

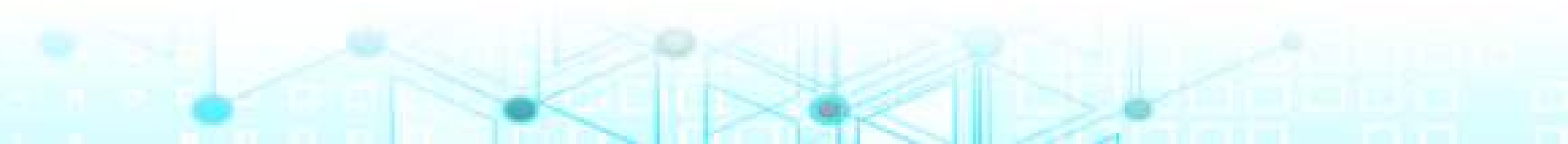
# 第五章 统计与概率

---

## 5.1 统计

### 5.1.2 数据的数字特征

---



## 学习任务

1. 会求样本的最值、平均数、中位数、百分位数、众数、方差等数据的数字特征值. (重点)
2. 理解上述数字特征的意义, 并能解决与之相关的实际问题. (难点)

## 核心素养

1. 通过求数据的数字特征, 提升数学运算核心素养.
2. 借助数据的数字特征的求解, 培养数据分析核心素养.

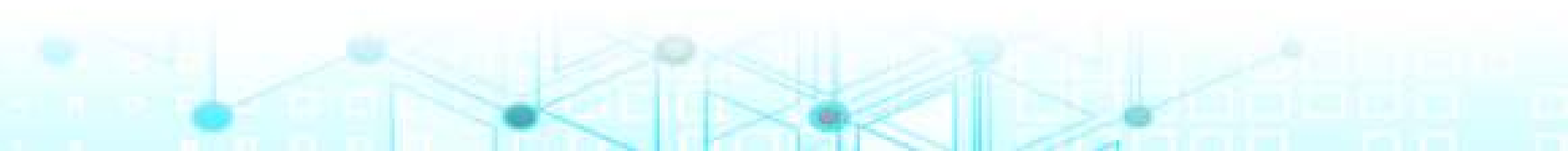
01

# 必备知识·情境导学探新知

---

知识点1

知识点2



## 情境与问题

2023 年全国射击比赛冠军赛于 2 月 8 日在西安落下帷幕。这次总决赛中有两位射击运动员在一次射击测试中各射靶十次，每次命中的环数如下：

甲：7 8 7 9 5 4 9 10 7 4

乙：9 5 7 8 7 6 8 6 7 7

## 情境与问题

**问题：**(1)如果你是教练，你应当如何对这次射击情况作出评价？

(2)如果这是一次选拔性考核，你应当如何作出选择？

(3)两人射击的平均成绩是一样的，那么两个人的水平就没有什么差异吗？

(4)什么样的指标可以反映一组数据变化范围的大小？

(5)什么样的指标能反映一组数据与其平均值的离散程度？

## 情境与问题

**[提示]** (1)平均成绩一样,  $s_{乙}^2 < s_{甲}^2$ , 乙比甲成绩稳定.

(2)选乙.

(3)有.

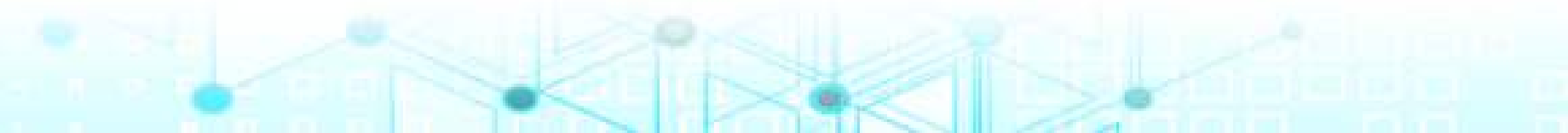
(4)极差.

(5)方差(标准差).

