省级重点 福建省福州第一中学2024-2025学年上学期九年级数学期中试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若两个相似图形的相似比是3:7，则它们的面积比是（　）

A．3:7　　B．9:40　　C．7:3　　D．9:49

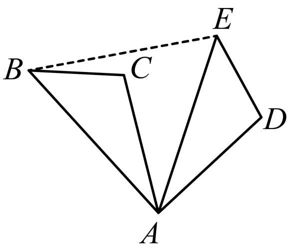
2．把二次函数$y=2x^2$的图象向下平移1个单位长度后所得的图象的函数解析式为（　）

A．$y=2(x-1)^2$　　B．$y=2(x+1)^2$　　C．$y=2x^2-1$　　D．$y=2x^2+1$

3．若关于x的方程$x^2+5x+a=0$有一个根为-1，则a的值为（　）

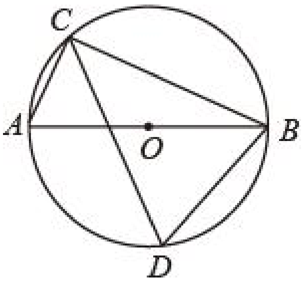
A．6　　B．-6　　C．4　　D．-4

4．如图，将$\triangle ABC$绕点A顺时针旋转$60°$得到$\triangle AED$，若$AB=5$，$AC=4$，$BC=2$，则BE的长为（　）



A．5　　B．4　　C．3　　D．2

5．如图，C，D是$\odot O$上直径AB两侧的两点．设$\angle ABC=25°$，则$\angle BDC=$（　）



A．$85°$　　B．$75°$　　C．$70°$　　D．$65°$

6．近年来，我国数字技术不断更新，影响着全民阅读形态．为预计某市2024年数字阅读市场规模，经查询得数据：该市2021年数字阅读市场规模为432万元，2023年数字阅读市场规模为507万元．设该市年平均增长率为x，则下列方程正确的是（　）

A. $432(1+2x)=507$　　B. $432(1+2x)^2=507$

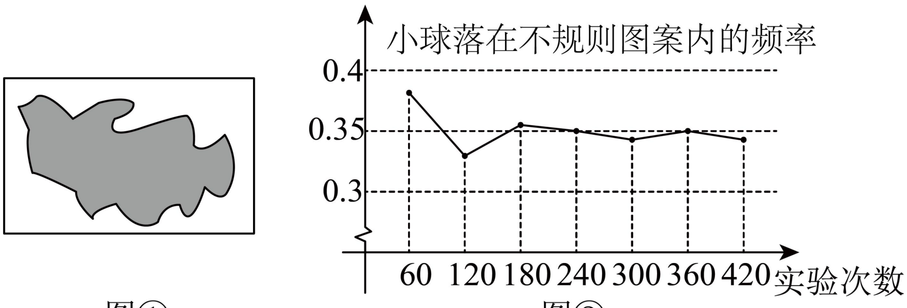
C. $432(1+x)^2=507$　　D. $432+432(1+x)+432(1+x)^2=507$

7．如表中列出了二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的一些对应值，则一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的一个近似解x的范围是（　　）

x	…	－3	－2	－1	0	1	…
y	…	－11	－5	－1	1	1	…

A. $-1<x<0$　　B. $0<x<1$　　C. $2<x<3$　　D. $3<x<4$

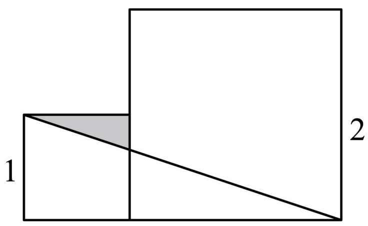
8．如图①所示，平整的地面上有一个不规则图案（图中阴影部分），小明想了解该图案的面积是多少，他采取了以下办法：用一个长为5m，宽为4m的长方形，将不规则图案围起来，然后在适当位置随机地朝长方形区域扔小球，并记录小球落在不规则图案上的次数（球扔在界线上或长方形区域外不计实验结果），他将若干次有效实验的结果绘制成了②所示的折线统计图，由此他估计不规则图案的面积大约为（　）



图①　　图②

A. $6m^2$　　B. $7m^2$　　C. $8m^2$　　D. $9m^2$

9．把边长分别为1和2的两个正方形按图的方式放置.则图中阴影部分的面积为（ ）



A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{4}$

10．点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$在抛物线$y=2mx^2-mx-1$上，且满足$x_1>x_2$，$x_1+x_2=2-m$，$y_1<y_2$，则m的取值范围是（ ）

