿 BC 向右平移 $t\left(0<t<1\right)$．设平移后的图形与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S，求 S 与 t 的函数关系式，并直接写出 t 的取值范围．

13．如图，Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，$CD\perp AB$ 于点 D，$AC=5\text{cm}$，$BC=\frac{15}{4}\text{cm}$，点 E 从点 A 出发，以 2cm/s 的速度沿 $AD\to DC$ 向终点 C 运动，过点 E 作 $EF\mathbin{/\mkern-4mu/}AC$ 与边 BC 相交于点 F（点 F 不与点 C 重合），与 CD 相交于点 G，设点 E 的运动时间为 t（单位：s），$\triangle CGF$ 的面积为 S（单位：cm^2）．





备用图

(1)求 AD，CD 的长；

(2)求 S 关于 t 的函数解析式，并直接写出自变量 t 的取值范围．

14．如图 1，$\triangle ABC$ 中，点 D，E，F 分别在 BC，AC，AB 上，$AB=AD$，$DE\mathbin{/\mkern-4mu/}AB$，$BE$，$EF$ 分别与 AD 相交于点 G，H，$\angle DEH=\angle DGE$．

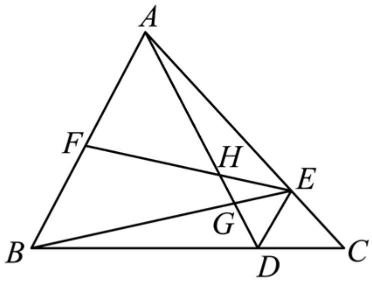


图1

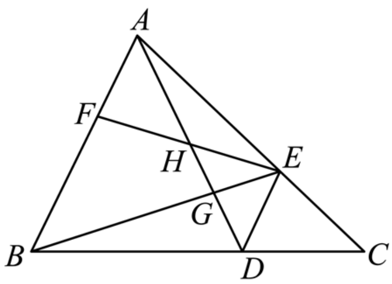


图2

(1)求证：$\angle DEG=\angle DHE$；

(2)求证：$BG=EF$；

(3)如图 2，若 H 是 AD 中点，$AB=kDE$，求 k 的值．

15．综合与实践

问题情境：数学活动课上，李老师出示了一个问题：

如图 1，在 $\triangle ABC$ 中，点 E，D 分别在边 AB，AC 上，连接 DE，$\angle ADE=\angle ABC$．

求证：$\angle AED=\angle C$．

独立思考：（1）请解答李老师提出的问题．

实践探究（2）在原有问题条件不变的情况下，李老师增加下面的条件，并提出新问题，请你解答．

“如图 2，延长 CA 至点 F，连接 BF，使 $BF=BC$，延长 DE 交 BF 于点 H，点 G 在 AF 上，$\angle FBG=\angle ABC$，$\angle FGH=\angle BGH$．在图中找出与 BE 相等的线段，并证明．”

问题解决：（3）数学活动小组同学对上述问题进行特殊化研究之后发现，当 $\angle BAC=90^\circ$ 时，点 G 与点 A 重合．若给出 $\triangle ABC$ 中任意两边长，则图 3 中所有已经用字母标记的线段长均可求．该小组提出下面的问题，请你解答．

“如图 3，在（2）的条件下，若 $\angle BAC=90^\circ$，$AB=6$，$AC=4$，求 AH 的长．”

