圆的方程 习题（含答案）

一、单选题

1．以点 $P(2,-3)$为圆心，并且与 y 轴相切的圆的方程是(　　)

A．$(x+2)^2+(y-3)^2=4$

B．$(x+2)^2+(y-3)^2=9$

C．$(x-2)^2+(y+3)^2=4$

D．$(x-2)^2+(y+3)^2=9$

2．当点P在圆$x^2+y^2=1$上运动时，连接它与定点$Q(3,0)$，线段PQ的中点M的轨迹方程是（　　）

A．$(x+3)^2+y^2=1$　　B．$(x-3)^2+y^2=1$

C．$(2x-3)^2+4y^2=1$　　D．$(2x+3)^2+4y^2=1$

3. 圆 $x^2+y^2-(4m+2)x-2my+4m^2+4m+1=0$ 的圆心在直线 $x+y-4=0$ 上，那么圆的面积为(　　)

A．9π　　B．π　　C．2π　　D．由 m 的值而定

4．圆$x^2+y^2+2\sqrt{2}x=0$的半径是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$2\sqrt{2}$　　D．4

5．已知圆C_1:$x^2+y^2-2x-4y-4=0$与圆C_2:$x^2+y^2+4x-10y+4=0$相交于 A、B 两点，则线段AB 的垂直平分线的方程为

A．$x+y-3=0$　　B．$x+y+3=0$　　C．$3x-3y+4=0$　　D．$7x+y-9=0$

6．若点P为圆$x^2+y^2=1$上的一个动点，点$A(-1,0)$，$B(1,0)$为两个定点，则$|PA|+|PB|$的最大值为（　　）

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．4　　D．$4\sqrt{2}$

7．已知直线l：$x+ay-1=0(a\in R)$是圆C: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$的对称轴.过点$A(-4,a)$作圆C的一条切线，切点为B，则$|AB|=$（　　）

A．2　　B．$4\sqrt{2}$　　C．6　　D．$2\sqrt{10}$

8．若直线l：ax+by+1=0 经过圆M：$x^2+y^2+4x+2y+1=0$的圆心则$(a-2)^2+(b-2)^2$的最小值为

A．$\sqrt{5}$　　B．5　　C．$2\sqrt{5}$　　D．10

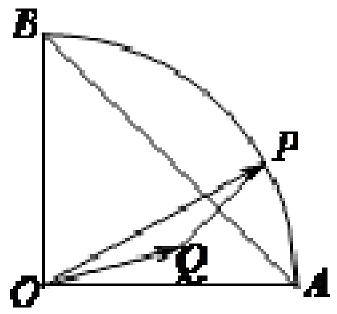
9．若x,a,b均为任意实数，且$(a+2)^2+(b-3)^2=1$，则$(x-a)^2+(\ln x-b)^2$的最小

值为（　　）

A. $3\sqrt{2}$　　B. 18　　C. $3\sqrt{2}-1$　　D. $19-6\sqrt{2}$

二、填空题

10．如图，扇形AOB的圆心角为 $90°$，半径为1，点P是圆弧AB上的动点，作点P关于弦AB的对称点Q，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$的取值范围为______.



11．已知 x,y 满足$x^2-4x-4+y^2=0$, 则x^2+y^2的最大值为______

12．若直线 l：$2ax-by+2=0(a>0,b>0)$与 x 轴相交于点 A，与 y 轴相交于 B，被圆$x^2+y^2+2x-4y+1=0$截得的弦长为 4，则$|OA|+|OB|$(O为坐标原点)的最小值为______.

13．设直线$y=x+2a$与圆$C: x^2+y^2-2ay-2=0$相交于A,B两点，若$|AB|=2\sqrt{3}$，则圆C的面积为______.

