

# 2021-2023 年全国高考数学真题汇编（新高模式）

姓名：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_

## 一. 单选题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）

1. 【2021-北京数学高考真题】 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 1\}$ ,  $B = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

- A.  $(-1, 2)$                       B.  $(-1, 2]$                       C.  $[0, 1)$                       D.  $[0, 1]$

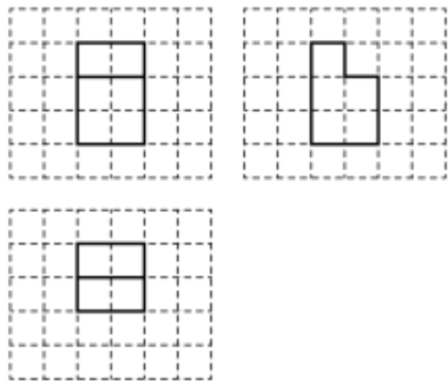
2. 【2021-全国新高 II 卷】 复数  $\frac{2-i}{1-3i}$  在复平面内对应的点所在的象限为 ( )

- A. 第一象限                      B. 第二象限                      C. 第三象限                      D. 第四象限

3. 【2023-天津卷数学真题】 “ $a^2 = b^2$ ” 是 “ $a^2 + b^2 = 2ab$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件                      B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件                      D. 既不充分又不必要条件

4. 【2023-全国数学乙卷（文）高考真题】 如图，网格纸上绘制的一个零件的三视图，网格小正方形的边长为 1，则该零件的表面积为 ( )



- A. 24                      B. 26                      C. 28                      D. 30

5. 【2023-北京数学乙卷高考真题】 下列函数中，在区间  $(0, +\infty)$  上单调递增的是 ( )

- A.  $f(x) = -\ln x$                       B.  $f(x) = \frac{1}{2^x}$   
C.  $f(x) = -\frac{1}{x}$                       D.  $f(x) = 3^{x-1}$

6. 【2021-新高考 I 卷】 已知圆锥的底面半径为  $\sqrt{2}$ , 其侧面展开图为一个半圆，则该圆锥的母线长为 ( )

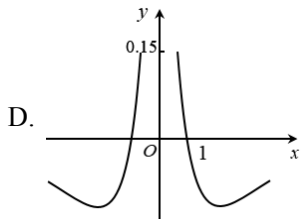
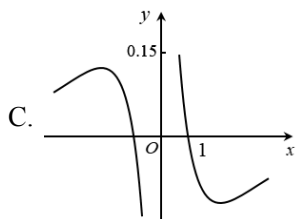
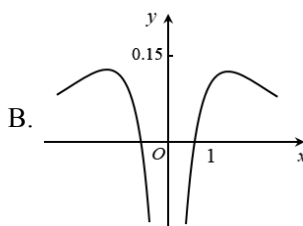
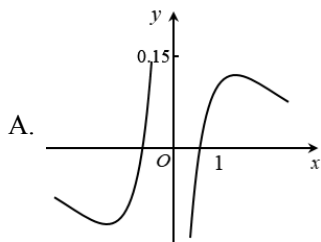
A. 2

B.  $2\sqrt{2}$ 

C. 4

D.  $4\sqrt{2}$ 

7. 【2021-天津卷】 函数  $y = \frac{\ln|x|}{x^2+2}$  的图像大致为 ( )



8. 【2021-天津卷】 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点与抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点重合，抛物线的准线交双曲线于  $A, B$  两点，交双曲线的渐近线于  $C, D$  两点，若  $|CD| = \sqrt{2}|AB|$ . 则双曲线的离心率为 ( )

A.  $\sqrt{2}$ B.  $\sqrt{3}$ 

C. 2

D. 3

二. 多选题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

9. 【2021-新高考 I 卷】 已知点  $P$  在圆  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 16$  上, 点  $A(4,0)$ 、 $B(0,2)$ , 则 ( )

A. 点  $P$  到直线  $AB$  的距离小于 10B. 点  $P$  到直线  $AB$  的距离大于 2C. 当  $\angle PBA$  最小时,  $|PB| = 3\sqrt{2}$ D. 当  $\angle PBA$  最大时,  $|PB| = 3\sqrt{2}$ 

10. 【2021-全国新高 II 卷】 设正整数  $n = a_0 \cdot 2^0 + a_1 \cdot 2^1 + \dots + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + a_k \cdot 2^k$ , 其中  $a_i \in \{0,1\}$ , 记

$\omega(n) = a_0 + a_1 + \dots + a_k$ . 则 ( )

