

2012-20XX 年希望杯初一数学竞赛试题

希望杯第二十三届(20XX 年)全国数学邀请赛初一第 1 试

一、选择题(每小题 4 分, 共 40 分)

1. 计算: $(-1)^2 \cdot (-2)^{-1} \cdot (-1)^{-2} =$ () 42
 (A) -2 (B) -1 (C) 6 (D) 4

2. 北京景山公园中的景山的相对高度(即从北京的地平面到山顶的垂直距离)是 45.7 米, 海拔高度是 94.2 米. 而北京香山公园中的香炉峰(俗称“鬼见愁”)的海拔高度是 557 米. 则香炉峰的相对高度是()米.
 (A)508.5 (B)511.3 (C)462.8 (D)605.5

3. If rational numbers $a, b,$ and c satisfy $a < b < c,$ then $|a-b|+|b-c|+|c-a|=($)
 (A)0 (B) $2c-2a$ (C) $2c-2b$ (D) $2b-2a$

4. 某人在练车场上练习驾驶汽车, 两次拐弯后的行驶方向与原来的方向相反, 则这两次拐弯的角度可能是()

(A)第一次向左拐 $40^\circ,$ 第二次向右拐 40° (B)第一次向右拐 $50^\circ,$ 第二次向左拐 130°
 (C)第一次向右拐 $70^\circ,$ 第二次向左拐 110° (D)第一班向左拐 $70^\circ,$ 第二次向左拐 110°

5. 某单位 3 月上旬中的 1 日至 6 日每天用水量的变化情况如图 1 所示. 那么这 6 天的平均用水量是()吨.

(A)33 (B)32.5 (C)32 (D)31

6. 若两位数 ab 是质数, 交换数字后得到的两位数 ba 也是质数, 则称 ab 为绝对质数. 在大于 11 的两位数中绝对质数有()个.

(A)8 (B)9 (C)10 (D)11

7. 已知有理数 x 满足方程 1

$\frac{2012}{41}x - \frac{11x}{49} = \frac{2009}{49} - 9,$ 则
 (A) $\frac{2012}{41}x - \frac{11x}{49} = \frac{2009}{49} - 9$ (B) $\frac{2012}{41}x - \frac{11x}{49} = \frac{2009}{49} - 9$ (C)41 (D)49

8. 某研究所全体员工的月平均工资为 5500 元, 男员工月平均工资为 6500 元, 女员工月平均工资为 5000 元, 则该研究所男、女员工人数之比是()

(A)2: 3 (B)3: 2 (C)1: 2 (D)2: 1

9. 如图 2, $\triangle ABC$ 的面积是 60, $AD: DC=1: 3,$ $BE: ED=4: 1,$ $EF: FC=4: 5.$ 则 $\triangle BEF$ 的面积是()

(A)15 (B)16 (C)20 (D)36

10. 从 3 枚面值 3 元的硬币和 5 枚面值 5 元的硬币中任意取出 1 枚或多于 1 枚, 可以得到 n 种不同的面值和, 则 n 的值是()

(A)8. (B)15. (C)23. (D)26.

二、A 组填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11. 若 $x=0.23$ 是方程 $\frac{mx}{1-0.12}$ 的解, 则 $m=$ _____ . 5

12. 如图 3, 梯形 $ABCD$ 中. $\angle DAB=\angle CDA=90^\circ,$ $AB=5,$ $CD=2,$ $AD=4.$

1

以梯形各边为边分别向梯形外作四个正方形. 记梯形 $ABCD$ 的面积为 S_1 , 四个正方形的面积和为 S_2 , 则 $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$. S_2

1, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$. 3213. 若有理数 a 的绝对值的相反数的平方的倒数等于它的相反数的立方的

222214. If $a < -2$, $-1 < b < 0$, $H = -a - b$, $O = a + b$, $P = -a + b$, and $E = a - b$, then the magnitude relation of the four number H , O , P , and E is $\underline{\hspace{2cm}}$.