A．$0<m<\frac{3}{2}$　　B．$m>\frac{3}{2}$或$m<0$　　C．$0<m<1$　　D．$m>1$或$m<0$

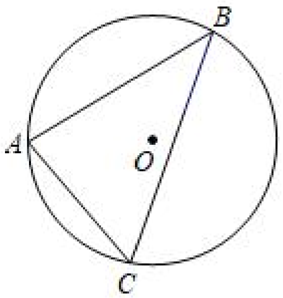
二、填空题

11．在做抛掷均匀硬币实验时，抛一次硬币，正面朝上的概率为____________.

12．点A坐标为$(1,2)$，点A与点B关于原点中心对称，点B坐标为____________.

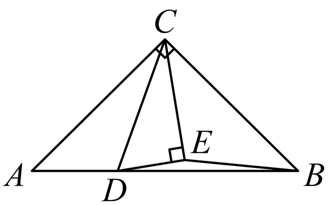
13．已知抛物线$y=x^2-2x+c$与x轴只有一个交点，则$c=$____________.

14．如图，在$\odot O$中，AB是$\odot O$的弦，$\odot O$的半径为3cm，C为$\odot O$上一点，$\angle ACB=60°$，则AB的长为________cm.



15．当$x=a$与$x=b(a\neq b)$时，代数式x^2-2x-3的值相等，则$x=a+b$时，代数式x^2-2x-3的值为____________.

16．$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=\sqrt{2}$，D在线段AB上运动，以CD为斜边作$\mathrm{Rt}\triangle CDE$，使$\angle DCE=30°$，点E和点A位于CD的两侧，连接BE，则BE的最小值为____________.



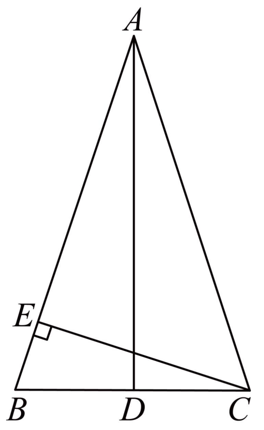
三、解答题

17．解方程：

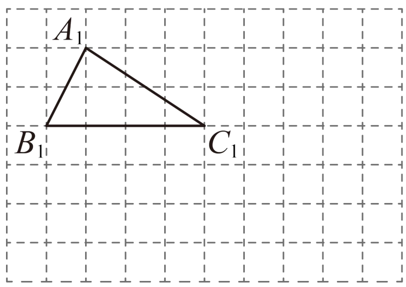
(1) $2x^2-8=0$；

(2) $\frac{1}{2}x^2-3x-5=0$.

18．如图，在△ABC中，AB=AC，BD=CD，CE⊥AB于E．求证：△ABD∽△CBE.



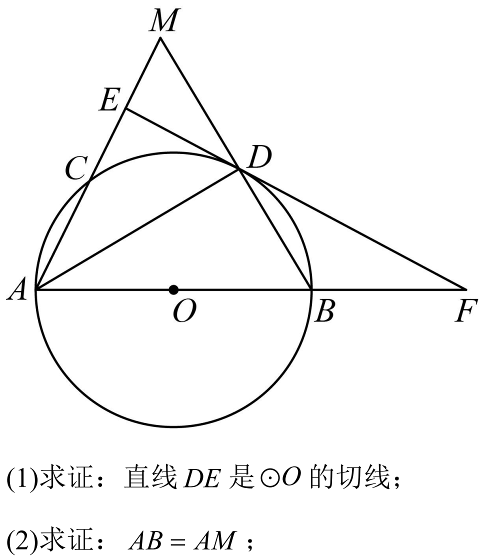
19．如图，每个小正方形的边长均为1，方格纸中画有$\triangle A_1B_1C_1$，A_1、B_1、C_1均在小正方形的顶点上．



(1)将$\triangle A_1B_1C_1$绕点C_1逆时针旋转$90°$得到$\triangle A_2B_2C_1$，画出$\triangle A_2B_2C_1$；

