广东省深圳市宝安区2023-2024学年高二上学期11月调研测试卷高二数学试题

一、单选题

1. 已知空间向量$\vec{a}=(0,1,2),\vec{b}=(-1,2,2)$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量是（　　）

A. $\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$　　C. $(-2,4,4)$　　D. $\left(-\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$

2. 三棱锥$O-ABC$中，D为BC的中点，E为AD的中点，若$\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则$\overrightarrow{OE}$=（　　）

A. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$　　B. $-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

C. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$　　D. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$

3. 经过$A(-1,3),B(1,9)$两点的直线的一个方向向量为$(1,k)$，则$k=$（　　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. -3　　D. 3

4. 已知直线l_1的倾斜角是直线l_2的倾斜角的2倍，且l_1的斜率为$-\frac{3}{4}$，则l_2的斜率为（　　）

A. 3或$-\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. $\frac{1}{3}$或-3　　D. $\frac{1}{3}$

5. 设$\lambda\in\mathrm{R}$，则“直线$3x+(\lambda-1)y=1$与直线$\lambda x+(1-\lambda)y=2$平行”是“$\lambda=1$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

6. 过点$P(3,2)$且在两坐标轴上的截距相等的直线方程为（　　）

A. $x-y-1=0$或$y=0$　　B. $x+y-5=0$或$2x-3y=0$

C. $x+y-5=0$或$y=0$　　D. $x-y-1=0$或$2x-3y=0$

7. 直线l_1，l_2分别过点$P(-2,-2)$，$Q(1,3)$它们分别绕点P和Q旋转，但保持平行，那么，它们之间的距离d的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\sqrt{34}\right]$　　　　B. $\left(0,+\infty\right)$

C. $\left(\sqrt{34},+\infty\right)$　　　　D. $\left[\sqrt{34},+\infty\right)$

8. 两定点 A，B 的距离为 3，动点 M 满足 $\left|MA\right|=2\left|MB\right|$，则 M 点的轨迹长为（　　）

A. 4π　　　　B. $2\sqrt{3}\pi$　　　　C. $2\sqrt{2}\pi$　　　　D. 2π

二、多选题

9. 直线 l 过点 $A\left(1,2\right)$，且在两坐标轴上的截距的绝对值相等，则直线 l 在 y 轴上的截距可能是（　　）

A. 3　　　　B. 0　　　　C. $\frac{1}{3}$　　　　D. 1

10. 已知 $m\in \mathrm{R}$，直线 $l_1:mx+y+1=0,l_2:x-my+1=0$，$l_1$ 与 l_2 交于点 M，则下列说法正确的是（　　）

A. 当 $m=1$ 时，直线 l_1 在 x 轴上的截距为 1

B. 不论 m 为何值，直线 l_1 一定过点 $(0,-1)$

C. 点 M 在一个定圆上运动

D. 直线 l_1 与直线 l_2 关于直线 $y=x$ 对称

11. 已知直线 $l:(2+m)x+(2m+1)y+m-1=0$，圆 $O:(x-1)^2+(y+2)^2=4$，则下列命题正确的是（　　）

A. $\forall a\in \mathbf{R}$，点 $A(4,a)$ 在圆外

B. $\exists m\in \mathbf{R}$，使得直线 l 与圆 O 相切

C. 当直线 l 与圆 O 相交于 PQ 时，交点弦 $\left|PQ\right|$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$

D. 若在圆 O 上仅存在三个点到直线 l 的距离为 1，m 的值为 -2

12. 下列关于空间向量的命题中，正确的有（　　）

A. 直线 l 的方向向量 $\vec{a}=\left(0.3,0\right)$，平面 α 的法向量是 $\vec{u}=\left(0,-5,0\right)$，则 $l//\alpha$

B. 若 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 是空间的一组基底，则向量 $\vec{a}+\vec{b},\vec{b}+\vec{c},\vec{c}+\vec{\alpha}$ 也是空间一组基底

C. 若非零向量 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 满足 $\vec{a}\perp\vec{b},\vec{b}\perp\vec{c}$，则有 $\vec{a}//\vec{c}$

D. 若 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}$ 是空间的一组基底，且 $\overrightarrow{OD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，则 A,B,C,D 四点共面

三、填空题

13. 若 a，b 为正实数，直线 $(2a-1)x+y+1=0$ 与直线 $x+by-1=0$ 互相垂直，则 ab 的最大值为______.

14. 平行线 $x+2y-5=0$ 与 $2x+4y-5=0$ 间的距离为________.

15. 若圆 $C:x^2+y^2-2ax+4y+1=0$ 关于直线 $x+y-1=0$ 对称，则此圆的半径为________.