(英汉小词典:magnitude relation 大小关系)

15. 某农民在农贸市场卖鸡. 甲先买了总数的一半又半只. 然后乙买了剩下的一半又半只. 最后丙买了剩下的一半又半只, 恰好买完. 则该农民一共卖了 $\underline{\hspace{2cm}}$ 只鸡.

2216. 若 $(a - 2b + 3c + 4) + (2a - 3b + 4c - 5) \leq 0$, 则 $6a - 10b + 14c - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图 4, 在直角梯形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = 10$, $BC = 25$, $AD = 15$, 现以 BD 为折痕, 将梯形 $ABCD$ 折叠, 使 AD 交 BC 于点 E . 点 A 落到点 A_1 , 则 $\triangle CDE$ 的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

2218. 代数式 $5a + 5b - 4ab - 32a - 4b + 10$ 的最小值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

19. 如图 5, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 1\text{cm}$. $AB = 2\text{cm}$. 以 B 为中心, 将 $\triangle ABC$ 顺时针旋转, 使得点 A 落在边 CB 延长线上的 A_1 点, 此时点 C 落到点 C_1 , 则在旋转中, 边 AC 变到 A_1C_1

2 所扫过的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm^2 (结果保留 π).

20. 在一条笔直的公路上, 某一时刻, 有一辆客车在前, 一辆小轿车在后, 一辆货车在客车与小轿车的正中间同向行驶, 过了 10 分钟, 小轿车追上了货车; 又过了 5 分钟, 小轿车追上了客车, 此后, 再过 t 分钟, 货车追上了客车, 则 $t = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、B 组填空题(每小题 8 分, 共 40 分)

21. 已知 $2x - 3y = z + 56$, $6y = 91 - 4z - x$, 则 x, y, z 的平均数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 又知 $x^2 > 0$ 并且 $(x - 3)^2 = 36$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$, $z = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 有长为 $1\text{cm}, 2\text{cm}, 3\text{cm}, 4\text{cm}, 5\text{cm}, 6\text{cm}$ 的六根细木条, 以它们为边(不准截断或连接)可以构成 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个不同的三角形, 其中直角三角形有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

23. 已知 11 瓦(0.011 千瓦)的节能灯与 60 瓦(即 0.06 千瓦)的白炽灯的照明效果相同, 使用寿命都越过 3000 小时. 而节能灯每只售价为 27 元, 白炽灯每只售价为 2.5 元. 电费为 0.5 元 / 千瓦时. 若用一只 11 瓦节能灯照明 1500 小时, 则电费为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元. 对于 11 瓦的节能灯和 60 瓦的白炽灯, 当照明时间大于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 小时时, 买节能灯更划算.

24. 已知正整数 a, b 的最大公约数是 3, 最小公倍数是 60, 若 $a > b$, 则 $\frac{a^2 - b^2}{2ab}$ = _____.

25. 如图 6, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, M 是 $\angle CAB$ 的平分线 AL 的中点. 延长 CM 交 AB 于 K , $BK = BC$. 则 $\angle CAB =$ _____ $^\circ$, $\angle ACK =$ _____.

$\angle KCB$

2

第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛第 1 试答案

题号 1 答案 C

题号 11

8 答案

2

A 12

3 B 13 -2

4 D 14

5 C

6 A

7 A 16 -1

8 C 17

9 B 18 -58

10 C 19

20 15

23

15

21

15

P H O E 7
5706

24

5 12;
25 45 $^\circ$;

题号 答案

$\frac{9}{22}7; \frac{39}{1}23^3$

8.25; 1000

3999

或 40401

3

9、(1) 面积公式: $S = \text{底边} \times \text{高} \div 2$, 直接计算: $AD:DC = 1:3$, 高相同, 则面积比也为 $1:3$, 因此, $S_{\triangle BDC} = S_{\triangle ABC} \times \frac{3}{4}$, 即 $60 \times \frac{3}{4} = 45$ 。以此类推, 得到答案为选项 B。