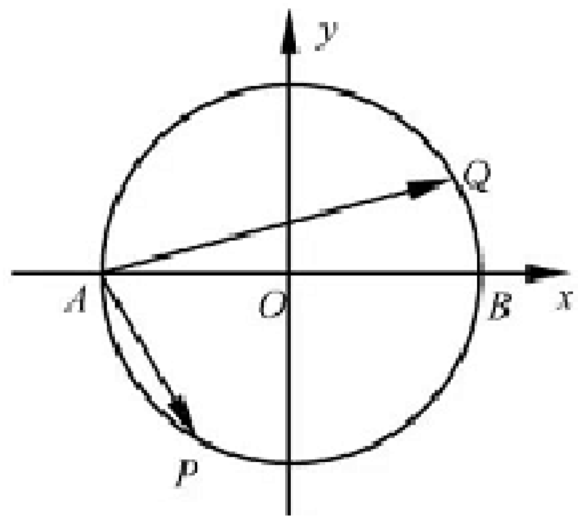
14．已知圆的圆心在曲线$xy=1$（$x>0$)上，且与直线$x+4y+13=0$相切，当圆的面积最小时，其标准方程为______.

15．在平面直角坐标系xOy 中，已知过点$A(2,-1)$的圆C和直线 $x+y=1$相切，且圆心在直线 $y=-2x$上，则圆 C 的标准方程为______.

16．已知圆C的圆心在直线$2x-y=0$上，且经过$A(6,2)$，$B(4,8)$两点，则圆C的标准方程是______.

17．在平面直角坐标系中，三点$O(0,0)$,$A(2,4)$，$B(6,2)$，则三角形OAB的外接圆方程是______.

18．如图，O 是坐标原点，圆O 的半径为 1，点 A（-1，0），B（1，0），点 P，Q 分别从点 A，B 同时出发，圆O 上按逆时针方向运动.若点P 的速度大小是点Q 的两倍，则在点P 运动一周的过程中，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AQ}$的最大值是______.



三、解答题

19．设抛物线C： $y^2=4x$的焦点为F，过F且斜率为$k(k>0)$的直线l与C交于A，B两点，$|AB|=8$.

（1） 求l的方程；

（2） 求过点A，B且与C的准线相切的圆的方程.

20．已知圆C:$x^2+y^2+2x-7=0$内一点$P(-1,2)$，直线l过点P且与圆C交于A，B两点.

（1） 求圆C的圆心坐标和面积；

（2） 若直线l的斜率为$\sqrt{3}$，求弦AB的长；

（3） 若圆上恰有三点到直线l的距离等于$\sqrt{2}$，求直线l的方程.

21．已知点$M(x_0,y_0)$在圆O:$x^2+y^2=4$上运动，且存在一定点$N(6,0)$，点$P(x,y)$为线段MN的中点.

（1） 求点P的轨迹C的方程；

（2） 过$A(0,1)$且斜率为k的直线l与点P的轨迹C交于不同的两点E, F，是否存在实数k使得$\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OF}=12$，并说明理由.

22．已知圆经过$(2,5)$,$(-2,1)$两点，并且圆心在直线 $y=\dfrac{1}{2}x$ 上。

(1) 求圆的方程；

(2) 求圆上的点到直线$3x-4y+23=0$的最小距离。

23．在平面直角坐标系xOy中，曲线$y=x^2-6x+1$与坐标轴的交点都在圆C上.

（1）求圆C的方程；

（2）若圆C与直线$x-y+a=0$交于A，B两点，且$OA\perp OB$，求a的值.

24．已知点$A(1,-2)$, $B(-1,4)$，求

（1） 过点 A,B 且周长最小的圆的方程；

（2） 过点 A,B 且圆心在直线$2x-y-4=0$上的圆的方程.