(2)在（1）的旋转过程中，求点A_1运动的路径的长度．

20．如图，以线段AB为直径作$\odot O$，交射线AC于点C，AD平分$\angle CAB$交$\odot O$于点D，过点D作直线$DE \perp AC$于点E，交AB的延长线于点F．连接BD并延长交AC于点M．



(1)求证：直线DE是$\odot O$的切线；

(2)求证：$AB = AM$；

21．已知抛物线经过点$(1,0)$，$(3,0)$，且有最大值4．

(1)求抛物线的表达式；

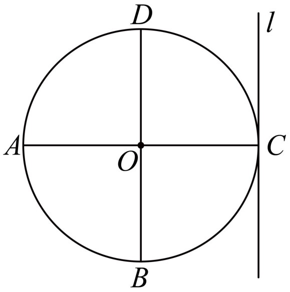
(2)若$-1<x<3$，求函数值y的取值范围.

22．一个不透明的袋中装有1个红球、2个黑球，它们除颜色不同外其余都相同.

(1)若从袋中随机摸出一球，求该球是红球的概率；

(2)先往袋中加入1个红球或黑球（它们与袋中的球大小、质地完全一样），再从袋中依次抽取两球（不放回），若要使得抽取的这两球颜色相同的概率较大，则应往袋中加入红球还是黑球？请利用树状图或列表法说明理由.

23．正五边形是一个具有和谐美的几何图形，其尺规作图法引起了学者们的关注，里士满提出了一个构造圆内接正五边形的尺规作图方法，并且通过计算得到，当圆的半径为1时，其内接正五边形的边长为$\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{2}}$．如图，圆$O$的半径1，$AC$和$BD$是相互垂直的直径，直线$l$是过点$C$的圆的切线.



(1)尺规作图：①作OC的中点E，②以C为圆心，OE的长为半径交切线于点F，③以F为圆心，OF的长半径交切线于点G，且F、G在直线AC的两侧，连接OF、OG.

(2)结合材料，在线段OF、OG、EF中，判断哪条线段的长度等于圆O的内接正五边形的边长，并说明理由.

24．根据以下的素材，制定方案，设计出面积最大的花圃：

素材1：有一堵长m米（$0<m<20$）的围墙，利用这堵墙和长为60m的篱笆围成矩形花圃，设花圃面积为y，甲、乙、丙三人讨论如何设计一个面积最大的花圃.

素材2：甲的设计方案，利用墙面作为矩形花圃的一边（如图1），求解决过程如下：

设平行于墙面的篱笆长为n米，则垂直于墙面的篱笆长为$\frac{60-n}{2}$

依题意得：$y=\frac{n(60-n)}{2}=-\frac{1}{2}n^2+30n(0<n\le m<20)$

∵函数开口向下，对称轴为直线$n=30$

∴当$0<n\le m$时，y随n的增大而增大

$\therefore n=m$ 时，y 的最大值为 $-\frac{1}{2}m^2+30m$

素材3：受甲的方案的启发，乙、丙各自有了新的设计方案．乙的方案：利用全部围墙作为矩形一边的一部分（如图2）；丙的方案，利用部分围墙作为矩形一边的一部分（如图3）

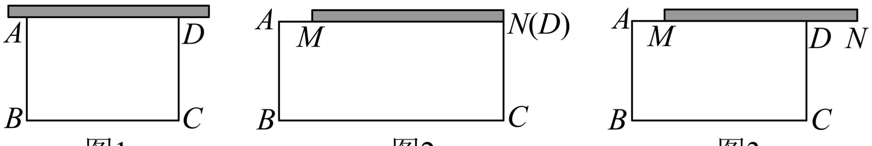


图1　图2　图3

设墙左端篱笆 AM 长为 x 米，解决下列问题：

任务1：当 $m=12$ 时，对于乙的方案，则可知 $BC=AD=$_（用含 x 的代数式表示），花圃面积 $y=$_（用含 x 的代数式表示），求该方案对应的花圃面积的最大值．