(2) $S_{\triangle BEF} / S_{\triangle BEC} = EF / EC = 4/9$, $S_{\triangle BEC} / S_{\triangle BDC} = BE / BD = 4/5$, $S_{\triangle BDC} / S_{\triangle ABC} = DC / AC = 3/4$, 所以, $S_{\triangle BEF} / S_{\triangle ABC} = 4/9 \times 4/5 \times 3/4 = 4/15$, 故, $S_{\triangle BEF} = S_{\triangle ABC} \times 4/15 = 60 \times 4/15 = 16$ 。

10、(1) 画出 3 个 3 元和 5 个 5 元的图示, 3 枚 3 元硬币, 可组成 3、6、9 共 3 种不同面值, 5 枚 5 元硬币, 可以组成 5、10、15、20、25 共 5 种不同面值, 这样有 $3+5=8$ 种不同面值; 再继续用 3 元和 5 元的硬币组合, 可以得到 15 种不同面值。因此, 共有: $8+15=23$ 种。

(2) 3 元面值硬币可取 0 枚、1 枚、2 枚、3 枚共 4 种取法, 5 元面值硬币可取 0 枚、1 枚、2 枚、3 枚、4 枚、5 枚共 6 种取法, 但 3 元和 5 元硬币不能同时取 0 枚, 因此共 $4 \times 6 - 1 = 23$ 种取法, 即 23 种不同面值。

14、(1) 根据题目条件, 假设 $a = -3$ 、 $b = -0.1$, 逐个套入等式, 根据结果比较 HOPE

(2) 由条件可知, a 和 b 都为负数, 负负得正; 且 b 的绝对值为小于 1 的小数, 因此 $b^2 < |b|$ 。由此可以判断 HOPE 的大小

(3) 由题目条件可知, $a < -2$, 所以 $-a > 2$, $a^2 > 4$, $-a < a^2$; $-1 < b < 0$, 所以 $0 < b^2 < -b < 1$ 。据此可以推断 HOPE 的大小, 其中 H 和 O 的大小, 可以二者代入符合条件数值进行比较。

16、任何数的平方都 ≥ 0 , 因此由题目条件可知: $a - 2b + 3c + 4 = 0$, $2a - 3b + 4c - 5 = 0$,

二者相加可得: $3a - 5b + 7c - 1 = 0$, 即, $3a - 5b + 7c = 1$, 故, $6a - 10b + 14c - 3 = 2 \times (3a - 5b + 7c) - 3 = 2 \times 1 - 3 = -1$

3

17、作 $DF \perp BC$ 于 F 点。设 $EF = x$, 又, $EF = EA_1$, 故 $EF = EA_1 = x$ 。

因此, $DE = DA_1 - EA_1 = 15 - x$ 。根据勾股定理, $DE^2 = DF^2 + EF^2$, 即 $(15 - x)^2 = 10^2 + x^2$, 解得 $x = 25/6$ 。

故 $\triangle CDE$ 面积为: $CE \times DF \times 1/2 = (EF + CF) \times 10 \times 1/2 = (25/6 + 25 - 15) \times 10 \times 1/2 = 425/6$

18、 $5a^2 + 5b^2 - 4ab - 32a - 4b + 10 = a^2 + 4b^2 - 4ab + 4a^2 - 32a + 64 + b^2 - 4b + 4 - 58 = (a - 2b)^2 + 4(a - 4)^2 + (b - 2)^2 - 58$, 因此当 $a = 4$ 且 $b = 2$ 时, 上式等于 -58 , 为最小值。

19、由 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC/AB = 1/2$, 可知 $\angle ABC = 30^\circ$, $\angle BAA_1 = \angle CBC_1 = 150^\circ$ 。故所扫过面积是: $S_{\text{扇形 } BAA_1} + S_{\triangle ABC} - S_{\text{扇形 } BCC_1} - S_{\triangle A_1BC_1} = S_{\text{扇形 } BAA_1} - S_{\text{扇形 } BCC_1} = \pi \times 22 \times 150^\circ / 360^\circ - \pi \times (22 - 12) \times 150^\circ / 360^\circ = 5\pi/12$