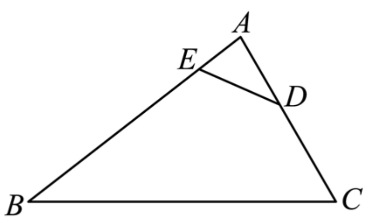


图1

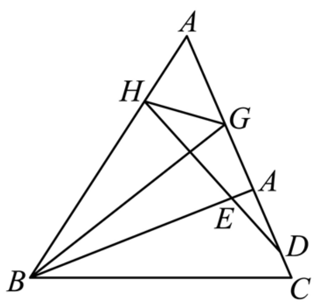


图2

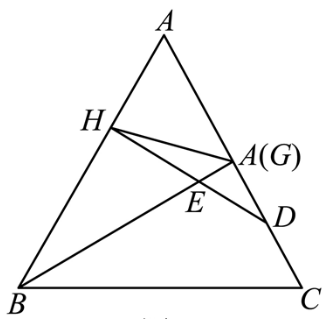


图3

16．综合与实践

问题情境：数学课上，王老师出示了一个问题：

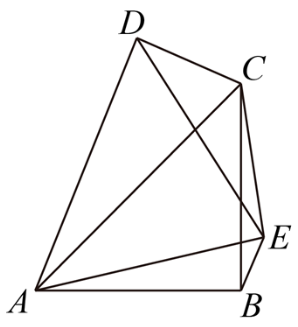


图1

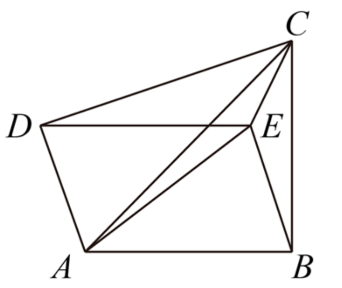


图2

如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC=\angle ADC=90^{\circ}$，$AB=BC$，$DE=AE$，$\angle AEB=\angle ADE$．请直接写出图中与$\angle ADE$相等的角．

独立思考：（1）请解答王老师提出的问题．

实践探究：（2）在原有条件不变的情况下，王老师提出了新问题，请你解答．

“探究线段 EB 与 CD 的数量关系，并证明．”

问题解决：（3）数学活动小组的同学对上述问题进行特殊化研究之后发现，保留原题条件，如果给出$\angle CEA$与$\angle DCA$之间的数量关系，则图 2 中所有已经用字母标记的任意两条线段之间的比值均可求．该小组提出下面的问题，请你解答．

“如图 2，若$\angle CEA+\angle DCA=180^{\circ}$，求$\dfrac{AE}{EC}$的值．”

参考答案：

1．$6+3\sqrt{2}$

【分析】先根据矩形的性质可得$\angle B=\angle C=\angle ADC=\angle BAD=90^\circ$，根据折叠的性质可得$AH=AB,\angle AHE=\angle B=90^\circ$，再根据正方形和矩形的判定可得四边形$ABEH$是正方形，四边形$CDHE$是矩形，根据正方形和矩形的性质可得$AH=EH,DH=EC=3$，设$AH=EH=x\left(x>0\right)$，则$AD=x+3$，$AE=\sqrt{2}x$，然后根据$AE=AD$建立方程，解方程求出$x$的值，由此即可得．

【详解】解：Q四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle B=\angle C=\angle ADC=\angle BAD=90^\circ$，

由折叠的性质得：$AH=AB,\angle AHE=\angle B=90^\circ$，

$\therefore$四边形$ABEH$是正方形，四边形$CDHE$是矩形，

$\therefore AH=EH,DH=EC=3$，

设$AH=EH=x\left(x>0\right)$，则$AD=AH+DH=x+3$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AEH$中，$AE=\sqrt{AH^2+EH^2}=\sqrt{2}x$，

