2.1 向量及其运算

在数学上，向量是由个数组成的有序数组，记成

$$a=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \text{或} a^T=(a_1, a_2,\ldots, a_n)$$

叫做 n 维向量，向量的第 i 个分量称为a_i.

2.1.1 向量的创建

MATLAB中向量可以由以下方法创建：

（1）元素输入法

在命令行窗口中直接输入，向量元素用“[ ]”括起来，元素之间用空格、逗号或分号分隔.用空格和逗号分隔生成行向量，用分号分隔生成列向量.

例2.1 单个标量的输入.

```
>> a=3          %输入数值a
a =
   3
>> whos         %whos命令可以查看工作区中所存储的变量信息
Name      Size         Bytes  Class    Attributes
  a        1x1            8  double
```

（2）冒号法

冒号表达式的基本形式为x=a:step:b，表示创建一个从a开始， 增量为step，不超过b的向量．若增量为1，表达式可以简写为x=a:b．

（3）线性等分向量法

① linspace(a,b)

生成包含a和b 之间的 100 个等间距点的行向量．

② linspace(a,b,n)

生成包含n 个点的行向量.这些点的间距为 (b-a)/(n-1)．

（4）对数等分向量法

① logspace(a,b)

生成一个由在 10^a 和 10^b（10的N次幂）之间的50个对数间距点组成的行向量 y．

② logspace(a,b,n)

在 10a 和 10b之间生成 n个点．

例2.2 生成向量举例．

```
>>x1=[1 3 5 7 9]    %元素输入法
x1=
    1    3    5    7    9
>> x2=1:2:10      %冒号生成法
x2 =
    1    3    5    7    9
```

```
>> x3=5:-2:1       %冒号生成法
x3=
   5    3    1
>> x4=linspace(3,-2,6)   %线性等分向量法
x4=
    3    2    1    0   -1   -2
>> x5=logspace(0,5,6)   %对数等分向量
x5=
      1        10        100        1000        10000        100000
```

2.1.2 向量元素的引用

① x(n)

表示向量中的第n个元素

② x(n1:n2)

表示向量中的第n1至n2个元素

例2.3 向量元素的引用、修改和扩展．

```
>> x=1:2:5

x =

   1     3     5
```

```
>> x(2)=6          %修改第2个元素为6
x =
   1    6    5
>> x(5)=7          %增加第5个分量，第4个分量没有赋值，自动设为0
x =
   1    6    5    0    7
>> x([1,end])
ans =
     1    5
```

注：MATLAB中对下标的标识是从1开始的，就是和数学中使用的说法是一致的．这和其他一些编程语言中从0开始标识是不同的．

2.1.3 向量的运算

（1）加减与数加减

向量的加减法要求运算的向量有相同的维数，而向量的数加减法运算则是先数字扩展成与向量同维的且每个元素都等于该数字的向量，再进行加减运算．

```
>> a=1:3

a=

   1    2    3
```

```
>> b=2:2:7
b =
     2     4     6
>> a+b              %向量a与b都是3维向量，可以做加法
ans =
     3     6     9
>> a+3              %向量与3相加，向量的每个元素加3
ans =
     4     5     6
```

（2）数乘

向量的数乘运算是将每个元素都乘以该数．

例2.4 向量的运算

```
>>x=linspace(1,10,3)
ans =
      1.0000    5.5000    10.0000
>>x*2
ans =
      2    11    20
```

（3）点积、叉积及混合积

① 向量的点积

C=dot(A,B)

返回向量A和B的数量点积．A和B必须同维．当A和B都为列向量时，它等同于A '*B

② 向量叉积

C=cross(A,B)

返回向量A和B的叉积向量．如果A和B为向量，要求A和B必须为3 个元素的向量．

例2.5 向量的点积和叉积运算．

```
>> A = [4 -2 1];
>> B = [1 -1 3];
>> C=dot(A,B)      %向量A和B的点积
C =
   9
>> D = cross(A,B)   %向量A和B的叉积
D=
  -5   -11    -2
```

谢 谢

台州学院 TAIZHOU UNIVERSITY

澡身浴德 修业及时

2.2 矩阵及其运算

主讲 王洁

在数学上，定义由$m\times n$个数 排成的 m行n列的数表

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

称为m行n列矩阵.

若$m=n$，则该矩阵为 n 阶方阵 .

2.2.1 矩阵的创建

（1）简单矩阵的创建

MATLAB中矩阵可以采用逐一输入元素的方法创建.输入矩阵时要用“[ ]”括起来，同行元素之间由空格或“，”分隔，行与行之间用“；”或回车符分隔，矩阵元素可以是表达式．

例2.6 矩阵的创建 .

```
>>a=[1 2 3;4,5,6;7,8 9]
 a =
     1     2     3
     4     5     6
     7     8     9
>> b=[sin(pi/3), cos(pi/4); log(9), sqrt(6)]
b =
    0.8660    0.7071
    2.1972    2.4495
```

（2）特殊矩阵的创建

①空阵：在MATLAB中定义“[ ]”为空阵；

②全零矩阵：

zeros(n) 创建n阶的全零阵；

zeros(m,n) 或zeros([m,n]) 创建m×n的全零阵；

```
>> zeros(3)

ans =

     0     0     0

     0     0     0

     0     0     0
```