20、设轿车速度为 v_1 , 货车速度为 v_2 , 客车速度为 v_3 , 三车之间的初始距离为 s , 则: $v_1 - v_2 = s/10$, $v_1 - v_3 = 2s/(10 + 5)$, 二式相减可得: $v_2 - v_3 = 2s/15 - s/10 = s/30$,

故货车追上客车的时间为： $t=30-10-5=15$ 分钟。

21、 $2x-3y-z=56$, $x+6y+4z=91$, 二式相加可得： $3x+3y+3z=147$, 即 $x+y+z=49$, 故： x 、 y 、 z 的平均数为： $49/3$ ；因 $(x-3)^2=36$, 故 $x-3=\pm 6$, 又 $x>0$, 故 $x=9$, 代入方程式得： $y=-39$, $z=79$

22、有组合：2、3、4；2、4、5；2、5、6；3、4、5；3、4、6；3、5、6；4、5、6, 共计 7 个不同的三角形；根据勾股定理可知，只有 1 个直角三角形：3、4、5

23、电费： $0.011 \times 1500 \times 0.5 = 8.25$. 设照明时间为 x , 在此时间时，两种灯的费用相同，则： $27+0.011 \times x \times 0.5 = 2.5+0.06 \times x \times 0.5$, 解方程得： $x=1000$

24、明确最大公约数及最小公倍数的概念。最小公倍数=两数的乘积/最大公约数 设 $a=3x$, $b=3y$, 则： $(x, y)=1$ 且 $xy=20$, 又, $a>b$, 即 $x>y$, 故：

$x=20$, $y=1$ 或 $x=5$, $y=4$, 因此 $(a^2-b^2)/2ab=399/40$ 或 $9/40$

25、设 $\angle CAB=2\alpha$, 因为 $AM=ML$, 且 $\angle ACB=90^\circ$, 故 $CM=AM$, $\angle ACM=\angle MAC=\alpha$, 故 $\angle CKB=\angle CAK+\angle ACM=3\alpha$, $\angle KCB=90^\circ-\angle ACM=90^\circ-\alpha$,

又 $BK=BC$, 故 $\angle CKB=\angle KCB$, 则 $3\alpha=90^\circ-\alpha$, $\alpha=22.5^\circ$,

因此, $\angle CAB=2\alpha=2 \times 22.5^\circ=45^\circ$, $\angle ACK/\angle KCB=\alpha/(90^\circ-\alpha)=22.5^\circ/(90^\circ-22.5^\circ)=1/3$

4

20XX 年第二十三届“希望杯”全国数学邀请赛初一第 2 试

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的。

1.下面四个命题：其中错误的命题的个数是（ ）

(1) 若两个角是同旁 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2.若两位自然数 ab 是质数，且交换数字后的两位数 ba 也是质数，则称 ab 为绝对质数，于是两位数中的所有绝对质数的乘积的个位数是（ ）

(A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 9

3.如图 1，将边长为 4cm 的等边 $\triangle ABC$ 沿边 BC 向右平移 2cm 得 $\triangle DEF$, DE 与 AC 交于点 G , 则 $S_{\text{四边形 } ABGD} : S_{\triangle ABC} =$ ()

(A) 3: 2 (B) 2: 1 (C) 5: 2 (D) 3: 1

4.有理数 a, b, c 在数轴上的位置如图 2 所示， O 为原点，则代数式

()
(A) a^2b (B) a^2c (C) a^2b^2c (D) $3a$

5. The perimeter of a triangle is 18, while each side is an integer, if the longest side is not a prime number, then the number of such triangle is ()

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

(英汉小词典：perimeter of a triangle 三角形的周长；prime number 质数)

