

摘要

指数函数作为高中函数的教学内容之一，它在高中教学中有很重要的地位，《普通高中数学课程标准（2017年版2020年修订）》对指数函数的学习有全面且明确的要求。本研究围绕“高一学生指数函数认知水平的现状如何？”“影响高一学生指数函数认知水平的因素有哪些？”“提升高一学生指数函数认知水平的策略有哪些？”三个问题展开研究，利用 SOLO 分类理论对高一学生的指数函数认知水平进行调查研究。

本研究随机选取了陕西省两所中学的 366 名高一学生作为研究对象，采用文献法、测试法、问卷调查法及访谈法，利用 SOLO 分类理论对指数和指数运算、指数函数概念、指数函数图象与性质、指数函数综合应用四个维度分析了高一学生指数函数认知水平现状，并从学生自身和教师教学情况探究了影响高一学生指数函数认知水平的因素。通过对研究结果进行分析，在高一指数函数认知水平现状方面得出以下结论：（1）学生的指数和指数运算认知水平整体处于多点结构水平；（2）学生对指数函数概念的认知整体处于多点结构水平；（3）学生的指数函数图象和性质认知水平整体处于关联结构水平；（4）学生的指数函数综合应用认知水平整体处于前结构水平。在学校、男女生差异性方面得出结论：（1）学校之间的差异性显著；（2）男女生差异性不显著。

在高一学生指数函数认知水平影响因素方面得出以下结论：（1）缺乏关于指数函数相关的陈述性知识；（2）学生的技能学习有待提高；（3）学生无法熟练运用指数函数中所蕴含的数学思想方法；（4）指数函数的学习中缺少学习兴趣因素；（5）学生对指数函数相关知识未形成系统性的理解。最后针对高一学生指数函数认知水平的现状及影响因素，本研究对学生指数函数的学习及教师的教学方面提出以下策略：学生层面的策略：（1）学会与现实模型联系，提高指数函数学习兴趣；（2）夯实对知识理解和掌握，形成系统化的知识体系；（3）逐步提升技能学习，提高指数函数综合应用能力。教师层面的策略：（1）精化教学设计，提高指数运算能力；（2）适当利用信息技术，直观感知指数函数图象变化；（3）注重思想方法的渗透，提升学生的应用能力；（4）完善学生的评价系统，更好地对学生进行分层教学。

关键词：高一学生；SOLO 分类理论；指数函数认知水平；认知水平；策略

Abstract

As one of the teaching contents of high school function, exponential function plays a very important role in high school teaching. The Mathematics Curriculum Standard for Ordinary High School (2017 edition 2020 Revision) has comprehensive and clear requirements for the learning of exponential function. This study focuses on "What is the current status of the cognitive level of the exponential function of high school students?" "What are the factors that affect the cognitive level of the exponential function?" "What are the strategies to improve the cognitive level of the exponential function of high school students?" Three questions were studied, and SOLO classification theory was used to investigate the cognitive level of exponential function.

This study randomly selected 366 students as a research object, using literature method, test, questionnaire survey and interview method, using SOLO classification theory of index and index operation, index function concept, index function image and properties, index function four dimensions analyzes the high students index function cognitive level, and from the students themselves and teachers teaching situation to explore the factors affecting the high students index function cognitive level. Through the analysis of the research results, the following conclusions are drawn on the current situation of cognitive level of higher index function: (1) the cognitive level of index and index operation is at the multi-point structure level; (2) the cognition of the concept of index function is at the multi-point structure level; (3) the image of index function is at the level of correlation structure level; (4) the cognitive level of index function is at the former structure level. In terms of the difference between schools and male and female students, the conclusions are as follows: (1) the difference between schools is significant; (2) the difference between male and female students is not significant.