16. 直线 $l:x-my-1+m=0$ 被圆 $C:x^2+(y-1)^2=5$ 截得的最短弦长为________.

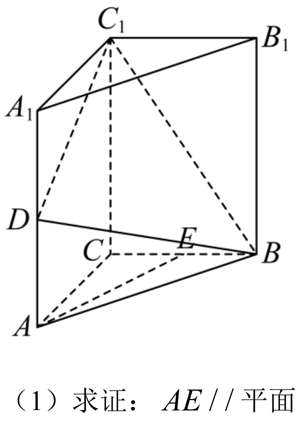
四、解答题

17. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(0,-2)$、$B(4,-3)$、$C(3,1)$. 求：

（1）边 AC 上的高所在直线 l_2 的方程；

（2）边 AC 上的中线所在直线 l_3 的方程.

18. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D，E 分别是 AA_1，BC 的中点，$AC=BC=1$，$AA_1=2$，$\angle BCA=90°$.



（1）求证：$AE//$ 平面 C_1BD；

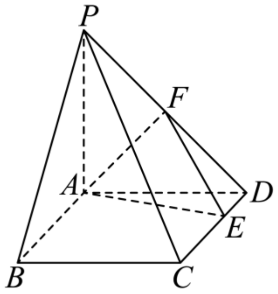
（2）求二面角 $D-BC_1-C$ 的余弦值.

19. 在平面直角坐标系中，圆 C 过点 $A(4,0),B(2,2)$，且圆心 C 在 $x+y-2=0$ 上.

（1）求圆 C 的方程；

（2）若点 D 为所求圆上任意一点，定点 E 的坐标为 $\left(5,0\right)$，求直线 DE 的中点 M 的轨迹方程.

20. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，$PA=AD=3$，点 F 是棱 PD 的中点，点 E 是棱 DC 上一点.



（1）证明：$AF\perp EF$；

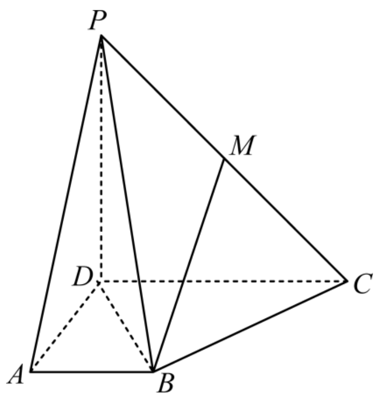
（2）若 E 是棱 DC 上靠近点 D 的三等分点，求点 B 到平面 AEF 的距离.

21. 已知两圆 $C_1: x^2+y^2+2x-6y+1=0$ 和 $C_2: x^2+y^2-6x-12y+m=0$，求：

（1）当 m 取何值时两圆外切？

（2）当 $m=-9$ 时，求两圆的公共弦所在直线的方程和公共弦的长.

22. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是直角梯形，$AB//DC$，$\angle DAB=90°$，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，且 $PD=DA=CD=2AB=2$，M 点为 PC 的中点.



（1）求证：$BM//$ 平面 PAD；

（2）平面 PAD 内是否存在点 N，使 $MN\perp$ 平面 PBD？若存在，求出点 N 坐标；若不存在，说明理由.

广东省深圳市宝安区2023-2024学年高二上学期11月调研测试卷高二数学试题

一、单选题

1. 已知空间向量 $\vec{a}=(0,1,2),\vec{b}=(-1,2,2)$，则向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量是（　　）

A. $\left(-\frac{1}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$　　C. $(-2,4,4)$　　D. $\left(-\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据已知求出 $\vec{a}\cdot\vec{b},|\vec{b}|$，进而即可根据投影向量求出答案.

【详解】由已知可得，$\vec{a}\cdot\vec{b}=6$，$|\vec{b}|=3$，

所以，向量 $\vec{a}$ 在向量 $\vec{b}$ 上的投影向量是 $\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}\cdot\frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{2}{3}\vec{b}=\left(-\frac{2}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3}\right)$.

故选：B.

2. 三棱锥 $O-ABC$ 中，D 为 BC 的中点，E 为 AD 的中点，若 $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，则 $\overrightarrow{OE}$ =（　　）

A. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

B. $-\frac{1}{2}\boldsymbol{a}+\frac{1}{2}\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}$

C. $-\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$

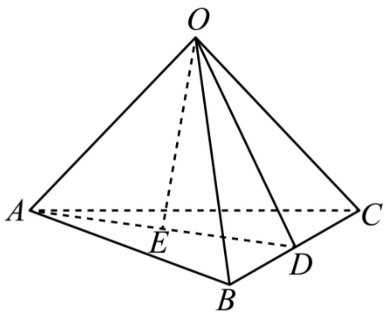
D. $\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$

【答案】D

【解析】

【分析】利用给定的空间向量的基底，结合空间向量的线性运算表示 $\overrightarrow{OE}$ 作答.