6. 77 可以表示成 n 个连续自然数的和，则 n 的值的个数是 ()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 如图 3，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=90^\circ$, 点 E 在边 CA 上，点 D 和 F 在边 BA 上，若 $BC=CD=DE=EF=FA$, 则 $\angle B$ 的度数为 ()

(A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

8. 已知 x, y 是非负整数，且使 $\frac{20x+18y}{15}$ 是整数，那么这样的数对 (x, y) 有 () 个。

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 2012

23

9. 身高两两不同的 30 个学生面向老师站成一排，其中恰有 11 个学生高于自己左侧相邻的同学，那么高于自己右侧相邻同学的学生有 () 人。

(A) 11 (B) 12 (C) 18 (D) 19

10.若 $x+y=3$, $xy=1$,则 ()

- (A) 33 (B) $231_x y$
55 (C) 123 (D)

312 5

二、填空题 (每小题 4 分, 共 40 分)

11.计算:

12.已知 2012 中, $AB=2$, $BC=9$, 若 AC 的长是奇数, 则 $AC=$
ABC

13.若自然数 x 除以 3 余 2, 除以 4 余 3, 除以 5 余 4, 则 x 除以 15 所得余数是

14. If $4x^{2n}$, $332y^{2m}$ and $7xm - 2y6n$ are similar terms, then $(m - n) - mn = 15$.
如图 4, 在四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, 点 E 在 AD 上, 点 F、G 在 BC 上, 并

且 $AE=ED=BF=FG=GC$, 以 A、B、C、D、E、F、G 这 7 个点中的三个顶点的三角形中面积最小的三角形有 个; 面积最大的三角形有 个。

16.用黑、白两种颜色的正方形瓷砖, 按图 5 所示的方式铺地板; (图 (1) 中有 1 块瓷砖, 以后各图都比前一个加铺 2 块瓷砖), 则有 2014 块黑色瓷砖的是图 5 中的第 5 个图。

17.图 6 是用若干个同样的小正方体拼成的立体的俯视图, 若此立体最高有三层, 则此立体最少有 1 个小正方体, 最多有 1 个小正方体。

18.1900 年以后出生的人, 他出生年份的最后两个数字组成的两位数 (若末两位数字为 00 或 01, 则看成两位数 00 或 01, 其余类推), 加上这个人今年的年龄数, 所得的结果是或 523303。(注: 今年的年龄数=2012-出生年份)

19.已知正 n 边形 $A_1A_2A_3 \dots A_n$ 的面积是 60, 若四边形 $A_1A_2A_kA_{k-1}$ 是一个面积为 20 的矩形, 则这个正 n 边形的一个内角是 度。

20. $P(x) = 15141311x^5 + x^4 + x^3$

[P(2) - P(-2)] = 523303

21.已知 a, b, c 都是整数, 如果对任意整数 x , 代数式 $ax^2 + bx + c$ 的值都能被 3 整除。

证明: abc 可被 27 整除。(本题满分 10 分)

6

22. (本题满分 15 分)

某公司以每吨 500 元的价格收购了 100 吨某种药材，若直接在市场上销售，每吨的售价是 1000 元。该公司决定加工后再出售，相关信息如下表所示：

工艺	每天可加工药材的吨数	出品率	售价 (元/吨)
粗加工	14	80%	5000
精加工	6	60%	11000

受市场影响，该公司必须在 10 天内将这批药材加工完毕，现有 3 种方案：

- (A)全部粗加工；(B)尽可能多地精加工，剩余的直接在市场上销售；
(C)部分粗加工，部分精加工，恰好 10 天完成。问：哪个方案获得的利润最大？是多少？

23.有一系列数，前两个数是 1, 2, 从第三个数起，每个数都等于它前面相邻的两个数的和的个位数字，请回答以下问题：

- (1) 在这列数中能否依次出现相邻的 2, 0, 1, 2 这四个数？说明理由；
(2) 这列数中的第 2012 个数字是什么？说明理由。(本题满分 15 分)