Conclusion on the cognitive factors of exponential function: (1) lack of declarative knowledge about exponential function; (2) students' skill learning needs to be improved; (3) students are unable to skillfully use the mathematical thinking methods contained in exponential function; (4) lack of learning interest factors in the learning of exponential function; (5) students do not have a systematic understanding of the knowledge of exponential function. Finally, in view of the current situation and influencing factors of the cognitive level of exponential function, this study proposes

the following strategies for the learning of exponential function and teachers: student level strategies: (1) learn to connect with the realistic model to improve the learning exponential of exponential function; (2) consolidate the understanding and mastery of knowledge and form a systematic knowledge system; (3) gradually improve skill learning and improve the comprehensive application ability of exponential function. Teacher-level strategies: (1) Learn to connect with the reality model to improve the interest in learning exponential functions; (2) make appropriate use of information technology to intuitively perceive the change of exponential function image; (3) pay attention to the penetration of thinking methods and improve students 'application ability; (4) improve students' evaluation system and better stratified teaching for students.

Key words: high one student; SOLO classification theory; exponential function cognitive level; cognitive level; strategy

目录

一、绪论	1
(一) 问题的提出	1
1. 指数函数的基础性与重要性	1
2. 利用 SOLO 分类理论评价的重要性	1
(二) 研究问题	2
(三) 研究目的和意义	2
1. 研究目的	2
2. 研究意义	2
(四) 核心概念界定	2
1. 认知水平	3
2. 指数函数认知水平	3
二、文献综述	5
(一) 数学认知水平的相关研究现状	5
1. 数学认知水平的调查研究	5
2. 数学认知水平的相关性、影响因素、策略与案例研究	6
(二) SOLO 分类理论的相关研究现状	7
1. SOLO 分类理论内涵的相关研究	7
2. SOLO 分类理论评价的相关研究	9
3. SOLO 分类理论应用的相关研究	10
(三) 指数函数的相关研究现状	11
1. 指数函数的概念及其性质有关研究	11
2. 指数函数的教学研究	13
3. 教材以及课标比较研究	14
4. 认知、理解水平的探究分析	15
(四) 文献述评	16
三、研究过程与方法	18
(一) 研究方法	18
1. 文献分析法	18
2. 测试法	18
3. 访谈法	18
4. 问卷调查法	18

(二) 研究过程.....	18
1.研究思路.....	18
2.研究对象.....	19
3.研究工具.....	20
四、高一学生指数函数认知水平的现状分析.....	30
(一) 指数函数整体认知水平现状分析.....	30
(二) 指数和指数运算认知水平现状分析.....	30
1.指数和指数运算认知水平分析.....	30
2.指数和指数运算维度不同认知水平典例分析.....	31
3.指数和指数运算认知水平差异性分析.....	33
4.指数和指数运算认知水平独立样本 T 检验分析.....	33
(三) 指数函数概念认知水平现状分析.....	34
1.指数函数概念认知水平分布.....	34
2.指数函数概念维度不同认知水平典例分析.....	36
3.指数函数概念认知水平差异性分析.....	40
4.指数函数概念认知水平独立样本 T 检验分析.....	40
(四) 指数函数图象和性质认知水平现状分析.....	41
1.指数函数图象和性质认知水平分析.....	41
2.指数函数图象和性质不同认知水平典例分析.....	42
3.指数函数图象和性质认知水平差异性分析.....	46
4.指数函数图象和性质认知水平独立样本 T 检验分析.....	47
(五) 指数函数综合应用认知水平现状分析.....	48
1.指数函数综合应用认知水平分析.....	48
2.指数函数综合应用认知维度不同认知水平典例分析.....	48
3.指数函数综合应用认知水平差异性分析.....	50
4.指数函数综合应用认知水平独立样本 T 检验分析.....	51
五、影响高一学生指数函数认知水平的因素.....	53
(一) 学生层面因素分析.....	53
1.学生的认知学习领域因素分析.....	53
2.学生的数学思维能力因素分析.....	59
3.学生的学习态度因素分析.....	61
(二) 教师层面因素分析.....	63
1.教师访谈过程及其分析.....	63
2.访谈总结.....	64