Q$AE=AD$，

$\therefore \sqrt{2}x=x+3$，

解得$x=3\sqrt{2}+3$，

则$AD=x+3=3\sqrt{2}+3+3=6+3\sqrt{2}$，

故答案为：$6+3\sqrt{2}$．

【点睛】本题考查了矩形与折叠问题、正方形的判定与性质、勾股定理、二次根式的应用等知识点，熟练掌握矩形和折叠的性质是解题关键．

2．$\sqrt{10}-\sqrt{2}$

【分析】根据三角形三边之间的关系可得$B'G\geq B'E-GE$，根据勾股定理求出$B'E=\sqrt{10}$，只需求出GE的最大值即可．

【详解】解：∵四边形$ABCD$为正方形，

$\therefore AB=AD=2\sqrt{2}$，

∵E为AD中点，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AD=\sqrt{2}$，

根据勾股定理可得：$BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{10}$，

∵VBHE沿直线EH翻折得到V$B'HE$，

$\therefore B'E=\sqrt{10}$，

在VGEB'中，$B'G\ge B'E-GE$，

$\therefore B'G>\sqrt{10}-GE$，

当GE取最大值时，线段$B'G$取最小值，

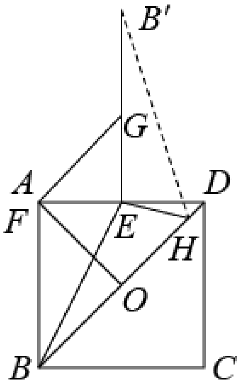
∵线段EF绕点E顺时针旋转$90°$，得到线段EG，

$\therefore EF=EG$，

当点F与点A重合时，EF取最大值，$EF=AE=\sqrt{2}$，

如图：当$B'E\perp AD$时，$B'G=B'E-GE=\sqrt{10}-\sqrt{2}$，

故答案为：$\sqrt{10}-\sqrt{2}$．



【点睛】本题主要考查了正方形的性质，勾股定理，折叠的性质，旋转的性质，三角形三边之间的关系，解题的关键是熟练掌握相关知识，确定当$B'G=B'E-GE$时的情况．

3．$\frac{18}{5}$

【分析】本题考查了矩形折叠问题，勾股定理，锐角三角函数，熟练掌握勾股定理，及三角函数是解题的关键．证明$\angle BB'G=\angle BAF$是解题的关键；

设AE交BB'于点F，由矩形的性质得$\angle ABC=90°$，根据折叠的性质可得$\angle AFB=90°$，在证明$\angle BB'G=\angle BAF$，则$BF=B'F=\frac{1}{2}BB'=\frac{3\sqrt{10}}{5}(\text{cm})$，$\therefore\frac{BG}{BB'}=\sin\angle BB'G=\sin\angle BAF=\frac{BF}{AB}$，所以$BG=\frac{\sqrt{10}}{10}BB'=\frac{6}{5}$，根据勾股定理即可求出$B'G$．

【详解】解：设AE交BB'于点F，

Q四边形$ABCD$是矩形，

$\therefore \angle ABC=90^{\circ}$，

将$\triangle ABE$沿直线AE翻折，得到$\triangle AB'E$，

$\therefore$点B'与点B关于直线AE对称，

$\therefore AE$垂直平分BB'

$\therefore \angle AFB=90^{\circ}$，

$\therefore BF=B'F=\frac{1}{2}BB'=\frac{1}{2}\times\frac{6\sqrt{10}}{5}=\frac{3\sqrt{10}}{5}(\mathrm{cm})$，

$\therefore \angle BAF=\angle EBF=90^{\circ}-\angle ABF$，

$\therefore \angle AGB'=\angle BGB'=\angle ABC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle BB'G=\angle EBF$，

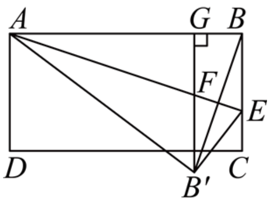
$\angle BB'G=\angle BAF$，

$\therefore \frac{BG}{BB'}=\sin\angle BB'G=\sin\angle BAF=\frac{BF}{AB}=\frac{\frac{3\sqrt{10}}{5}}{6}=\frac{\sqrt{10}}{10}$，

$\therefore BG=\frac{\sqrt{10}}{10}BB'=\frac{\sqrt{10}}{10}\times\frac{6\sqrt{10}}{5}=\frac{6}{5}(\mathrm{cm})$，

$\therefore B'G=\sqrt{BB'^{2}-BG^{2}}=\sqrt{\left(\frac{6\sqrt{10}}{5}\right)^{2}-\left(\frac{6}{5}\right)^{2}}=\frac{18}{5}(\mathrm{cm})$，

故答案为：$\frac{18}{5}$.



4．12

【分析】由直角三角形斜边的中线等于斜边的一半可得$DE=\frac{1}{2}AC$，即$AE=DE=CE$，则$\angle ACD=\angle FDC$，$\angle FDC=\angle B$，证明$\triangle CDF\backsim\triangle DBF$，则$\frac{DF}{BF}=\frac{CF}{DF}=\frac{CD}{DB}$，由$\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{CD}{DB}=\frac{1}{2}$，可得$\frac{DF}{BF}=\frac{CF}{DF}=\frac{1}{2}$，解得$BF=2DF$，$CF=\frac{1}{2}DF$，设$AE=DE=CE=x$，则$AC=2x$，$BC=4x$，$DF=5+x$，$BF=CF+4x$，则$2DF=CF+4x$，即$2(5+x)=\frac{1}{2}(5+x)+4x$，计算求解$x$的值，进而可求$BC$的值.