7

20XX 年第二十三届“希望杯”数学邀请赛初一第 2 试答案

题号 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 答案 D B B A B C B B C C

题号 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 答案 -20 10 9 14 12 17; 3 6 7 1 8; 18 11 2; 12 15 0 6

21. 设 $P(x) = ax^2 + bx + c$ ，则 $P(0) = c$ ，对任意整数 x ，代数式的值都能被 3 整除，所以 $3 \mid c$ 。又因为 $P(1) = a + b + c$ ， $P(-1) = a - b + c$ ，所以 $3 \mid a + b + c$ ， $3 \mid a - b + c$ 。

从而 $3 \mid [P(1) - P(-1)]$ ，即 $3 \mid 2b$ ，由于 $(3, 2) = 1$ ，所以 $3 \mid b$ ，又因为 $3 \mid [P(1) + P(-1)]$ ，所以 $3 \mid (2a + 2c)$ ，由于 $(3, 2) = 1$ ，所以 $3 \mid (a + c)$ 。

上面已经证明了 $3 \mid c$ ，所以 $3 \mid a$ ，因为 $3 \mid a, 3 \mid b, 3 \mid c$ ，所以 $27 \mid abc$

22. 因为每吨药材的收购价是 500 元，所以 100 吨药材的收购费用是 $500 \times 100 = 50000$ (元)

- (1) 若 100 吨药材全部被粗加工，则所需加工的时间是 $\frac{100}{14} = 50 \frac{10}{14}$ (天) 7

可获得的利润是 $5000 \times 100 \times 80\% - 50000 = 350000$ (元)

(2) 若尽可能多地精加工, 剩余的直接在市场销售, 则 10 天可精加工药材量 $6 \times 10 = 60$ (吨) 于是精加工部分可获得 $11000 \times 60 \times 60\% = 396000$ (元)

剩余 $100 - 60 = 40$ (吨) 的药材直接在市场上销售, $1000 \times 40 = 40000$ (元)

两项合计可得利润 $396000 + 40000 - 50000 = 386000$ (元)

(3) 若部分精加工, 部分粗加工, 且恰好 10 天完成, 则不妨设粗加工 x 天, 则 $14x + 6 \times (10 - x) = 100$, 解得 $x = 5$

于是这种方案共可获得利润 $14 \times 5 \times 0.8 \times 5000 + 6 \times 5 \times 0.6 \times 11000 - 50000 = 428000$ (元) 综上, 第三个方案获得的利润最大, 是 428000 元。

23. (1) 否。假设能出现, 则因为 $2 + 0 = 2$, 而 2 不等于 1, 矛盾, 故不会有 2, 0, 1, 2 连续出现的情形。

(2) 注意到数串出现的只是 0 到 9 的数字, 其中 5 个奇数, 5 个偶数, 所以不同的 (奇, 偶) 对共有 $5 \times 5 = 25$ 对, 因此, 根据抽屉原理, (奇, 偶) 对在这无穷数串中必定会重复出现, 此后成周期循环, 我们通过实验找规律

发现, 第 61 个数等于第 1 个数, 第 62 个数等于第 2 个数, 以下各数以 60 为周期循环出现。因为 $2012 \div 60 = 33 \dots 32$, 所以这列数中的第 2012 个数字等于第 32 个数字, 即 8. 8

希望杯 20XX 年初一数学竞赛培训题选编 1

1. 若有理数 a, b 满足 $\frac{a}{b} > 0$, 则以下不等式中成立的是 ()

- ① $a > b$; ② $a < b$; ③ $a > b^2$; ④ $a < b^2$
- A. ①②③ B. ①③④ C. ①②④ D. ②③④

2. 如图 2, 一副三角板在同一平面上, 且两直角顶点重合,

若 $\angle ABE = 140^\circ$, 则 $\angle CBD$ 的大小是 ()