六、高一学生指数函数认知水平的提升策略	66
(一) 学生层面的策略	66
1.学会与现实模型联系,提高指数函数学习兴趣	66
2.夯实对知识理解和掌握,形成系统化的知识体系	66
3.逐步提升技能学习,提高指数函数综合应用能力	67
(二) 教师层面的策略	69
1.精化教学设计,提高指数运算能力	69
2.适当利用信息技术,直观感知指数函数图象变化	70
3.注重思想方法的渗透,提升学生的应用能力	70
4.完善学生的评价系统,更好地对学生分层教学	71
七、研究结论与反思	72
(一) 研究结论	72
1.高一学生指数函数的认知水平现状	72
2.学校和男女生差异性	73
3.影响高一学生指数函数水平的因素	74
(二) 研究反思	76
参考文献	77
(一) 专著类	77
(二) 期刊类	77
(三) 学位论文类	79
(四) 其他类	80
致谢	81
附录	83
附录一高一学生指数函数认知水平测试卷	83
附录二教师访谈提纲	85
附录三高一学生指数函数调查问卷	86

一、绪论

(一) 问题的提出

1. 指数函数的基础性与重要性

高中数学的四大主线之一为函数,而指数函数是函数内容学习的重要模型之一,其所蕴含的数学思想方法有助于学生更好地学习数学,但随着新改革的深化与不断推入的过程中,要求学生在掌握知识的同时也要学会应用数学思想方法解决问题,在此过程中不断提高学生分析以及解决问题的能力,进而形成严密的数学思维逻辑。另一方面来说函数是描述数量之间的关系,因而学生需要学会提取问题的数学特征,并将其抽象化,能够建立相关问题的函数关系,进而对其数量关系、特征以及伴随关系进行描述。

(1) 指数函数的基础性

首先学生通过对于一次函数、反比例函数以及一元二次函数的学习,学生已经对函数的定义、解析式和图象的研究有了初步的理解,为学生进一步的学习奠定了基础。其次,指数函数是高中数学的基本初等函数之一,也是继学习幂函数之后第二个具体的函数模型,能够更好地对其图象、性质以及应用进行系统研究。

(2) 指数函数的重要性

学生在高中阶段学习了利用集合去定义函数以及研究函数更为细致的方法,而指数函数作为重要的函数模型,通过对其学习和研究一是有助于学生更好地理解函数的概念;二是能够为学习对数函数奠定基础,让学生掌握研究函数的一般步骤;三是让学生在学的过程中感受到学习数学思想方法的重要性,能够将其所蕴含的数学思想方法迁移应用于本学科以及其他学科的学习中;四是通过对于指数函数的学习过程中逐步感知其在生活中的实际应用,如细胞分裂、人口控制、疾病预测等方面都需要指数函数。

2. 利用 SOLO 分类理论评价的重要性

随着世界的发展,数学在各个方面都发挥着重要的作用,致使现在越来越重视学生的数学逻辑、数学思维的培养。依据国家新课程标准要求在教学中应该落实过程评价,关注于学生的素养,提高教学质量等。在课堂教学过程中,除了要关注学生知识的掌握与技能的发展,还要关注学生的数学核心素养的形成与发展。对于教学结果的评价中,在关注于学生成绩的同时,也要注重教学过程中的综合评价过程。^①

^① 中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)[S].北京:人民教育出版社,2020:84-88

而 SOLO 分类理论既包括对于学生的知识掌握量的差距分析，又包括对于学生思维发展水平层次的质性评价，基本符合新课改对于学生评价的要求。对于教学结果的评价中，教师可以利用 SOLO 分类理论分析学生对于知识的掌握量进行传统的评价，并将评价深入到质的层次，也在结果性评价的基础上加入了过程性评价。由此看出，结合 SOLO 分类理论进行层次划分，能够更加清晰学生需要达到的数学思维水平以及学生已经达到的水平。