任务2：对于丙的方案，设所用墙的长度 MD 为 a 米（$a<m$），求该方案对应的花圃面积的最大值．

任务3：比较甲、乙、丙三种方案，判断哪种方案设计出的花圃面积更大？并说明理由．

25．如图是一张矩形纸片 $ABCD$，点 M 是对角线 AC 的中点，点 E 在 BC 边上．

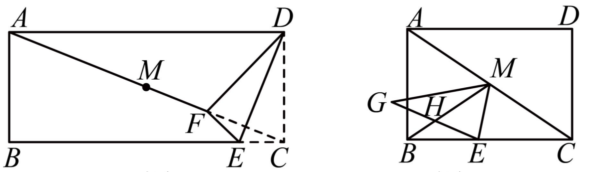


图1　图2

(1)如图 1，将 $\triangle DCE$ 沿直线 DE 折叠，使点 C 落在对角线 AC 上的点 F 处，连接 DF，EF．

①若 $\angle EDC=30^\circ$，$DE=1$，求对角线 AC 的长；

②若 $MF=CD$，求 $\angle DAF$ 的度数及此时 $\frac{CD}{AC}$ 的值．

(2)如图 2，若 $CB=3$，$CD=2$，连接 BM、ME，将 $\triangle MEC$ 沿 ME 折叠，点 C 的对应点为点 G，当线段 GE 与线段 BM 交于点 H 且 $\triangle BHE$ 为直角三角形时，求此时 BE 的长．

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	A	D	C	A	B	A	B

1．D

【分析】本题主要考查了相似三角形的性质，根据相似三角形的面积之比等于相似比的平方即可得到答案．

【详解】解：∵两个相似图形的相似比是$3:7$，

∴它们的面积比是$9:49$，

故选：D．

2．C

【分析】本题考查了函数图像的平移，解题的关键是：熟记平移规律，根据平移规则"左加右减，上加下减"，即可求解．

【详解】解：把二次函数$y=2x^2$的图象向下平移1个单位长度后所得的图象的函数解析式为$y=2x^2-1$．

故选：C．

3．C

【分析】本题主要考查运用一元二次方程的根求参数，掌握一元二次方程根据的代入计算求参数的方法是解题的关键．把一个根为-1代入方程，即可求解．

【详解】解：∵关于x的方程$x^2+5x+a=0$有一个根为-1，

∴$(-1)^2+5\times(-1)+a=0$，解得$a=4$，

故选：C．

4．A

【分析】本题考查旋转的性质，等边三角形的判定，本题关键是熟练掌握旋转图形的性质．根据旋转的性质可得$AB=AE$，$\angle BAE=60°$可得$\triangle ABE$是等边三角形．可得BE的长．

【详解】解：∵将$\triangle ABC$绕点A顺时针旋转$60°$得到$\triangle AED$，

$\therefore \angle BAE=60°$，$BA=AE$，

$\therefore\triangle ABE$是等边三角形，

$\therefore BE=AB=5$，

故选：A．

5．D

【分析】先利用直径所对的圆周角是直角得到$\angle ACB$=90°，从而求出$\angle BAC$，再利用同弧所对的圆周角相等即可求出$\angle BDC$.

【详解】解：∵C ，D 是⊙O 上直径 AB 两侧的两点，

∴$\angle ACB$=90°，

∵$\angle ABC$=25°，

∴$\angle BAC$=90°-25°=65°，

∴$\angle BDC$=$\angle BAC$=65°，

故选：D.

【点睛】本题考查了圆周角定理的推论，即直径所对的圆周角是90°和同弧或等弧所对的圆周角相等，解决本题的关键是牢记相关概念与推论，本题蕴含了属性结合的思想方法.

6．C

【分析】本题考查由实际问题抽象出一元二次方程，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

由题意根据某市2021年及2023年的数字阅读市场规模，即可得出关于x的一元二次方程，此题得解.

【详解】解：设该市年平均增长率为x，

依题意，得：$432(1+x)^2=507$.

故选：C.

7．A

【分析】根据表格中的数据可得出“当$x=-1$时，$y=-1$；当x=0时，y=1”由此即可得出结论.

【详解】解：当$x=-1$时，$y=-1$；当x=0时，y=1，

∴方程的一个近似根x的范围是$-1<x<0$，

故选：A.

【点睛】本题考查了图象法求一元二次方程的近似根，熟练掌握用图象法求一元二次方程的近似根的方法是解题的关键.