【详解】解：由题意知$\angle ACD+\angle BCD=90^{\circ}$，$\angle BCD+\angle B=90^{\circ}$，

$\therefore \angle ACD=\angle B$，

$\because \angle ADC = 90°$，$E$是$AC$的中点，

$\therefore DE = \dfrac{1}{2}AC$，即$AE = DE = CE$，

$\therefore \angle ACD = \angle FDC$，

$\therefore \angle FDC = \angle B$，

$\because \angle CFD = \angle DFB$，

$\therefore \triangle CDF \backsim \triangle DBF$，

$\therefore \dfrac{DF}{BF} = \dfrac{CF}{DF} = \dfrac{CD}{DB}$，

$\because \tan B = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{CD}{DB} = \dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{DF}{BF} = \dfrac{CF}{DF} = \dfrac{1}{2}$，解得$BF = 2DF$，$CF = \dfrac{1}{2}DF$，

设$AE = DE = CE = x$，则$AC = 2x$，$BC = 4x$，$DF = 5 + x$，$BF = CF + 4x$，

$\therefore 2DF = CF + 4x$，即$2\left(5 + x\right) = \dfrac{1}{2}\left(5 + x\right) + 4x$，解得$x = 3$，

$\therefore BC = 4x = 12$，

故答案为：12．

【点睛】本题考查正切，直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，等边对等角，相似三角形的判定和性质，灵活应用以上知识点是解题的关键．

5．(1) 5cm

(2) $S = \begin{cases} -\dfrac{1}{2}t^2 + \dfrac{9}{2}t(0 \le t \le 3) \\ -3t + 18(3 < t \le 5) \\ \dfrac{3}{10}t^2 - \dfrac{51}{10}t + 21(5 < t < 7) \end{cases}$

【分析】(1) 在$\text{Rt}\triangle ACD$中，利用勾股定理，可求出AD的长，结合$BD = AD$，即可得出BD的长；

(2) 利用时间=路程÷速度，可求出点E，F到达各节点所需时间，分$0 \le t \le 3$，$3 < t \le 5$及$5 < t < 7$三种情况考虑，当$0 \le t \le 3$时，由点E，F的运动速度，可得出AF，BE的长，进而可得出CE的长，再利用三角形的面积公式，即可找出S关于t的函数关系式；当$3 < t \le 5$时，由点E，F的运动速度，可得出CF，BE的长，进而可得出EF的长，再利用三角形的面积公式，即可找出S关于t的函数关系式；当$5 < t < 7$时，过点E作$EM \perp BC$于点M，则$\triangle DEM \backsim \triangle DAC$，根据各边之间的关系，可得出$DF$，$EM$

的长，再利用三角形的面积公式，即可找出S关于t的函数关系式.

【详解】（1）解：在$\mathrm{Rt}\triangle ACD$中，$\angle C=90°$，$AC=3\mathrm{cm}$，$CD=4\mathrm{cm}$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\mathrm{cm})$，

又$\because BD=AD$，

$\therefore BD=5\mathrm{cm}$；

（2）解：$3\div1=3(\mathrm{s})$，$5\div1=5(\mathrm{s})$，$(3+4)\div1=7(\mathrm{s})$，$(5+5)\div1=10(\mathrm{s})$.

当$0\le t\le3$时，如图1所示，

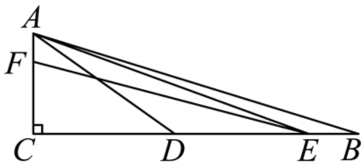


图1

$AF=t\mathrm{cm}$，$BE=t\mathrm{cm}$，

$\therefore CE=BC-BE=4+5-t=(9-t)\mathrm{cm}$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}AF\cdot CE=\dfrac{1}{2}t(9-t)=\left(-\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{9}{2}t\right)\mathrm{cm}^2$；