- A. 45° B. 40° C. 35° D. 30°
- 3. 若 a, b 都是正整数, 且 a 除以 5 余 2, b 除以 5 余 3, 则 $a + b$ 除以 5 得到的余数是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. 如图 4, 点 C、D 分别在 $\angle AOB$ 的两边上, OC 的平分线和 OD 的平分线交于点 E, 若 $\angle AOB = 40^\circ$, 则 $\angle CED =$ ()

- A. 90° B. 80° C. 70° D. 60°
- 5. 图 4.5.10 名运动员参加乒乓球比赛, 其中每两名恰好比赛一场, 比赛中, 没有平局, 第一名胜 x_1 局, 负 y_1 局; 第二名胜 x_2 局, 负 y_2 局; ..., 第十名胜 x_{10} 局, 负 y_{10} 局. 若记 $M = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2$, $N = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_{10}^2$, 则 ()

A. $M > N$ B. $M = N$ C. $M < N$ D. M, N 的大小关系不确定.

6. 在 m 千克的浓度为 $p\%$ 的盐水中, 先加入 n 千克的浓度为 $q\%$ 的盐水的一半, 然后再加入所剩盐水的一半, 这样所得到的盐水的浓度是 ()

- A. $\frac{4mp + 3nq + 4p}{4m + 3n}$ % B. $\frac{3q}{4}$ % C. $\frac{mp}{4}$ % D. $\frac{4mp + 3nq + 4p}{4m + 3n}$ %

7. 形如 $2^p - 1$ (其中 p 为素数) 的素数称为梅森素数, 最近发现了第 47 个梅森素数, 该

素数为 2426438011 ，它有 12837064 位数，如果用普通字号将这个巨数连续写下来，它的长度超过 50 公里，这个梅森素数的个位数字是 ()

- A.1. B.3. C.5. D.7.

方程组 $\begin{cases} x+y=128 \\ x-y=6 \end{cases}$ 的解 共有 () 组

- A.1 B.2 C.3 D.4

9. 某商店有 5 袋不同重量的杂粮，各袋重量在 25~30 公斤之间，店里有一架磅秤，它只有能称 50~70 公斤重量的秤砣，要确定各袋杂粮的重量，至少要称 () 次。

9

- A.4 B.5 C.6 D.7

设 $A = 11 \frac{1}{10}$ ，则与 A 相差最小的正整数是 ()

- A.18 B.20 C.24 D.25

二. 填空题

11. 在数轴 Ox 上 (O 为原点)，点 B 的坐标为 6，且 AB=8，且 AP=5，P 点在 Ox 上，则点 P 的坐标是_____。

计算：

$$1 \frac{3}{4} \times 2 \frac{4}{5} \div 3 \frac{2}{3} = \frac{7}{4} \times \frac{14}{5} \div \frac{11}{3} = \frac{7 \times 14 \times 3}{4 \times 5 \times 11} = \frac{294}{220} = \frac{147}{110}$$

13. 如果四个互不相同的整数 m, n, p, q 满足 $\frac{1}{9^m} + \frac{1}{9^n} + \frac{1}{9^p} + \frac{1}{9^q} = \frac{1}{9}$ ，那么

14. 已知当 $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$ 时， $\frac{a^m + b^m}{a^n + b^n} = \frac{a^p + b^p}{a^q + b^q}$ 成立，则 $\frac{a^2 + b^2}{a^5 + b^5}$ 的面积与 $\frac{a^3 + b^3}{a^5 + b^5}$ 的面积比是，则 = _____。

15. 图 8 是一个平行四边形，其中 $\triangle ACE$ 的面积与 $\triangle BFD$ 的面积比是，则 = _____。

16. 边长为 1 的正 $\triangle ABC$ 的顶点 A 与线段 MN 的端点 M 重合 (图 9)，AB 在 MN 上。将 $\triangle ABC$ 沿着线段 MN 顺时针翻转，当边 CA 第三次落在线段 MN 上时，点 A 与 N 重合，则线段 MN 的长度是 _____，在翻转过程中点 A 经过的路程是 _____。

17.若 3 个质数的和为 26, 其中任意 2 个的差的绝对值不小于 5,
 图 10 则这 3 个质数是_____。 18.在图 10 所示的各边相等的正五角星中, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$, $\angle E$, 则 _____。

19. For integer numbers x and y , define $x \star y = x^2 + y^2$.
 (英汉小字典: integer numbers 整数; define 定义) $x \star y$, then $3 \star (4 \star 5) =$ _____.

