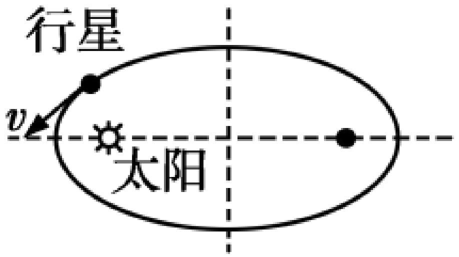
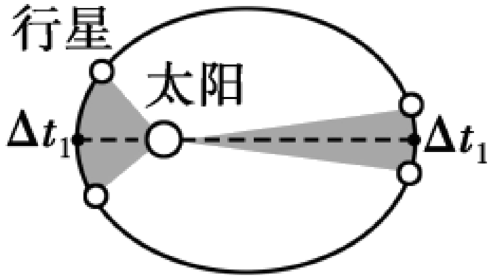
第五章　万有引力定律

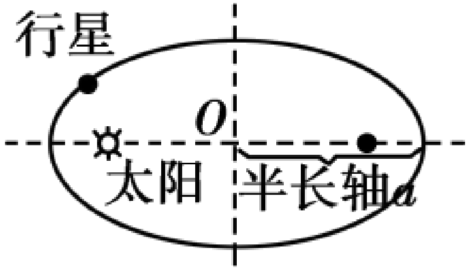
第1讲 开普勒定律与万有引力定律

知识点29 开普勒三大定律的理解与应用

基础双练

<table>
<tr><th>定律</th><th>内容</th><th>图示</th></tr>
<tr><td>开普勒第一定律（轨道定律）</td><td>定律 | 内容 | 图示
开普勒第一定律（轨道定律） | 所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个 [1] ______ 上. |
开普勒第二定律（面积定律） | 对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过相等的 [2] ______. |
焦点</td><td>
</td></tr>
<tr><td>开普勒第二定律（面积定律）</td><td>定律 | 内容 | 图示
开普勒第一定律（轨道定律） | 所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个 [1] ______ 上. |
开普勒第二定律（面积定律） | 对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过相等的 [2] ______. |
面积</td><td>
</td></tr>
</table>

续表

定律	内容	图示
开普勒第三定律（周期定律）	定律：开普勒第三定律(周期定律) 内容：所有行星的轨道的[3]半长轴(a)的三次方跟它的[4]公转周期(T)的二次方的比都相等（即$\frac{a^3}{T^2}=k$）.	

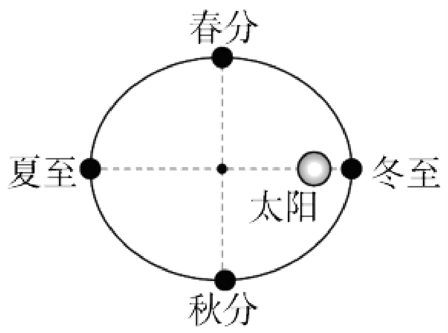
说明（1）开普勒行星运动定律也适用于其他天体，例如月球、卫星绕地球的运动.

（2）由开普勒第二定律可得$\frac{1}{2}\Delta l_1 r_1=\frac{1}{2}\Delta l_2 r_2$，$\frac{1}{2}v_1\cdot\Delta t_1\cdot r_1=\frac{1}{2}v_2\cdot\Delta t_1\cdot r_2$，解得$\frac{v_1}{v_2}=\frac{r_2}{r_1}$，即行星在两个位置的速度之比与到太阳的距离成反比，近日点速度最大，远日点速度最小.

（3）开普勒第三定律$\frac{a^3}{T^2}=k$中，k值只与中心天体的质量有关，不同的中心天体k值不同.且该定律只能用在同一中心天体的两星体之间.