当$3<t\le5$时，如图2所示，

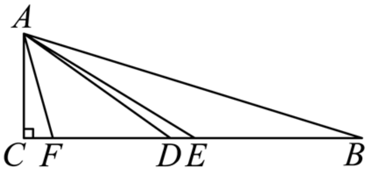


图2

$CF=(t-3)\mathrm{cm}$，$BE=t\mathrm{cm}$，

$\therefore EF=BC-CF-BE=4+5-(t-3)-t=(12-2t)\mathrm{cm}$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}AC\cdot EF=\dfrac{1}{2}\times3(12-2t)=(-3t+18)\mathrm{cm}^2$；

当$5<t<7$时，如图3所示，过点E作$EM\perp BC$于点M，

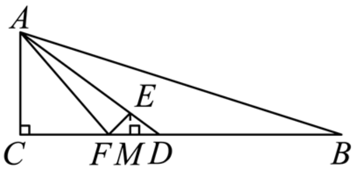


图3

则$\triangle DEM\backsim\triangle DAC$.

$\because CF=(t-3)\mathrm{cm}$，$BD=5\mathrm{cm}$，$DE=(t-5)\mathrm{cm}$，$\dfrac{EM}{AC}=\dfrac{DE}{DA}$，

$\therefore DF=BC-CF-BD=4+5-(t-3)-5=(7-t)\mathrm{cm}$，$EM=\dfrac{AC\cdot DE}{DA}=\dfrac{3(t-5)}{5}\mathrm{cm}$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}DF\cdot AC-\dfrac{1}{2}DF\cdot PM=\dfrac{1}{2}\times3(7-t)-\dfrac{1}{2}(7-t)\dfrac{3(t-5)}{5}=\left(\dfrac{3}{10}t^2-\dfrac{51}{10}t+21\right)\mathrm{cm}^2$.

综上所述，S 与 t 的函数关系式为 $S=\begin{cases}-\frac{1}{2}t^2+\frac{9}{2}t(0\le t\le 3)\\ -3t+18(3<t\le 5)\\ \frac{3}{10}t^2-\frac{51}{10}t+21(5<t<7)\end{cases}$.

【点睛】本题考查了勾股定理、三角形的面积、相似三角形的判定及性质以及根据实际问题列二次函数关系式，解题的关键是：（1）在 $Rt\triangle ACD$ 中，利用勾股定理求出 AD 的长；（2）分 $0\le t\le 3$，$3<t\le 5$ 及 $5<t<7$ 三种情况，找出S关于 t 的函数关系式.

6．(1)见解析

(2) $BC=\sqrt{2}EF$，见解析

(3)2

【分析】（1）过点 A 作 $AH\perp BC$ 于点 H，设 CD 交 AH 于点 O. 想办法证明 $\angle B=\angle ACH$ 即可；

（2）结论：$BC=\sqrt{2}EF$. 设 $\angle BAC=\alpha$，首先证明 $\angle F=45°$，推出 $EF=\sqrt{2}BE$，再证明 $BC=2BE$，可得结论；

（3）过点 C 作 $CR\perp AF$ 于点 R，过点 E 作 $EK\perp BF$ 于点 K. 想办法证明 $EF=ER=AR$，可得结论.

【详解】（1）证明：过点A作 $AH\perp BC$ 于点 H，设 CD 交 AH 于点 O.

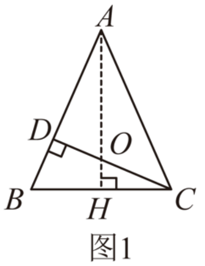


图1

$\because CD\perp AB$，$AH\perp CB$，

$\therefore\angle ADO=\angle CHO=90°$，

$\because\angle AOD=\angle COH$，

$\therefore\angle DAO=\angle BCD$，

$\because\angle BCD=\frac{1}{2}\angle BAC$，

$\therefore\angle BAC=2\angle DAO$，

$\therefore\angle BAH=\angle CAH$，

$\because\angle B+\angle BAH=90°$，$\angle CAH+\angle ACH=90°$，

$\therefore \angle B=\angle ACH$，

$\therefore AB=AC$；

（2）解：结论：$BC=\sqrt{2}EF$．

理由：设$\angle BAC=\alpha$

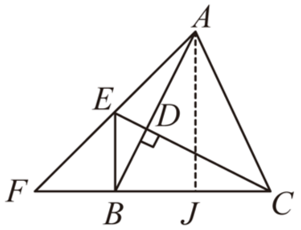


图2

$\because \angle ACE=\angle ACB-\angle DCB=90^\circ-\dfrac{\alpha}{2}-\dfrac{\alpha}{2}=90^\circ-\alpha$，