A.  $\omega(2n) = \omega(n)$ B.  $\omega(2n+3) = \omega(n)+1$

C.  $\omega(8n+5) = \omega(4n+3)$

D.  $\omega(2^n - 1) = n$

11. 【2021-新高考 I 卷】 已知  $O$  为坐标原点, 点  $P_1(\cos \alpha, \sin \alpha)$ ,  $P_2(\cos \beta, -\sin \beta)$ ,

$P_3(\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta))$ ,  $A(1, 0)$ , 则 ( )

A.  $|\vec{OP}_1| = |\vec{OP}_2|$

B.  $|\vec{AP}_1| = |\vec{AP}_2|$

C.  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}_3 = \vec{OP}_1 \cdot \vec{OP}_2$

D.  $\vec{OA} \cdot \vec{OP}_1 = \vec{OP}_2 \cdot \vec{OP}_3$

三. 填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分)

12. 【2023-北京数学乙卷高考真题】 已知函数  $f(x) = 4^x + \log_2 x$ , 则  $f\left(\frac{1}{2}\right) =$ \_\_\_\_\_.

13. 【2023-新课标全国 I 卷真题】 在正四棱台  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2, A_1B_1 = 1, AA_1 = \sqrt{2}$ , 则该棱台的体积为\_\_\_\_\_.

14. 【2022-北京数学高考真题】 已知数列  $\{a_n\}$  各项均为正数, 其前  $n$  项和  $S_n$  满足  $a_n \cdot S_n = 9(n = 1, 2, \dots)$ . 给出下列四个结论:

- ①  $\{a_n\}$  的第 2 项小于 3;
- ②  $\{a_n\}$  为等比数列;
- ③  $\{a_n\}$  为递减数列;
- ④  $\{a_n\}$  中存在小于  $\frac{1}{100}$  的项.

其中所有正确结论的序号是\_\_\_\_\_.

四. 解答题 (本大题共 5 小题, 每小题 12 分, 共 60 分)

15. 【2023-新课标全国 I 卷真题】 已知在  $\triangle ABC$  中,  $A + B = 3C, 2\sin(A - C) = \sin B$ .

(1) 求  $\sin A$ ;

(2) 设  $AB = 5$ , 求  $AB$  边上的高.

16. 【2022-全国甲卷数学高考真题】 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 已知  $\frac{2S_n}{n} + n = 2a_n + 1$ .

(1) 证明:  $\{a_n\}$  是等差数列;

(2) 若  $a_4, a_7, a_9$  成等比数列, 求  $S_n$  的最小值.

17. 【2021-全国甲卷 (理)】 甲、乙两台机床生产同种产品, 产品按质量分为一级品和二级品, 为了比较两台机床产品的质量, 分别用两台机床各生产了 200 件产品, 产品的质量情况统计如下表:

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

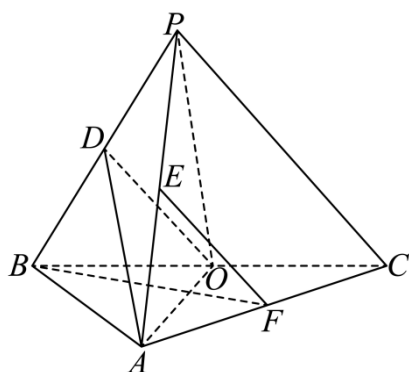
(1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?

(2) 能否有 99% 的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异?

附: 
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

18. 【2023-全国数学乙卷（文）高考真题】 如图，在三棱锥  $P-ABC$  中，  $AB \perp BC$ ，  $AB = 2$ ，  $BC = 2\sqrt{2}$ ，  $PB = PC = \sqrt{6}$ ，  $BP, AP, BC$  的中点分别为  $D, E, O$ ，点  $F$  在  $AC$  上，  $BF \perp AO$ 。



(1) 求证：  $EF \parallel$  平面  $ADO$ ；

(2) 若  $\angle POF = 120^\circ$ ，求三棱锥  $P-ABC$  的体积。

19. 【2021-北京数学高考真题】 已知函数  $f(x) = \frac{3-2x}{x^2+a}$ 。

(1) 若  $a = 0$ ，求  $y = f(x)$  在  $(1, f(1))$  处切线方程；

(2) 若函数  $f(x)$  在  $x = -1$  处取得极值，求  $f(x)$  的单调区间，以及最大值和最小值。

## 2021-2023 年全国高考数学真题汇编（新高模式）

### 【参考答案】

1. 答案: B

解析:

由题意可得:  $A \cup B = \{x \mid -1 < x \leq 2\}$ , 即  $A \cup B = (-1, 2]$ .

故选: B.