25．已知$Rt\triangle ABC$的顶点$A(8,5)$，直角顶点为$B(3,8)$，顶点C在 y 轴上；

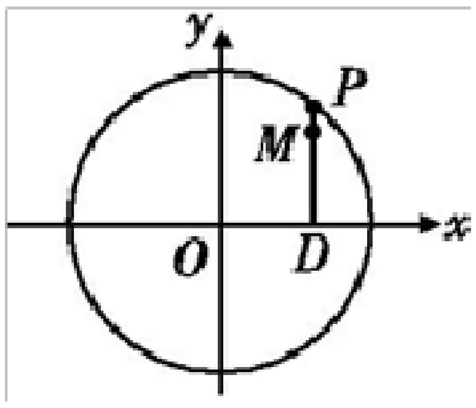
（1）求顶点C的坐标；

（2）求$Rt\triangle ABC$外接圆的方程.

26. 如图,设 P 是圆 $x^2+y^2=25$ 上的动点,点 D 是 P 在 x 轴上的投影，M 为线段 PD 上一点,且 $|MD|=\frac{4}{5}|PD|$，

(1) 当 P 在圆上运动时,求点M 的轨迹C 的方程;

(2) 求过点(3, 0)且斜率为 $\frac{4}{5}$的直线被轨迹C 所截线段的长度.



27. 选修 4-4：坐标系与参数方程

已知曲线C的参数方程为$\begin{cases} x=3\cos\theta \\ y=2\sin\theta \end{cases}$（$\theta$为参数），在同一平面直角坐标系中，将曲线$C$上的点按坐标变换$\begin{cases} x'=\frac{1}{3}x \\ y'=\frac{1}{2}y \end{cases}$得到曲线$C'$.

（Ⅰ）求曲线C'的普通方程；

（Ⅱ）若点A在曲线C'上，点$B(3,0)$，当点A在曲线C'上运动时，求AB中点P的轨迹方程.

参考答案

1．C

【解析】

【分析】

因为与 y 轴相切，所以可知圆的半径$r=2$，根据圆心坐标，可得圆的标准方程。

【详解】

圆心为(2，－3)并且与 y 轴相切

所以半径$r=2$

所以圆的方程为$(x-2)^2+(y+3)^2=4$

所以选 C

【点睛】

本题考查了根据圆心坐标和半径写出圆的方程，属于基础题。

2．C

【解析】

【分析】

设动点$P(x_0,y_0)$，PQ的中点为$M(x,y)$，由中点坐标公式解出$x_0=2x-3$，$y_0=2y$，将点$P(2x-3,2y)$代入已知圆的方程，化简即可得到所求中点的轨迹方程.

【详解】

设动点$P(x_0,y_0)$，PQ的中点为$M(x,y)$，可得$\begin{cases} x=\frac{x_0\ \ 3}{2} \\ y=\frac{y_0}{2} \end{cases}$，得$x_0=2x-3$，$y_0=2y$.

∵点$P(x_0,y_0)$在圆$x^2\quad y^2=1$上运动

∴$(2x-3)^2\quad (2y)^2=1$，化简得$(2x-3)^2\quad 4y^2=1$.

∴所求动点M的轨迹方程是$(2x-3)^2\quad 4y^2=1$.

故选 C.

【点睛】

求轨迹方程的常用方法：

（1）直接法：直接利用条件建立x， y之间的关系$F(x,y)=0$；

(2) 待定系数法：已知所求曲线的类型，求曲线方程；

(3) 定义法：先根据条件得出动点的轨迹是某种已知曲线，再由曲线的定义直接写出动点的轨迹方程；

（4） 代入(相关点)法：动点$P(x,\ y)$依赖于另一动点$Q(x_0,\ y_0)$的变化而运动，常利用代入法求动点$P(x,y)$的轨迹方程.

3．B

【解析】

【分析】

由圆的方程求出圆心坐标，代入直线方程求出m 的值，求出圆的方程后并配方求圆的半径，代入圆的面积求解即可.

【详解】

∵圆的方程是：$x^2+y^2-(4m+2)x-2my+4m^2+4m+1=0$，

∴圆心坐标是（2m+1，m），

∵圆心在直线x+y－4=0 上，∴2m+1+m－4=0，解得m=1，

则圆的方程是：$x^2+y^2-6x-2y+9=0$，即$(x-3)^2+(y-1)^2=1$，

∴半径r=1，圆的面积$S=\pi r^2=\pi$

故选：B.