$\because CE=AC$，

$\therefore \angle CAE=\angle CEA=\dfrac{180^\circ-\left(90^\circ-\alpha\right)}{2}=45^\circ+\dfrac{\alpha}{2}$，

$\because \angle AEC=\angle F+\angle ECF$，

$\therefore 45^\circ+\dfrac{\alpha}{2}=\angle F+\dfrac{\alpha}{2}$，

$\therefore \angle F=45^\circ$，

$\because EB\perp CF$，

$\therefore \angle EBF=90^\circ$，

$\therefore \angle F=\angle BEF=45^\circ$，

$\therefore BE=BF$，

$\therefore EF=\sqrt{2}BE$，

$\therefore BE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}EF$，

$\because \angle AJC=\angle CBE=90^\circ$，$CA=CE$，$\angle BCE=\angle CAJ$，

$\therefore \triangle AJC\cong\triangle CBE\left(\mathrm{AAS}\right)$，

$\therefore CJ=EB$，

$\therefore BC=2CJ=2BE=\sqrt{2}EF$；

（3）解：过点C作$CR\perp AF$于点R，过点E作$EK\perp BF$于点K．

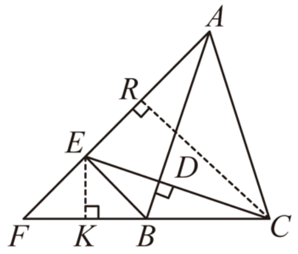


图3

由（2）可知$\angle F = 45°$， $BC = 2EK$，

$\because BE \perp EF$，

$\therefore \angle F = \angle EBF = 45°$，

$\therefore EF = EB$，

$\because EK \perp FB$，

$\therefore KF = KB$，

$\therefore EK = KF = KB$，

$\therefore BC = BF$，

$\because CA = CE$， $CR \perp AE$，

$\therefore ER = AR$，

$\because BE \parallel CR$， $BF = CB$，

$\therefore EF = ER$，

$\therefore AE = 2EF$，

$\therefore \dfrac{AE}{EF} = 2$．

【点睛】本题属于三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理、等腰三角形的判定和性质等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题，属于中考常考题型．

7．(1)4

(2) $S = \begin{cases} \dfrac{3}{2}x^2 - 6x + 6\left(2 < x \le 4\right) \\ \dfrac{3}{4}x^2 - 6\left(4 < x \le \dfrac{15}{2}\right) \end{cases}$

【分析】（1）证明$\triangle DCE \backsim \triangle BCA$，得到$\dfrac{CD}{BC} = \dfrac{CE}{AC}$，然后代入数值计算即可得到答案；

（2）先由勾股定理得$DE = 3$，再由轴对称的性质得到$FC = FH$， $CH = 2CG = 2x$，则

$\angle C=\angle FHC$；然后分当$2<x\le 4$时，如图2-1所示，设FH交DE于点M，证明$\triangle DEC\backsim\triangle MHE$，求出$ME=\frac{3}{2}(x-2)$，根据$S=\frac{1}{2}ME\cdot EH$进行求解即可；当$4<x\le\frac{15}{2}$时，如图2-2所示，证明$\triangle DEC\backsim\triangle FGC$，求出$FG=\frac{3x}{4}$根据$S_{\triangle FCH}=\frac{1}{2}CH\cdot FG$进行求解即可.