（二）研究问题

本研究是以高一学生为研究对象，利用 SOLO 分类理论对高一学生的指数函数认知水平进行研究。具体的研究问题如下：

问题一：高一学生指数函数认知水平的现状如何？

问题二：影响高一学生指数函数认知水平的因素有哪些？

问题三：提升高一学生指数函数认知水平的策略有哪些？

（三）研究目的和意义

1.研究目的

(1)通过文献研究，分析高一学生数学认知水平构成要素，并基于课程标准对指数函数要求，得到各知识点的 SOLO 水平划分；

(2)通过调查研究，分析学生回答指数函数问题时对每个知识点表现出的不同 SOLO 水平以及高一学生指数函数认知水平的现状；

(3)通过研究分析得出影响高一学生指数函数认知水平的因素，并提出相应的策略。

2.研究意义

（1）理论价值

通过查阅文献，发现有许多关于指数函数的教学设计、典例解题技巧和学习障碍等方面的研究。而本文通过测试卷对陕西省某两所高中的高一学生进行指数函数认知水平的调查研究，分析数据，确定学生所处的认知水平，分析其影响因素，并提出相应的策略。

（2）实践意义

①帮助教师了解高一学生对指数函数认知水平，使得教师能够及时的调整自己的教学计划和设计，帮助学生有效的学习。

②注重把握学生学习质与量的评价，改进教师的教学方式，以更合理的评价标准促进学生学习，提高教学质量。

（四）核心概念界定

1. 认知水平

首先通过查阅文献发现对“认知”的理解主要包括以下两种解释。一是广义的解释：认知心理学认为认知是通过大脑接受并加工处理来自外界的信息的心理过程，同时以认知作为研究对象，其包括感受、思维、语言等心理过程；二是狭义的解释：大脑通过加工并整理信息的系统，该系统是基于外界感知的物理符号建立起来的^①。朱智贤认为认知是人情感、意志、语言等理性的思维认识过程，其核心的是思维^②。本研究旨在于高一学生指数函数知识的“认知”水平，属于广义的认知心理学，即将认知过程中思维理解水平作为主要研究对象。

其次通过刘明君对于认知水平的界定，即认知水平为学生在相同的教学环境下，对知识的概念（包括内涵和外延）、思想、运用等方面所达到的统一的趋势和标准。定义数学认知水平为学生在相同的教学条件下，对数学知识概念、基本运算、基本活动经验等方面所掌握的程度。^③

最后鉴于认知及水平概念的搜寻及认知水平的概念界定查阅，本研究认为认知水平是指知识学习及运用的过程所处的层次及对自身知识水平的认识及感知。

2. 指数函数认知水平

首先本研究所涉及的指数函数的内容与要求等均出自《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订版)》，在新教材人教版必修第一册的第四章为必修课程。其具体内容，如表 1-1 所示：

表 1-1 指数函数知识表

教材内容	知识点	具体内容
指数	n 次方根 与分数指 数幂	1. n 次方根
		<p>(1) n 次方根：一般地，如果 $x^n = a$，则 x 叫做 a 的 n 次方根，其中 $n > 1, n \in \mathbb{N}^*$。</p> <p>(2) n 次方根的性质</p> <p>①当 n 为奇数时，正数的 n 次方根是一个正数，负数的 n 次方根是一个负数。 记作：$x = \sqrt[n]{a}$</p> <p>②当 n 为偶数时，正数的 n 次方根有两个，这两个数互为相反数。 记作：$x = \pm \sqrt[n]{a} (a > 0)$</p> <p>③负数没有偶次方根，0 的任何次方根都是 0。</p> <p>(3) 根式：$\sqrt[n]{a}$，n 是根指数，a 为被开方数。</p>

① 彭冉龄,张必隐.认知心理学[M].杭州:浙江教育出版社,2004:3-5.

② 朱智贤.现代认知心理学评述[J].北京师范大学学报:社会科学版,1985(01):1-6.

③ 刘明君.高中生排列组合认知水平研究[D].兰州:西北师范大学,2016.