教材素材变式

1. [粤教版必修二P75第2题设问变式] 北京冬奥会开幕式二十四节气倒计时惊艳全球，如图是地球沿椭圆轨道绕太阳运行所处不同位置对应的节气，下列说法正确的是(C)



A.夏至时地球与太阳的连线在单位时间内扫过的面积最大

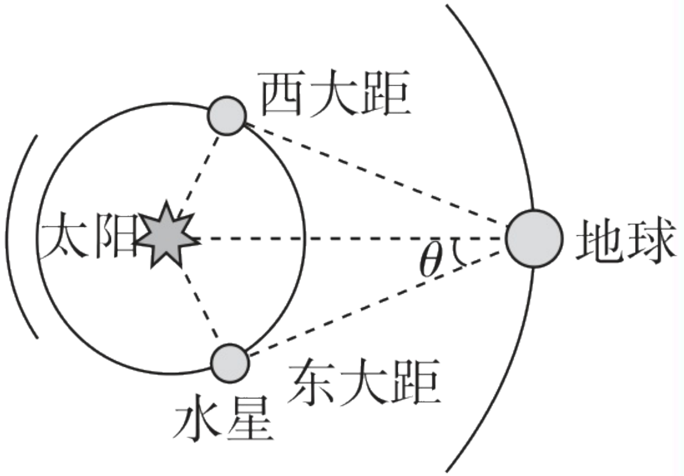
B.从冬至到春分的运行时间等于从春分到夏至的运行时间

C.太阳既在地球公转轨道的焦点上，也在火星公转轨道的焦点上

D.若用a代表椭圆轨道的半长轴，T代表公转周期，根据开普勒第三定律有$\frac{a^3}{T^2}=k$，则地球和火星环绕太阳运动对应的k值不同

【解析】由开普勒第二定律可知地球与太阳的连线在单位时间内扫过的面积都相等，故A错误；冬至为近日点，运行速度最大，夏至为远日点，运行速度最小，所以从冬至到春分的运行时间小于从春分到夏至的运行时间，故B错误；根据开普勒第一定律可知，太阳既在地球公转轨道的焦点上，也在火星公转轨道的焦点上，故C正确；根据开普勒第三定律有$\frac{a^3}{T^2}=k$，由于地球和火星环绕同一中心天体运动，则其对应的k值是相同的，故D错误。

2. [鲁科版必修二P93第5题角度变式] 2023年4月12日，水星抵达东大距的位置。由于水星是地内行星，平时都在太阳附近难以观察，从地球看出去，水星和太阳的夹角（也称距角）达到最大夹角θ （大距）时，观测时机最佳，如图所示。若将水星与地球的公转均视为圆周运动，地球公转周期约为水星公转周期的4倍，则水星在东大距时的距角θ 的正弦值$\sin\theta$ 为(**B**)



A.$\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$　　B.$\sqrt[3]{\frac{1}{16}}$　　C.$\frac{1}{8}$　　D.$\frac{1}{4}$

【解析】根据开普勒第三定律有$\frac{T_{地}^2}{R_{地}^3}=\frac{T_{水}^2}{R_{水}^3}$，根据几何关系有$\sin\theta=\frac{R_{水}}{R_{地}}$，又$T_{地}=4T_{水}$，联立解得$\sin\theta=\sqrt[3]{\frac{1}{16}}$，故选B。

知识点30 万有引力定律的理解

1.万有引力定律的理解及应用

（1）表达式：$F=[5]\underline{G\frac{m_1m_2}{r^2}}$,其中 G 为引力常量，大小为 $6.67\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$.

（2）适用条件：适用于相距很远，可以视为质点的物体之间的相互作用.质量分布均匀的球体可以认为质量集中于球心，也可用此公式计算，其中 r 为两球心之间的距离.

2.行星动力学规律

（1）天上：万有引力提供向心力，则 $\frac{GMm}{r^2}$ = [6] ma = [7] $m\frac{v^2}{r}$ = [8] $m\omega^2 r$ = [9] $m(\frac{2\pi}{T})^2 r$.