【点睛】

本题考查由圆的一般式方程求圆心和半径的方法：公式法和配方法，属于基础题.

4．A

【解析】分析：一般方程转化为标准方程，即可得到半径值。

详解：把一般方程转化为圆的标准方程$(x+\sqrt{2})^2+y^2=2$

由标准方程，可知半径为$\sqrt{2}$

所以选 A

点睛：本题考查了圆的一般方程与标准方程的转化，根据标准方程求圆心或半径，属于基础题。

5．A

【解析】

【分析】

两个圆相减，可得交点弦所在的直线方程；再由弦的垂直平分线过圆心及斜率关系，求得AB 的垂直平分线方程。

【详解】

圆C_1: $x^2+y^2-2x-4y-4=0$与圆C_2: $x^2+y^2+4x-10y+4=0$相交于 A、B 两点所以 AB 所在的直线方程为两个方程相减，得 3x-3y+4=0

AB垂直平分线的斜率为 x+y+b=0

圆C_1: $x^2+y^2-2x-4y-4=0$的圆心为（1,2）

将（1,2）代入 x+y+b=0解得 b=-3

所以 AB 的垂直平分线的方程为$x+y-3=0$

所以选 A

【点睛】

本题考查了圆方程的简单应用，注意相关性质的用法，属于基础题。

6．B

【解析】∵∠APB=90°，∴$|PA|^2+|PB|^2=4$

由不等式可得$\left(\frac{|PA|+|PB|}{2}\right)^2 \le \frac{|PA|^2+|PB|^2}{2}=2$

∴$|PA|+|PB| \le 2\sqrt{2}$

故选：B

7．C

【解析】试题分析：直线 l 过圆心$(2,1)$，所以$a=-1$，所以切线长$AB=\sqrt{(-4)^2+1-4\times(-4)+2+1}=6$，选 C.

考点：切线长

视频

8．B

【解析】由圆的方程知圆心为$(-2,-1)$，所以$2a+b=1$，$(a-2)^2+(b-2)^2$的几何意义为直线$2a+b=1$上的动点(a,b)与定点$(2,2)$的距离的平方，故过点$(2,2)$向直线$2a+b=1$作垂线段，其长的平方最小，最小值为$d^2=\left(\frac{|4+2-1|}{\sqrt{5}}\right)^2=5$，故选 B.

9．D

【解析】

【分析】

该题可以看做是圆上的动点到曲线$y=\ln x$上的动点的距离的平方的最小值问题，可以转化为圆心到曲线$y=\ln x$上的动点的距离减去半径的平方的最值问题，结合图形，可以断定那

个点应该满足与圆心的连线与曲线在该点的切线垂直的问题来解决，从而求得切点坐标，即满足条件的点，代入求得结果.

【详解】

由题意可得，其结果应为曲线$y=\ln x$上的点与以$C(-2,3)$为圆心，以1为半径的圆上的点的距离的平方的最小值，可以求曲线$y=\ln x$上的点与圆心$C(-2,3)$的距离的最小值，在曲线$y=\ln x$上取一点$M(m,\ln m)$，曲线有$y=\ln x$在点 M 处的切线的斜率为$k'=\frac{1}{m}$，从而有$k_{CM}\cdot k'=-1$，即$\frac{\ln m-3}{m+2}\cdot\frac{1}{m}=-1$，整理得$\ln m+m^2+2m-3=0$，解得$m=1$，所以点(1,0)满足条件，其到圆心 $C(-2,3)$ 的距离为 $d=\sqrt{(-2-1)^2+(3-0)^2}=3\sqrt{2}$，故其结果为 $(3\sqrt{2}-1)^2=19-6\sqrt{2}$，

故选 D.

【点睛】

本题考查函数在一点处切线斜率的应用，考查圆的程，两条直线垂直的斜率关系，属中档题.