8．B

【分析】本题分两部分求解，首先假设不规则图案面积为x，根据几何概率知识求解不规则

图案占长方形的面积大小；继而根据折线图用频率估计概率，综合以上列方程求解．

【详解】假设不规则图案面积为 x，

由已知得：长方形面积为 20，

根据几何概率公式小球落在不规则图案的概率为：$\frac{x}{20}$ ，

当事件 A 实验次数足够多，即样本足够大时，其频率可作为事件 A 发生的概率估计值，故由折线图可知，小球落在不规则图案的概率大约为 0.35，

综上有：$\frac{x}{20}=0.35$，解得 $x=7$．

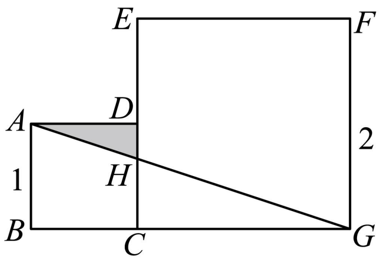
故选：B．

【点睛】本题考查几何概率以及用频率估计概率，并在此基础上进行了题目创新，解题关键在于清晰理解题意，能从复杂的题目背景当中找到考点化繁为简，创新题目对基础知识要求极高．

9．A

【分析】对图上各边标上字母，由题意可证得△ADH∽△GCH，利用相似三角形对应线段成比例可知$\frac{1}{2}=\frac{DH}{1-DH}$，可求得阴影部分面积的高 DH，进而求得阴影部分面积.

【详解】



∵∠CHG=∠DHA，∠HCG=∠ADH

∴△ADH∽△GCH

∴$\frac{AD}{CG}=\frac{DH}{CH}$

即$\frac{1}{2}=\frac{DH}{1-DH}$

解得 DH=$\frac{1}{3}$

∴阴影部分面积=$1\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

【点睛】本题考查了相似三角形的性质与判定，求阴影部分的面积，解本题的关键是求得阴影部分的高进而即可解题.

10．B

【分析】本题考查了二次函数综合，解题的关键是通过y_1-y_2得到$m(3-2m)<0$；由$y_1<y_2$，$x_1>x_2$可得$m(3-2m)<0$，再解不等式组即可．

【详解】解：$\because y_1<y_2$，$x_1+x_2=2-m$，

$\therefore y_1-y_2=2mx_1^2-mx_1-1-\left(2mx_2^2-mx_2-1\right)=m\left(x_1-x_2\right)\left[2\left(x_1+x_2\right)-1\right]=m\left(x_1-x_2\right)(3-2m)<0$

，

$\because x_1>x_2$，

$\therefore x_1-x_2>0$，

$\therefore m(3-2m)<0$，

$\therefore \begin{cases} m>0 \\ 3-2m<0 \end{cases}$或$\begin{cases} m<0 \\ 3-2m>0 \end{cases}$，

解得：$m<0$或$m>\frac{3}{2}$，

故选：B．

11．$\frac{1}{2}$/0.5

【分析】本题考查了概率的意义，正确把握概率的定义是解题的关键．

利用概率的意义直接得出答案．

【详解】∵连续抛掷一枚硬币，有2种等可能结果：正面朝上，反面朝上，其中正面向上的只有1种情况，

∴正面朝上的概率为：$\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$．

12．$(-1,-2)$

【分析】本题主要考查了求关于原点对称的点的坐标．根据“关于原点对称的点横纵坐标都互为相反数”即可求解．

【详解】解；∵点$A(1,2)$与点B关于原点中心对称，

∴点B的坐标为$(-1,-2)$，

故答案为：$(-1,-2)$．

13．1

【分析】本题考查了二次函数与 x 轴的交点个数问题，根的判别式，熟练掌握二次函数与一元二次方程的关系是解题的关键．

由抛物线 $y=x^2-2x+c$ 与 x 轴只有一个交点得到 $x^2-2x+c=0$ 的方程的根的判别式为 0，解方程即可．

【详解】解：当 $y=0$ 时，$x^2-2x+c=0$，

由题意得，$\Delta=(-2)^2-4\times1\times c=0$，

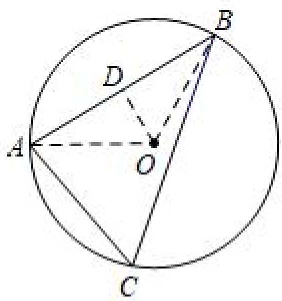
解得：$c=1$，

故答案为：1．

14．$3\sqrt{3}$

【分析】连接 OA、OB，过点 O 作 $OD\perp AB$ 于点 D，由垂径定理和圆周角定理可得 $AD=BD=\frac{1}{2}AB$，$\angle AOB=120°$，再根据等腰三角形的性质可得 $\angle OAB=\angle OBA=30°$，利用含 30°角的直角三角形的性质和勾股定理即可求解．