③单位矩阵：

eye(n) 创建n阶的单位阵；

eye(m,n) 创建m×n的单位阵；

```
>> eye(3)

ans =

     1     0     0

     0     1     0

     0     0     1
```

④全一矩阵：

ones(n) 创建n阶的全一阵；

ones(m,n) 创建mn的全一阵；

```
>> ones(2,3)

ans =

     1     1     1

     1     1     1
```

⑤ 随机矩阵：

rand(n)　在区间 (0,1) 内创建n阶均匀分布的随机矩阵；

rand(m,n)　在区间 (0,1) 内创建mn均匀分布的随机矩阵；

rand　在区间 (0,1) 内创建一个随机数量；

randn(n)　创建n阶的正态分布N（0,1）的随机阵；

```
>> rand(3)

ans =

    0.4218    0.9595    0.8491
    0.9157    0.6557    0.9340
    0.7922    0.0357    0.6787
```

⑥伴随矩阵：

compan(p)　创建系数向量是p的多项式的伴随矩阵；

⑦对角矩阵

diag(v,k)　将向量 v 的元素放置在第 k 条对角线上.k=0 表示主对角线，k>0 位于主对角线上方，k<0 位于主对角线下方．

```
>> diag([1 2 3])
ans =
    1    0    0
    0    2    0
    0    0    3
```

例2.7 构造三对角矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

```
>>A=diag([1 2 3 4])+diag([2 3 4],1)+diag([5 4 3],-1)
A =
1    2    0    0
5    2    3    0
0    4    3    4
0    0    3    4
```

⑧ Hilbert矩阵

hilb(n) 创建n阶的Hilbert矩阵；

⑨ 魔方矩阵

magic(n) 创建n阶魔方矩阵

```
>> magic(3)

ans =

     8     1     6

     3     5     7

     4     9     2
```

⑩ 稀疏矩阵

sparse(A)

通过挤出任何零元素将满矩阵转换为稀疏格式．如果矩阵包含许多零，将矩阵转换为稀疏存储空间可以节省内存．

2.2.2矩阵的运算

1 矩阵的基本运算

（1）常数与矩阵的运算

常数与矩阵运算即是常数与矩阵各元素之间进行运算．

k+A 常数k加上矩阵A的每个元素

k-A 常数k减去矩阵A的每个元素

k*A 常数k乘以矩阵A的每个元素

A/k 矩阵A的每个元素除以常数k

（2）矩阵的加减法

数学上，设 和都是$m\times n$矩阵， 要求矩阵A和B是同型矩阵，即A的行数和B的行数相等，A的列数与B的列数相等.

在MATLAB中用A+B、A-B计算矩阵的和差，这与数学上的矩阵加减法相同.

（3）矩阵的乘法

数学上，设 是m×s矩阵， 是s×n矩阵，则 是m×n矩阵，其中

要求矩阵A的列数等于B的行数.

在MATLAB中用A*B计算矩阵的乘积，也要求矩阵A的列数等于B的行数，这与数学上的矩阵乘法相同.

A.*B计算同型矩阵A和B对应元素的乘积.

（4）矩阵的除和点除运算

矩阵的除和点除运算是MATLAB特有的，运算符为“/”、“\”、“./” 、“.\”.

- A\B　A左除B，求线性方程组AX=B的解X. 若A为非奇异方阵，则X=inv(A)*B ；否则将使用最小二乘法求X
- A/B　B右除A，求线性方程组XB=A的解X. 若B为非奇异方阵，则X=A*inv(B)；否则将使用最小二乘法求X
- A.\B　A的每个元素左除B的对应元素，要求A和B同型
- A./B　B的每个元素右除A的对应元素，要求A和B同型

（5）矩阵的幂和点幂运算

数学上，设 是n阶方阵， 表示k个A相乘，要求矩阵A是方阵.

在MATLAB中用A^k计算矩阵的k次幂，也要求矩阵A是方阵，这与数学上的矩阵求幂运算相同．但是，点幂运算是MATLAB特有的，A.^k 计算A中的每个元素的k次幂．

例2.8 矩阵运算．

```
>> A=magic(2)
 A =
    1    3
    4    2
>> B=ones(2,3)
B =
    1    1    1
    1    1    1
```

```
>> A+B                      %矩阵A和B不是同型矩阵，不能求和
矩阵维度必须一致.            %出错提示
 >> A+2
ans =
     3     5
>> A.^2                     %A的点幂运算
ans =
     1     9
    16     4
```

2 . 矩阵的函数运算

表2-1 矩阵的函数运算表

函数形式	函数功能	函数形式	函数功能
eig(A)	求方阵A的特征值	A'	求矩阵A的转置
rank(A)	求矩阵A的秩	det(A)	求方阵A的行列式
trace(A)	求方阵A的对角元素和	rref(A)	求矩阵A的行最简形
inv(A)	求方阵A的逆矩阵	null(A)	求Ax=0的基础解系
lu(A)	LU 矩阵分解	orth(A)	求矩阵A的正交基