## 知识点 1 数据的最值、平均数、中位数、百分位数、众数

### 1. 最值

一组数据的最值指的是其中的最大值与最小值，最值反映的是这组数最极端的情况。一般地，最大值用max表示，最小值用min表示。



## 2. 平均数

(1)公式：指样本数据的平均数，

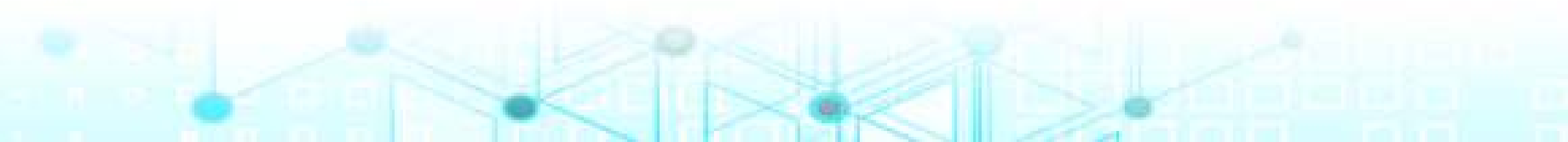
$$\text{即 } \bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

一般地，利用平均数的计算公式可知，如果  $x_1, x_2, \cdots, x_n$  的平均数为  $\bar{x}$ ，且  $a, b$  为常数，则  $ax_1 + b, ax_2 + b, \cdots, ax_n + b$  的平均数为  $a\bar{x} + b$ .



## (2) 求和符号 $\Sigma$ 的性质

$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i}{i=1}; \quad \sum_{i=1}^n (kx_i) = \frac{k \sum_{i=1}^n x_i}{i=1}; \quad \sum_{i=1}^n t = \underline{nt}.$$



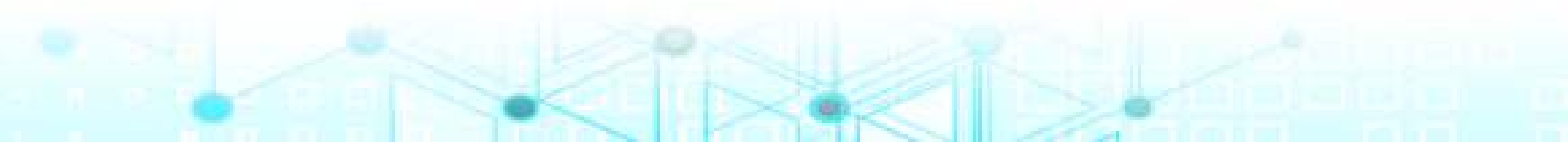
### 3. 中位数

一般地，有时也可以借助中位数来表示一组数的中心位置：如果一组数有奇数个数，且按照从小到大排列后为  $x_1, x_2, \dots, x_{2n+1}$ ，则称  $x_{n+1}$  为这组数的中位数；如果一组数有偶数个数，且按照从小到大排列后为  $x_1, x_2, \dots, x_{2n}$ ，则称  $\frac{x_n + x_{n+1}}{2}$  为这组数的中位数。

## 4. 百分位数

### (1) 定义

直观来说，一组数的  $p\%$  分位数指的是，将这组数按照从小到大的顺序排列后，处于  $p\%$  位置的数。中位数就是一个  $50\%$  分位数。



## (2)意义

一组数的  $p\%$  ( $p \in (0, 100)$ ) 分位数指的是满足下列条件的一个数值：至少有  $p\%$  的数据 不大于 该值，且至少有  $(100-p)\%$  的数据不小于该值。

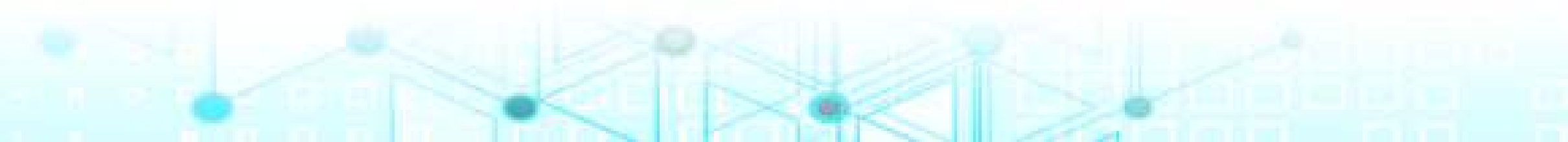
设一组数按照从小到大排列后为  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，计算  $i = np\%$  的值，如果  $i$  不是整数，设  $i_0$  为大于  $i$  的最小整数，取  $x_{i_0}$  为  $p\%$  分位数；