【详解】三棱锥 $O-ABC$ 中，D 为 BC 的中点，E 为 AD 的中点，且 $\overrightarrow{OA}=\vec{a},\overrightarrow{OB}=\vec{b},\overrightarrow{OC}=\vec{c}$，如图，



$\overrightarrow{OE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC})=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

故选：D

3. 经过 $A(-1,3),B(1,9)$ 两点的直线的一个方向向量为 $(1,k)$，则 $k=$（　　）

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. -3　　D. 3

【答案】D

【解析】

【分析】根据斜率公式求得 $k_{AB}=3$，结合直线的方向向量的定义，即可求解.

【详解】由点 $A(-1,3),B(1,9)$，可得直线 AB 的斜率为 $k_{AB}=\frac{9-3}{1+1}=3$，

因为经过 A,B 两点的直线的一个方向向量为 $(1,k)$，所以 $k=3$.

故选：D.

4. 已知直线 l_1 的倾斜角是直线 l_2 的倾斜角的 2 倍，且 l_1 的斜率为 $-\frac{3}{4}$，则 l_2 的斜率为（　　）

A. 3 或 $-\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. $\frac{1}{3}$ 或 -3　　D. $\frac{1}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用倾斜角与斜率的关系求解.

【详解】设 l_2 的倾斜角为 α，由 $\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\frac{3}{4}$，

即 $3\tan^2\alpha-8\tan\alpha-3=0$，解得 $\tan\alpha=3$ 或 $-\frac{1}{3}$，

因为 $\tan 2\alpha=-\frac{3}{4}<0$，所以 $2\alpha\in(0,\pi)$，所以 $\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

易得 l_2 的倾斜角为锐角，所以 l_2 的斜率为 3.

故选:B.

5. 设$\lambda \in R$，则“直线$3x+(\lambda-1)y=1$与直线$\lambda x+(1-\lambda)y=2$平行”是“$\lambda=1$”的（　　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】

【分析】根据一般式中两直线平行满足的条件，即可求解.

【详解】若直线$3x+(\lambda-1)y=1$与直线$\lambda x+(1-\lambda)y-2=0$平行，则$\begin{cases}3(1-\lambda)=\lambda(\lambda-1)\\3\times(-2)\neq\lambda\end{cases}$，

解得$\lambda=1$或$\lambda=-3$，

故“直线$3x+(\lambda-1)y=1$与直线$\lambda x+(1-\lambda)y=2$平行”是“$\lambda=1$”的必要不充分条件，

故选：B

6. 过点$P(3,2)$且在两坐标轴上的截距相等的直线方程为（　　）

A. $x-y-1=0$或$y=0$　　　　B. $x+y-5=0$或$2x-3y=0$

C. $x+y-5=0$或$y=0$　　　　D. $x-y-1=0$或$2x-3y=0$

【答案】B

【解析】

【分析】分截距不为0和截距为0两种情况，利用待定系数法求解.

【详解】当截距不为0时，设方程为$y=kx$，将$P(3,2)$代入，

可得$3k=2$，解得$k=\frac{2}{3}$，

故直线方程为$y=\frac{2}{3}x$，即$2x-3y=0$；

当截距不为0时，设方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，将$P(3,2)$代入，

$\frac{3}{a}+\frac{2}{a}=1$，解得$a=5$，故直线方程为$\frac{x}{5}+\frac{y}{5}=1$，即$x+y-5=0$，

故直线方程为$x+y-5=0$或$2x-3y=0$.

故选：B

7. 直线l_1，l_2分别过点$P(-2,-2)$，$Q(1,3)$它们分别绕点P和Q旋转，但保持平行，那么，它们之间的距离d的取值范围是（　　）

A. $\left(0,\sqrt{34}\right]$ B. $\left(0,+\infty\right)$

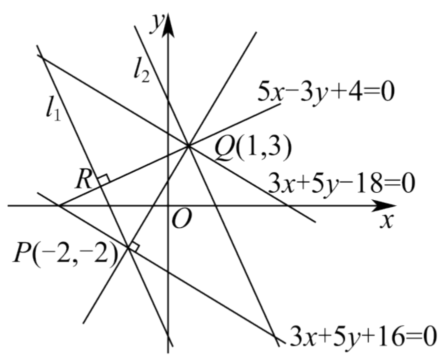
C. $\left(\sqrt{34},+\infty\right)$ D. $\left[\sqrt{34},+\infty\right)$

【答案】A

【解析】

【分析】通过作图分析可知，当且仅当直线 PQ 与直线 l_1，l_2 均垂直的时候，它们之间的距离 $|QP|$ 即为，d 的最大值，通过分析可以发现旋转是连续变化的，且 l_1，l_2 可以无限接近直线 PQ，因此 $d>0$，且 d 可以无限接近于 0.