【详解】解：连接 OA、OB，过点 O 作 $OD\perp AB$ 于点 D，



$\therefore AD=BD=\frac{1}{2}AB$，$\angle ODA=90°$，

$\because \angle ACB=60°$，

$\therefore \angle AOB=120°$，

$\because OA=OB$，

$\therefore \angle OAB=\angle OBA=30°$，

$\because OA=3\text{cm}$，

$\therefore OD=\frac{3}{2}\text{cm}$，

$\therefore AD=\sqrt{OA^2-OD^2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$，

$\therefore AB=3\sqrt{3}\text{cm}$，

故答案为：$3\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了垂径定理，圆周角定理，等腰三角形的性质，含30°角的直角三角形的性质和勾股定理，熟练掌握知识点是解题的关键.

15．-3

【分析】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，主要利用了二次函数的对称性和对称轴公式，是基础题，熟记性质和得出$a+b=2$是解题的关键．先由抛物线$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，可得抛物线的对称轴为直线$x=1$，从而得到以a、b为横坐标的点关于直线$x=1$对称，进而得到$a+b=2$，再把$x=2$代入，即可求解.

【详解】解：由抛物线$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴抛物线的对称轴为直线$x=1$，

∵当$x=a$或$x=b(a\neq b)$时，代数式x^2-2x-3的值相等，

∴当$x=a$或$x=b(a\neq b)$时，抛物线$y=x^2-2x-3$的函数值相等，

∴以a、b为横坐标的点关于直线$x=1$对称，

∴$\frac{a+b}{2}=1$，

∴$a+b=2$，

∵$x=a+b$，

∴$x=2$，

当$x=2$时，$y=2^2-2\times2-3=-3$，

即$x=a+b$时，代数式x^2-2x-3的值为-3.

故答案为：-3.

16．$\frac{1}{2}$

【分析】作$\angle ACF=30°$，过点A作$AF\perp CF$于F，连接FE，证明$\triangle ACD\backsim\triangle FCG$得到$\angle CFE=\angle CAD=45°$，则点$E$在直线$FE$上运动；设直线$FE$交$AB$于$G$，$CF$，$AB$交于$K$，

过点 B 作直线 FE 的垂线，垂足为 H，连接 CG，证明 $\triangle AKC \backsim \triangle FKG$，进而证明 $\triangle AKF \backsim \triangle CKG$，得到 $\angle CGK = \angle AFK = 90°$，则可求出 $BG = 1$；再证明 $\angle BGH = \angle AGF = 30°$，得到 $BH = \frac{1}{2}BG = \frac{1}{2}$，由垂线段最短可知，当点 E 与点 H 重合时，BE 有最小值，最小值为 $\frac{1}{2}$.

【详解】解：如图所示，作 $\angle ACF = 30°$，过点 A 作 $AF \perp CF$ 于 F，连接 FE，

$\because \angle ACB = 90°$，$AC = BC = \sqrt{2}$，

$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45°$；

$\because \angle ACF = 30°$，$AF \perp CF$，

$\therefore AC = 2AF$，

$\therefore CF = \sqrt{AC^2 - AF^2} = \sqrt{3}CF$，

$\therefore \frac{AC}{CF} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$，

同理可得 $\frac{CD}{CE} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \frac{AC}{CF} = \frac{CD}{CE}$，

$\because \angle ACF = \angle DCE = 30°$，

$\therefore \angle ACD = \angle FCG$，

$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle FCG$，

$\therefore \angle CFE = \angle CAD = 45°$，

$\because F$ 为定点，

$\therefore$ 点 E 在直线 FE 上运动，

设直线 FE 交 AB 于 G，CF，AB 交于 K，过点 B 作直线 FE 的垂线，垂足为 H，连接 CG，

$\because \angle AKC = \angle FKG$，$\angle KFG = \angle KAC = 45°$，

$\therefore \triangle AKC \backsim \triangle FKG$，

$\therefore \frac{AK}{FK} = \frac{CK}{KG}$，

又 $\because \angle AKF = \angle CKG$，

$\therefore \triangle AKF \backsim \triangle CKG$，

$\therefore \angle CGK = \angle AFK = 90°$，

$\therefore \triangle BGC$ 是等腰直角三角形，