20.若有理数 x, y, z 满足 $x^2 + y^2 + z^2 = 18$, 则 $x + 2y + 3z$ 的最小值是_____, 最大值是_____。

21.如图 11, 点 D 和点 E 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 若 $BD=AD=AE=EC$, 且 $\angle B = 2\angle DAE$, 则 $\angle BAC =$ _____。

BDECO 图 12 图 11

22.沿图 12 中的网线从 O 到 Z, 经过的最短路程的不同的走法共有_____种。

23.若 $|y+1| \leq 4$, 则 $2x - 3y$ 的最大值是_____, 最小值是_____。

24.计算: $1 - 4 + 9 - 16 + 25 - 36 + 49 - 64 + 81 - 100 + 121 - 144 + 169 - 196 + 225 - 256 + 289 - 324 + 361 - 400 + 441 - 484 + 529 - 576 + 625 - 676 + 729 - 784 + 841 - 900 + 961 - 1024 + 1089 - 1156 + 1225 - 1296 + 1369 - 1444 + 1521 - 1600 + 1681 - 1764 + 1849 - 1936 + 2025 - 2116 + 2209 - 2304 + 2401 - 2500 + 2601 - 2704 + 2809 - 2916 + 3025 - 3136 + 3249 - 3364 + 3481 - 3600 + 3721 - 3844 + 3969 - 4096 + 4225 - 4356 + 4489 - 4624 + 4761 - 4900 + 5041 - 5184 + 5329 - 5476 + 5625 - 5776 + 5929 - 6084 + 6241 - 6400 + 6561 - 6724 + 6891 - 7064 + 7241 - 7424 + 7611 - 7804 + 7999 - 8200 + 8409 - 8624 + 8841 - 9064 + 9291 - 9524 + 9761 - 10000$

25.某工厂有离休职工 182 人, 退休职工 2674 人, 离休人员的年龄都在 70 岁以上, 其中 80 岁以上者 68 人. 退休人员中 70 岁以下者 1326 人, 80 岁以上者 102 人. 试统计, 在 70 岁以上的人群中, 80 岁以上人员所占比例为_____。

11

希望杯 20XX 年初一数学竞赛培训题选编 1 答案

一、DBACC BAABD

83

11. 3, -7, 9, 19 12. 13. -36 14. 99.75 15.
 16. 7216.9, 4π 17. 2, 7, 17 18. 1: 2: 3 19. -72 20. -5, 11 1
 21. $\frac{2}{9}$ 22. 10 23. 25 24. 6031 25.

提示:

2

3. 取特殊数, $a=7, b=8$, 则 $a+4b=49+32=81$, 除以 5 余 1, 结果是 A.

4. $\angle CED = 180^\circ - (\angle DCE + \angle CDE) = 180^\circ - (\angle DCA + \angle CDB) / 2 = 180^\circ - (\angle O + \angle ODC + \angle O + \angle OCD) / 2 = 180^\circ - (\angle O + 180^\circ) / 2 = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

5. 假定 1 号运动员 9 局全胜, 2 号运动员只负 1 局, 3 号负 2 局, 以此类推, 9 号运动员 9

由上表可以看出: $x_1=9, y_1=0, x_2=8, y_2=1, \dots, x_{10}=0, y_{10}=9$. 即 $x_i + y_i = 9$, 且 $\sum x_i = \sum y_i$. 由对称

22

性得知: $M = \sum (x_i) = \sum (y_i) = N$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/635223044303011043>