如果  $i$  是整数，取  $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$  为  $p\%$ 分位数。

规定：0 分位数是  $x_1$  (即最小值)，100% 分位数是  $x_n$  (即最大值)。

## 5. 众数

一组数据中，某个数据出现的次数称为这个数据的频数，出现次数最多的数据称为这组数据的众数。



**体验** 1. 思考辨析(正确的画“√”，错误的画“×”)

(1)描述一组数据极端情况的数字特征是最值. ( )

(2)描述一组数据中心位置的数字特征可以是平均数、中位数和众数. ( )

(3)百分位数可用于了解数据的分布特点. ( )

**[答案]** (1)√ (2)√ (3)√

**体验** 2. 已知一组数据 10, 30, 50, 50, 60, 70, 80. 其中平均数、中位数和众数的大小关系是( )

- A. 平均数 > 中位数 > 众数
- B. 平均数 < 中位数 < 众数
- C. 中位数 < 众数 < 平均数
- D. 众数 = 中位数 = 平均数

**D** [由所给数据可得平均数为 50, 中位数为 50, 众数为 50, 因此众数 = 中位数 = 平均数.]

## 知识点 2 极差、方差、标准差

### 1. 极差

一组数的极差指的是这组数的最大值减去最小值所得的差.

### 2. 方差

如果  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数为  $\bar{x}$ , 则方差可用求和符号表示为

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

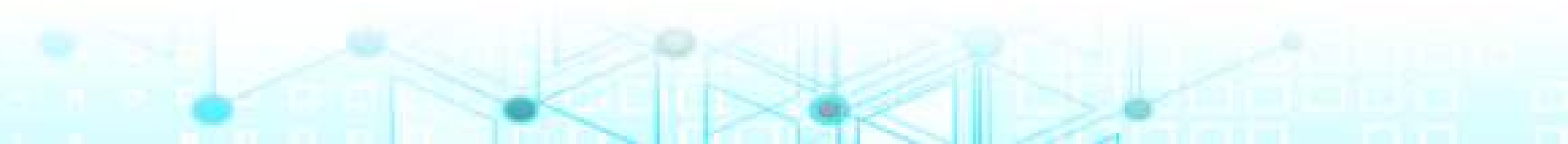
此时, 如果  $a, b$  为常数, 则  $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$  的方差为  $a^2 s^2$ .



### 3. 标准差

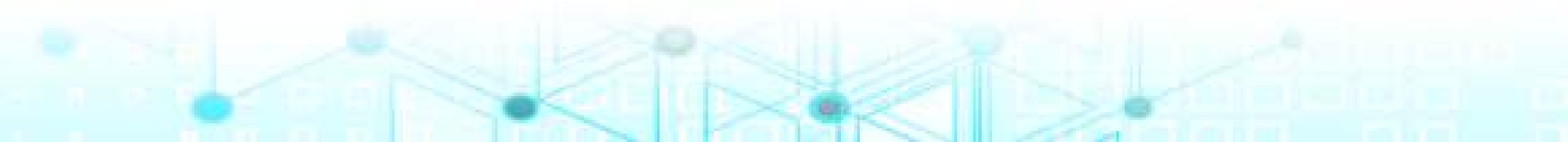
方差的算术平方根称为标准差.

**注：**数据的离散程度可以用极差、方差或标准差来描述.



**思考** 方差与标准差的大小与样本数据有什么关系？

**[提示]** 标准差、方差描述了一组数据围绕平均数波动的大小。标准差、方差越大，数据的离散程度越大；标准差、方差越小，数据的离散程度越小。



**体验** 3. 下列各数字特征中,能反映一组数据离散程度的是( )

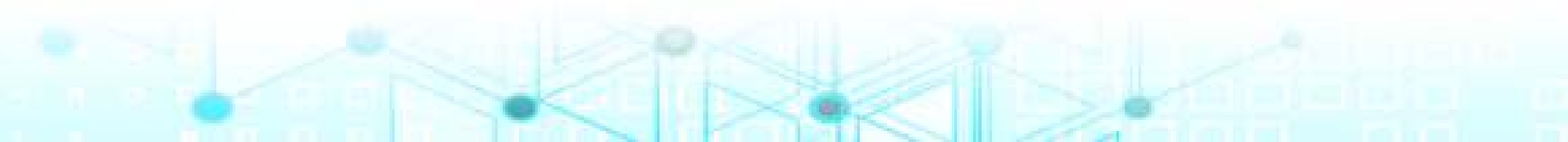
A. 众数

B. 平均数

C. 标准差

D. 中位数

**C** [方差与标准差反映一组数据的离散程度.]



**体验** 4. 某学员在一次射击测试中射靶 10 次，命中环数如下：

7, 8, 7, 9, 5, 4, 9, 10, 7, 4.

