2023 学年第一学期期中教学评估

高二数学（答案在最后）

考试时间：120 分钟　　　满分 150 分

一、填空题（本大题共 12 小题，第 1-6 每题 4 分，7-12 每题 5 分，共 54 分）

1. 已知球的半径是2，则球体积为____________.

2. 已知四棱锥的底面积为 4，体积为 8，则该四棱锥的高为____________

3. 已知圆锥的轴截面是一个边长为 2 的等边三角形，则该圆锥的侧面积为______.

4. 设$m,n\in\mathbf{R}$，若向量$\vec{a}=(2,-1,3)$与向量$\vec{b}=(m,2,n)$平行，则$m+n=$__________.

5. 已知经过点$(1,-2)$的直线l的一个法向量为$(\sqrt{3},2)$，则l的点法式方程为________.

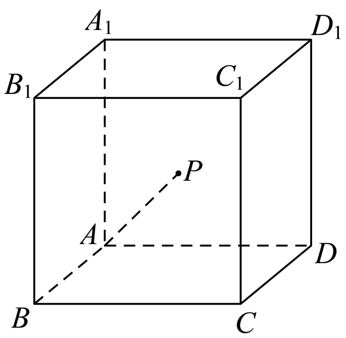
6. 把一个圆锥截成圆台，已知圆台的上、下底面半径的比为$1:4$，母线（原圆锥母线在圆台中的部分）长为 9，则原圆锥的母线长______.

7. 体积为 64 的正方体的顶点都在同一球面上，则该球的表面积为_____________.

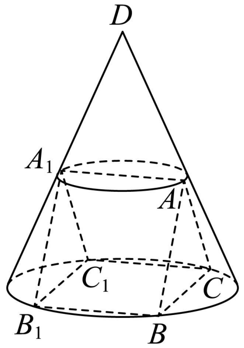
8. 平面α的法向量为$\vec{n}=(1,-1,2)$，$\overrightarrow{AB}=(2,0,-1)$，那么直线$AB$与平面$\alpha$的关系是_____.

9. 已知直线$a_1x+b_1y+1=0$和直线$a_2x+b_2y+1=0$都过点$A(4,3)$，求过点$P_1(a_1,b_1)$和点$P_2(a_2,b_2)$的直线方程______.

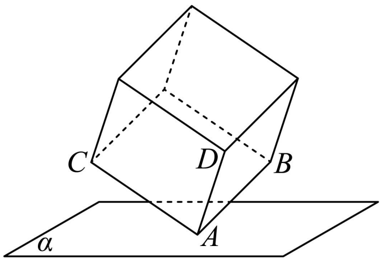
10. 如图，正方$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为 2，若空间中的动点 P 满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}+v\overrightarrow{AA_1}$，若$\lambda=\mu=v=\frac{1}{2}$，则二面角$P-AB-C$的平面角的大小为__________.



11. 如图，一个圆锥挖掉一个内接正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$（棱柱各顶点均在圆锥侧面或底面上），若棱柱侧面BCC_1B_1落在圆锥底面上．已知正三棱柱底面边长为$2\sqrt{3}$，高为 2，则该几何体的表面积______________.

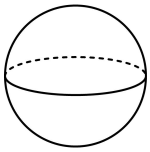


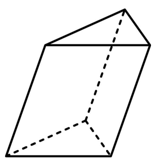
12. 下图是位于南桥工商银行和大菜场南面的一个正方体雕塑，其六个面镂空刻满了大美奉贤的多个地标.可以将其视为：某正方体的顶点 A 在平面 α 内，三条棱 AB,AC,AD 都在平面 α 的同侧.若顶点 B，C，D 到平面 α 的距离分别为 $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，2，则该正方体外接球的表面积为______.

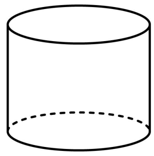


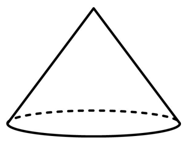
二、选择题（本大题共 4 小题，每题 5 分，共 20 分）

13. 下列几何体中，多面体是（　）

A. 