（2）地上

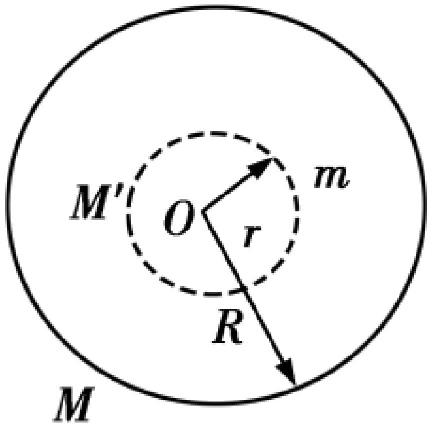
- 不考虑自转：$\frac{GMm}{R^2}=mg\Rightarrow$[10]
- 考虑自转
  - 两极：$\frac{GMm}{R^2}=mg_0$
  - 赤道：$\frac{GMm}{R^2}-F_N=m\omega^2R$，即$\frac{GMm}{R^2}-mg_{赤}=m\omega^2R$
  - 一般位置：$G\frac{Mm}{R^2}$等于 mg 与 $F_{向}$ 的矢量和
  - 越靠近两极，向心力越小，g 越大

3.星体表面及上空的重力加速度

（1）地球表面附近的重力加速度g（不考虑地球自转）：$mg=G\frac{Mm}{R^2}$，得$g=\frac{GM}{R^2}$.

（2）地球上空距离地心$r=R+h$处的重力加速度为g': 由$mg'=\frac{GMm}{(R+h)^2}$，得$g'=\frac{GM}{(R+h)^2}$,所以$\frac{g}{g'}=\frac{(R+h)^2}{R^2}$.

4.万有引力的“两个推论”



推论1：在均质球壳的空腔内任意位置处，质点受到球壳的万有引力的合力为零，即$\sum F_{引}=0$.

推论2：如图所示，在均质球体内部距离球心r处的质点(m)受到的万有引力等于球体内半径为r的同心球体(M')对它的万有引力，即$F=G\frac{M'm}{r^2}$.

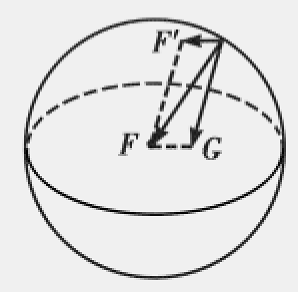
重力与万有引力的关系

(1)在地球表面上的物体所受的万有引力F可以分解成物体所受的重力G和随地球自转而做圆周运动的向心力F',如图所示。其中$F=G\frac{Mm}{R^2}$,而$F'=mr\omega^2$。

(2)当物体在赤道上时,F、G、F'三力同向,此时F'达到最大值,$F'_{max}=mR\omega^2$,重力达到最小值,$G_{min}=F-F'=G\frac{Mm}{R^2}-mR\omega^2$。

(3)当物体在两极的极点时,$F'=0$,$F=G$,此时重力等于万有引力,重力达到最大值,$G_{max}=G\frac{Mm}{R^2}$。

(4)物体由赤道向两极移动,向心力减小,重力增大,只有在两极时物体所受的万有引力才等于重力。总之,无论如何,都不能说重力就是万有引力。



教材素材变式

1.[链接人教版必修二P50知识，2023山东卷]牛顿认为物体落地是由于地球对物体的吸引，这种吸引力可能与天体间（如地球与月球）的引力具有相同的性质，且都满足$F \propto \frac{Mm}{r^2}$。已知地月之间的距离r大约是地球半径的60倍，地球表面的重力加速度为g，根据牛顿的猜想，月球绕地球公转的周期为(　C　)

A.$30\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$　　B.$30\pi\sqrt{\frac{g}{r}}$　　C.$120\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$　　D.$120\pi\sqrt{\frac{g}{r}}$

【解析】设地球质量为M，月球质量为m，地球半径为R，依题意有$r = 60R$，对月球绕地球的匀速圆周运动，有$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{4\pi^2}{T^2}r$，对在地球表面附近的物体，有$m_0g = G\frac{Mm_0}{R^2}$，即$GM = gR^2$，解得月球绕地球的公转周期$T = 120\pi\sqrt{\frac{r}{g}}$，C正确。