2. 答案: A

解析:

$$\frac{2-i}{1-3i} = \frac{(2-i)(1+3i)}{10} = \frac{5+5i}{10} = \frac{1+i}{2}, \text{ 所以该复数对应的点为 } \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right),$$

该点在第一象限,

故选: A

3. 答案: B

解析:

由  $a^2 = b^2$ , 则  $a = \pm b$ , 当  $a = -b \neq 0$  时  $a^2 + b^2 = 2ab$  不成立, 充分性不成立;

由  $a^2 + b^2 = 2ab$ , 则  $(a-b)^2 = 0$ , 即  $a = b$ , 显然  $a^2 = b^2$  成立, 必要性成立;

所以  $a^2 = b^2$  是  $a^2 + b^2 = 2ab$  的必要不充分条件.

故选: B

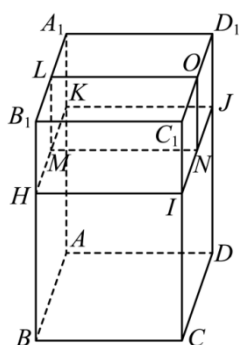
4. 答案: D

解析:

如图所示, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=BC=2$ ,  $AA_1=3$ ,

点  $H, I, J, K$  为所在棱上靠近点  $B_1, C_1, D_1, A_1$  的三等分点,  $O, L, M, N$  为所在棱的中点,

则三视图所对应的几何体为长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  去掉长方体  $ONIC_1-LMHB_1$  之后所得的几何体,



该几何体的表面积和原来的长方体的表面积相比少 2 个边长为 1 的正方形,

其表面积为:  $2 \times (2 \times 2) + 4 \times (2 \times 3) - 2 \times (1 \times 1) = 30$ .

故选: D.

5. 答案: C

解析:

对于 A, 因为  $y = \ln x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,  $y = -x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,

所以  $f(x) = -\ln x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 故 A 错误;

对于 B, 因为  $y = 2^x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增,  $y = \frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,

所以  $f(x) = \frac{1}{2^x}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 故 B 错误;

对于 C, 因为  $y = \frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,  $y = -x$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减,

所以  $f(x) = -\frac{1}{x}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递增, 故 C 正确;

对于 D, 因为  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3^{\left|\frac{1}{2}-1\right|} = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$ ,  $f(1) = 3^{|1-1|} = 3^0 = 1$ ,  $f(2) = 3^{|2-1|} = 3$ ,

显然  $f(x) = 3^{|x-1|}$  在  $(0, +\infty)$  上不单调, D 错误.

故选: C.

**6. 答案: B**

**解析:**

设圆锥的母线长为  $l$ , 由于圆锥底面圆的周长等于扇形的弧长, 则  $\pi l = 2\pi \times \sqrt{2}$ , 解得  $l = 2\sqrt{2}$ .

故选: B.

**7. 答案: B**

**解析:**

设  $y = f(x) = \frac{\ln|x|}{x^2+2}$ , 则函数  $f(x)$  的定义域为  $\{x|x \neq 0\}$ , 关于原点对称,

又  $f(-x) = \frac{\ln|-x|}{(-x)^2+2} = f(x)$ , 所以函数  $f(x)$  为偶函数, 排除 AC;

当  $x \in (0, 1)$  时,  $\ln|x| < 0, x^2+1 > 0$ , 所以  $f(x) < 0$ , 排除 D.

故选: B.

**8. 答案: A**

**解析:**



设双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  与抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的公共焦点为  $(c, 0)$ ,

则抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线为  $x = -c$ ,

令  $x = -c$ , 则  $\frac{c^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ , 解得  $y = \pm \frac{b^2}{a}$ , 所以  $|AB| = \frac{2b^2}{a}$ ,

又因为双曲线的渐近线方程为  $y = \pm \frac{b}{a}x$ , 所以  $|CD| = \frac{2bc}{a}$ ,

所以  $\frac{2bc}{a} = \frac{2\sqrt{2}b^2}{a}$ , 即  $c = \sqrt{2}b$ , 所以  $a^2 = c^2 - b^2 = \frac{1}{2}c^2$ ,

所以双曲线的离心率  $e = \frac{c}{a} = \sqrt{2}$ .

故选: A.

## 9. 答案: ACD

解析:

圆  $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 16$  的圆心为  $M(5, 5)$ , 半径为 4,

直线  $AB$  的方程为  $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$ , 即  $x + 2y - 4 = 0$ ,

圆心  $M$  到直线  $AB$  的距离为  $\frac{|5 + 2 \times 5 - 4|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{11}{\sqrt{5}} = \frac{11\sqrt{5}}{5} > 4$ ,

所以, 点  $P$  到直线  $AB$  的距离的最小值为  $\frac{11\sqrt{5}}{5} - 4 < 2$ , 最大值为  $\frac{11\sqrt{5}}{5} + 4 < 10$ , A 选项正确, B 选项错

误;

如下图所示:

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/635134103114011214>