B. 

C. 

D. 

14. 关于直线的倾斜角和斜率，有下列说法：

①两直线的倾斜角相等，它们的斜率也相等；

②平行于 x 轴的直线的倾斜角为 $0°$ 或 $180°$；

③若直线过点 $P_1\left(x_1,y_1\right)$ 与 $P_2\left(x_2,y_2\right)$，则该直线的斜率为 $\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$.

其中正确说法的个数为（　　）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

15. 空间中不共面的三个向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ 可以作为空间向量的一组基底 $\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$，若 $\vec{d}=x\vec{a}+y\vec{b}+z\vec{c}$，$\left(x,y,z\in \mathrm{R}\right)$ 则称 $\vec{d}$ 在基底 $\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$ 下的坐标为 $\left(x,y,z\right)$，在四面体 $OABC$ 中，$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$．点 M 在 OA 上．且 $OM=2MA$，N 为 BC 中点，则 $\overrightarrow{MN}$ 在基底 $\left\{\vec{a},\vec{b},\vec{c}\right\}$ 下的坐标为（　　）

A. $\left(\frac{1}{2},-\frac{2}{3},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{2}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$　　C. $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3},-\frac{1}{2}\right)$

16. 已知空间四边形$ABCD$的每条边和对角线的长都等于 a，点 E、F 分别是BC、AD的中点，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$的值为（　　）

A. a^2　　B. $\frac{1}{2}a^2$　　C. $\frac{1}{4}a^2$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

三、解答题（本大题共 5 题，共 76 分）

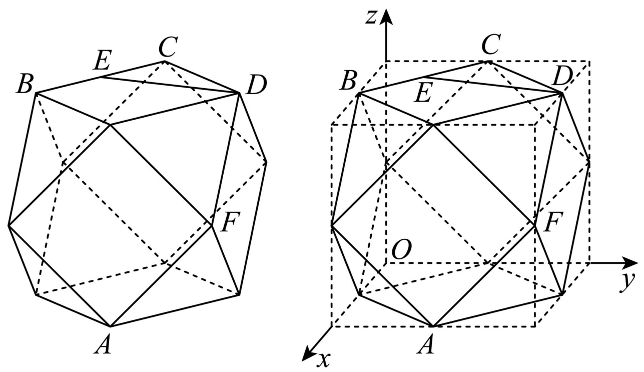
17. 已知直线l经过点$A(6,-4)$，斜率为$-\frac{4}{3}$，求直线的点法向式、点斜式和一般式方程.

18. 已知空间中的三点$P\left(-2,0,2\right)$，$M\left(-1,1,2\right)$，$N\left(-3,0,4\right)$，设$\vec{a}=\overrightarrow{PM}$，$\vec{b}=\overrightarrow{PN}$.

（1）若$k\vec{a}+\vec{b}$与$k\vec{a}-2\vec{b}$互相垂直，求k的值；

（2）求点N到直线PM的距离.

19. 有很多立体图形都体现了数学的对称美，其中半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体，半正多面体因其最早由阿基米德研究发现，故也被称作阿基米德体.如图，这是一个棱数为24，棱长都相等的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，可以看成是由一个正方体截去八个一样的四面体所得.已知点E为线段BC上一点且$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}$，若直线$DE$与直线$AF$所成角的余弦值为$\frac{5\sqrt{13}}{26}$，设半正多面体的棱长为$\sqrt{2}$，将半正多面体补成正方体，建立如图所示的空间直角坐标系.



（1）求正方体的棱长，并写出 A，B，C，D，F 点的坐标.

（2）求λ.

20. 如图，在空间之间坐标系$O-xyz$中，四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$在平面xOy上，其中点A与坐标原点O重合，点D在y轴上，$CD\perp AD$，$BC//AD$，顶点P在z轴上，且$PA=AD=CD=2$，$BC=3$.