【详解】（1）解：$\because DE\perp BC$，

$\therefore\angle DEC=90^\circ=\angle BAC$，

$\because\angle DCE=\angle ACB$

$\therefore\triangle DCE\backsim\triangle BCA$，

$\therefore\frac{CD}{BC}=\frac{CE}{AC}$，

$\therefore\frac{5}{15}=\frac{CE}{12}$，

$\therefore CE=4$；

（2）解：在$\mathrm{Rt}\triangle DEC$中，根据勾股定理得$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=3$，

$\because$点H与点C关于直线FG对称，

$\therefore FG$垂直平分HC，

$\therefore FC=FH$，$CH=2CG=2x$，

$\therefore\angle C=\angle FHC$，

当$2<x\le 4$时，如图2-1所示，

设FH交DE于点M，

$\because DE\perp BC$，$EH=2x-4$，

$\therefore\angle DEC=\angle MEH=90^\circ$

$\because\angle C=\angle MHE$，

$\therefore\triangle DEC\backsim\triangle MHE$，

$\therefore\frac{ME}{DE}=\frac{EH}{CE}$，

$\therefore\frac{ME}{3}=\frac{2x-4}{4}$，

$\therefore ME=\frac{3}{2}(x-2)$，

$\therefore S=\frac{1}{2}ME\cdot EH$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}(x-2)\cdot(2x-4)$

$=\frac{3}{2}(x-2)^2$

$=\frac{3}{2}x^2-6x+6$；

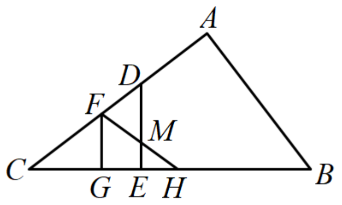


图2-1

当$4<x\le\frac{15}{2}$时，如图 2-2 所示，

$\because FG\perp BC$，

$\therefore \angle FGC=90^\circ=\angle DEC$，

$\because \angle C=\angle C$，

$\therefore \triangle DEC\backsim\triangle FGC$，

$\therefore \frac{FG}{DE}=\frac{CG}{CE}$，

$\therefore \frac{FG}{3}=\frac{x}{4}$，

$\therefore FG=\frac{3x}{4}$

$\therefore S_{\triangle FCH}=\frac{1}{2}CH\cdot FG$

$=\frac{1}{2}\times 2x\cdot\frac{3}{4}x$

$=\frac{3}{4}x^2$

$\therefore S=S_{\triangle FCH}-S_{\triangle DEC}$

$=\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2}\times 4\times 3$

$=\frac{3}{4}x^2-6$，

$\therefore$综上所述，$S=\begin{cases}\frac{3}{2}x^2-6x+6(2<x\le 4)\\ \frac{3}{4}x^2-6\left(4<x\le\frac{15}{2}\right)\end{cases}$

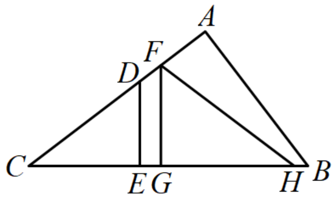


图2-2

【点睛】本题主要考查了相似三角形的性质与判定，勾股定理，轴对称的性质等等，熟知相似三角形的性质与判定条件是解题的关键.

8．(1)8

(2) $-\frac{20}{3}$ 或 $-\frac{4}{3}$

【分析】（1）根据正方形的性质，即可求解；

（2）分两种情况：证得 $\triangle PDA \cong \triangle P'DC(\mathrm{SAS})$，$\triangle CP'Q \backsim \triangle BDQ$，即可求解.

【详解】（1）解：Q 点 A 的坐标为 $(-4,0)$，

$\therefore OA = 4$，

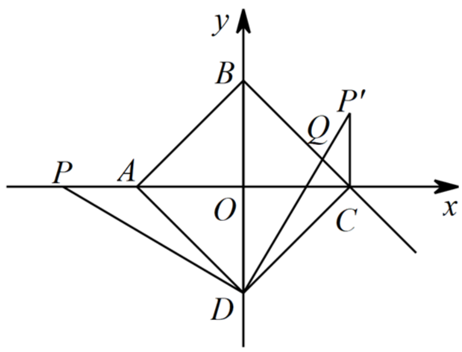
Q 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore BD = AC = 2OA = 8$，

故答案为：8；

（2）解：设点 P 的坐标为 $(m,0)$.

①当 $m \le -4$ 时，如图.



由旋转可得，$DP' = DP$，$\angle P'DP = 90°$.

$\therefore \angle PDA + \angle ADP' = 90°$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，