则：(1) 平均命中环数为\_\_\_\_\_；

(2) 命中环数的标准差为\_\_\_\_\_.

**(1)7** **(2)2** [(1)  $x = \frac{7+8+7+9+5+4+9+10+7+4}{10} = 7.$

(2)  $s^2 = \frac{1}{10}[(7-7)^2 + (8-7)^2 + (7-7)^2 + (9-7)^2 + (5-7)^2 + (4-7)^2 + (9-7)^2 + (10-7)^2 + (7-7)^2 + (4-7)^2] = 4, \therefore s = 2. ]$

# 02

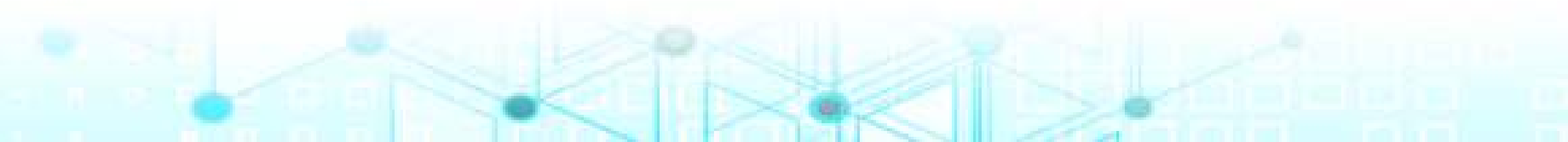
## 关键能力·合作探究释疑难

---

类型1

类型2

类型3



## ► 类型 1 平均数、中位数、百分位数、众数的计算

【例 1】 已知甲、乙两组数据：

甲：18.9, 19.5, 19.5, 19.2, 19, 18.8, 19.5;

乙：2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5,  
6, 6.

(1)求这两组数的众数、中位数、平均数;

**[解]** 将甲按从小到大的顺序排列为：18.8, 18.9, 19, 19.2, 19.5, 19.5, 19.5.

则甲组数众数为 19.5, 中位数为 19.2, 平均数为

$$\frac{18.8+18.9+19+19.2+19.5+19.5+19.5}{7}=19.2.$$

乙组数众数为 5, 中位数为 4,

$$\text{平均数为} \frac{2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 2}{20} = 4.$$

(2)求这两组数的 25%分位数、75%分位数及 90%分位数.

**[解]**  $\because 7 \times 25\% = 1.75, 7 \times 75\% = 5.25, 7 \times 90\% = 6.3.$

故甲的 25%分位数、75%分位数、90%分位数分别为数据中的第 2 个, 第 6 个和第 7 个数.

即 25%分位数为 18.9, 75%分位数为 19.5, 90%分位数为 19.5.

又  $\because 20 \times 25\% = 5, 20 \times 75\% = 15, 20 \times 90\% = 18,$

故乙的 25%分位数为  $\frac{3+3}{2} = 3$ , 75%分位数为  $\frac{5+5}{2} = 5$ , 90%分位数为

$\frac{5+6}{2} = 5.5.$



## 反思领悟

1. 求平均数时要注意数据的个数，不要重计或漏计。
2. 求中位数时一定要先对数据按大小排序，若最中间有两个数据，则中位数是这两个数据的平均数。
3. 若有两个或两个以上的数据出现得最多，且出现的次数一样，则这些数据都叫众数；若一组数据中每个数据出现的次数一样多，则没有众数。

### [跟进训练]

1. 十名工人某天生产同一零件，生产的件数是：15，17，14，10，15，17，17，16，14，12，设其平均数为  $a$ ，中位数为  $b$ ，众数为  $c$ ，则有( )

A.  $a > b > c$

B.  $c > b > a$

C.  $c > a > b$

D.  $b > c > a$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/637113062135006111>