10. $\sqrt{2}-1$，1 .

【解析】分析:先建立直角坐标系，再设出点P,Q的坐标，利用已知条件求出P,Q的坐标，再求出$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 的函数表达式，求其最值，即得其取值范围.

详解:以点 O 为坐标原点,以 OA 所在直线作 x 轴，以 OB 所在直线作 y 轴，建立直角坐标系.

则 A(1，0),B(0，1),直线 AB 的方程为 x+y-1=0,

设 $P(\cos\alpha,\sin\alpha)\ (0\le\alpha\le\frac{\pi}{2})$，$Q(x_0,y_0)$，

所以 PQ 的中点$(\frac{x_0+\cos\alpha}{2},\frac{y_0+\sin\alpha}{2})$，

由题得$\begin{cases}k_{PQ}=\frac{\sin\alpha-y_0}{\cos\alpha-x_0}=1\\ \frac{x_0+\cos\alpha}{2}+\frac{y_0+\sin\alpha}{2}-1=0\end{cases}$，$\therefore x_0=1-\sin\alpha\quad y_0=1-\cos\alpha$

所以$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=\cos\alpha(1-\sin\alpha)+\sin\alpha(1-\cos\alpha)=\sin\alpha+\cos\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha$

设$t=\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4}),t\in[1,\sqrt{2}]$，

所以$\sin\alpha\cos\alpha=\frac{t^2-1}{2}$,

所以$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=1-t^2+t$，$t\in[1,\sqrt{2}]$

所以当 t=1 时函数取最大值 1，当 t=$\sqrt{2}$时函数取最小值$\sqrt{2}-1$.

故答案为： $\sqrt{2}-1$，1

点睛：(1)本题的难点有三，其一是要联想到建立直角坐标系；其二是要能利用已知求出点

P,Q 的坐标，其三是能够利用三角函数的知识求出函数$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$的值域.（2）本题主要考查利用坐标法解答数学问题，考查直线、圆的方程和三角恒等变换，考查三角函数的图像和性质，意在考查学生基础知识的掌握能力及推理分析转化能力，考查学生的基本运算能力.

11．$12+8\sqrt{2}$

【解析】

【分析】

现化简曲线的方程，判定曲线的形状，在根据x^2+y^2的意义，结合图形即可求解.

【详解】

由题意，曲线$x^2-4x-4+y^2=0$，即为$(x-2)^2+y^2=8$，

所以曲线表示一个圆心在$(2,0)$，半径为$2\sqrt{2}$的圆，

又由x^2+y^2表示圆上的点到原点之间距离的平方，且原点到圆心的距离为2，

所以原点到圆上的点的最大距离为$2+2\sqrt{2}$，

所以x^2+y^2的最大值为$(2+2\sqrt{2})^2\ \ =10+8\sqrt{2}$.

【点睛】

本题主要考查了圆的标准方程及其特征的应用，其中把x^2+y^2转化为原点到圆上的点之间的距离是解答的关键，着重考查了推理与运算能力.

12．$3+2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】

先求得圆的圆心与半径，可知直线一定过圆心得$a+b=1$。又$A(\frac{1}{a},0),B(0,\frac{2}{b})$.

$|\mathrm{OA}|+|\mathrm{OB}|=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$，由均值不等式可求得最值。

【详解】

由题意可得$(x+1)^2+(y-2)^2=4$的圆心为（-1，2），半径为2,而截得弦长为4，所以直线过圆心得$a+b=1$，又$A(-\frac{1}{a},0),B(0,\frac{2}{b})$，

所以$|\mathrm{OA}|+|\mathrm{OB}|=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})(a+b)\geq(1+\sqrt{2})^2=3+2\sqrt{2}$

当且仅当$b=\sqrt{2}a$时等号成立。

【点睛】

本题综合考查直线与圆，均值不等式求最值问题，本题的关键是由弦长为4，判断出直线过