续表 1-1 指数函数知识表

教材内容	知识点	具体内容	
指数	n 次方根与分数指数幂	2. (1) 正数的正分数指数幂: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} (a > 0, m, n \in N^*, n > 1)$	
		(2) 负整数的指数幂: $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} (a > 0, m, n \in N^*, n > 1)$	
		(3) 0 的正分数指数幂等于 0, 0 的负整数的指数幂无意义 对于任意有理数 r, s 均有以下运算性质: ① $a^r a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in Q)$ ② $(a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in Q)$ ③ $(ab)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in Q)$	
指数函数	无理数指数幂及其运算性质	一般地, 无理数指数幂 $a^\alpha (a > 0, \alpha$ 为无理数) 是一个确定的实数, 则对于任意实数 r, s , 均有以下运算性质: ① $a^r a^s = a^{r+s} (a > 0, r, s \in R)$ ② $(a^r)^s = a^{rs} (a > 0, r, s \in R)$ ③ $(ab)^r = a^r b^r (a > 0, b > 0, r \in R)$	
		指数函数的概念	一般地, 函数 $y = a^x (a > 0, \text{且} a \neq 1)$ 叫做指数函数, 其中 x 是自变量, 函数的定义域是 R 。
		指数函数的图象和性质	定义域: R 值域: $y > 0$ 当 $a > 1$ 时, 单调递增函数, 图象过定点 $(0, 1)$ 当 $0 < a < 1$ 时, 单调递减函数, 图象过定点 $(0, 1)$

因而聚焦学生指数函数内容的认知水平, 将指数函数认知水平进一步定义为学生对指数和指数函数的相关知识应用过程中表现的水平, 指数函数认知水平的高低是在此过程中表现水平的高低。

二、 文献综述

(一) 数学认知水平的相关研究现状

1. 数学认知水平的调查研究

针对于数学认知水平调查研究多数是基于 SOLO 理论、布卢姆认知分类目标理论等进行调查,发现问题并提出相应的策略。其中包括对于试题的研究主要是关中考试题、高考试题以及开放题等,以及对于数学知识的数学认知水平研究主要包括有排列组合、圆锥曲线、概率等。具体分析如下:

杨永良在 2008 年基于 SOLO 分类理论,结合新课程标准等内容,从整体、班级和性别等方面,对两个 UMR 循环高中生圆锥曲线学习过程中的认知水平进行考察,运用威特罗克提的生成性学习理论,分析不同阶段学生的认知特征、普遍存在的问题和成因,并给出教学和学习建议。^①

周超在 2009 年在青浦实验的数学认知层次的分析框架作了一定的调整,借鉴其行动中的部分题目,并与中考题和开放性问题相结合,制作测试题;同时,利用专家鉴定来对考题进行分类,利用试题反应理论来评价学生的分析水平等;之后,对苏州八年级两个班级的学生进行测试,检测其认知水平,并展开性别等相关性分析。^②

刘明君在 2016 年以 SOLO 分类理论为基础,从六个维度构建了有关排列组合的测试卷,将兰州三所高中的高三年级部分理科班级作为研究对象,对高中生在这方面的认知水平以及学习障碍、错误类型进行了调查。^③

时晨在 2011 年以 SOLO 分类理论为基础,对上海两所中学的学生解决开放题的认知水平展开了研究,并认为初高中学生在解答开放题时未必存在差异等。^④

宋晓辉在 2020 年用教科书等编写的测验题目,按照布卢姆的认知分类目标理论,对直线方程的认知程度进行了划分,并对大连市一所高中二年级的学生的认知能力和常见的错误进行调查以及分析研究,并给出相应的教学建议。^⑤

魏菲在 2020 年根据现有的文献资料和高考试题等,设计出一套以 SOLO 为核心的测评体系。在此基础上,对天津市三所高中的部分高一学生的三角函数认知水平的现状及影响因素进行调查研究。^⑥

① 杨永良.高中生圆锥曲线认知水平发展研究[D].北京:首都师范大学,2008.

② 周超.八年级学生数学认知水平的检测与相关分析[D].上海:华东师范大学,2009.

③ 刘明君.高中生排列组合认知水平研究[D].兰州:西北师范大学,2016.

④ 时晨.初高中学生解决数学开放题认知水平的研究[D].上海:华东师范大学,2011.

⑤ 宋晓辉.高中生对直线方程的认知水平研究[D].大连:辽宁师范大学,2020.

⑥ 魏菲.SOLO 理论下高一学生三角函数认知水平的调查研究[D].天津:天津师范大学,2020.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/618034105066006117>