【详解】如图所示：



当直线 PQ 与直线 l_1，l_2 均不垂直的时候，它们之间的距离即为 $|QR|$，

当直线 PQ 与直线 l_1，l_2 均垂直的时候，它们之间的距离即为 $|QP|$，

所以当且仅当 QR 与 QP 重合时，d 有最大值 $d_{\max}=\sqrt{(-2-1)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{34}$，

可以发现旋转到一定程度时直线 PQ 与直线 l_1，l_2 均无限接近的时候，

d 无限趋于 0，但注意到直线 l_1，l_2 平行，且直线是连续旋转的，

因此直线 l_1，l_2 之间的距离 d 的取值范围是 $\left(0,\sqrt{34}\right]$.

故选：A.

8. 两定点 A，B 的距离为 3，动点 M 满足 $|MA|=2|MB|$，则 M 点的轨迹长为（　　）

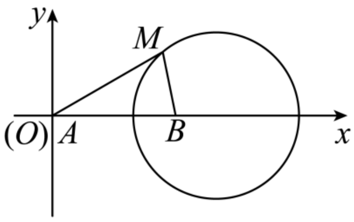
A. 4π B. $2\sqrt{3}\pi$ C. $2\sqrt{2}\pi$ D. 2π

【答案】A

【解析】

【分析】由题意建立坐标系，由题意可得点 M 的轨迹方程，进而可得 M 点的轨迹长.

【详解】以点 A 为坐标原点，直线 AB 为 x 轴，建立直角坐标系，如图，



则 $A\left(0,0\right),B(3,0)$，设点 $M(x,y)$，

由 $\left|MA\right|=2\left|MB\right|$，得 $\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{(x-3)^2+y^2}$，化简并整理得：$(x-4)^2+y^2=4$，

于是得点 M 的轨迹是以点 $(4,0)$ 为圆心，2 为半径的圆，其周长为 4π，

所以 M 点的轨迹长为 4π.

故选：A.

二、多选题

9. 直线 l 过点 $A\left(1,2\right)$，且在两坐标轴上的截距的绝对值相等，则直线 l 在 y 轴上的截距可能是（　）

A. 3　　B. 0　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 1

【答案】ABD

【解析】

【分析】通过讨论直线截距是否为 0 的情况，即可得出结论

【详解】由题意，直线 l 过点 $A\left(1,2\right)$，在两坐标轴上的截距的绝对值相等，

当直线 l 的截距为 0 时，显然满足题意，为：$l:y=2x$；

当直线 l 的截距不为 0 时，设横、纵截距分别为 a,b，则直线方程为：$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，

$\therefore\begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1\\ \left|a\right|=\left|b\right|\end{cases}$，解得：$b=1$ 或 3，

$\therefore$ 直线 l 的纵截距可取 $0,1,3$.

故选：ABD.

10. 已知 $m\in\mathrm{R}$，直线 $l_1:mx+y+1=0,l_2:x-my+1=0$，$l_1$ 与 l_2 交于点 M

，则下列说法正确的是（　　）

A. 当 $m=1$ 时，直线 l_1 在 x 轴上的截距为 1

B. 不论 m 为何值，直线 l_1 一定过点 $(0,-1)$

C. 点 M 在一个定圆上运动

D. 直线 l_1 与直线 l_2 关于直线 $y=x$ 对称

【答案】BC

【解析】

【分析】A 由解析式确定 x 轴上的截距判断；由方程确定 l_1 与 l_2 相互垂直及所过定点坐标判断 B、C；根据对称轴为 $y=x$，互换其中一条直线的 x,y 判断是否与另一直线方程相同判断 D.

【详解】当 $m=1$ 时，直线 $l_1: x+y+1=0$ 在 x 轴上的截距为 -1，故 A 错误；

直线 $l_1: mx+y+1=0$，当 $x=0$ 时 $y=-1$ 恒成立，所以 l_1 恒过定点 $(0,-1)$，故 B 正确；

因为不论 m 取何值，直线 l_1 与 l_2 都互相垂直，且 l_1 恒过定点 $(0,-1)$，l_2 恒过定点 $(-1,0)$，所以点 M 在以 $(0,-1)$ 和 $(-1,0)$ 为直径的端点的圆上运动，故 C 正确；

将方程 $mx+y+1=0$ 中的 x,y 互换得到 $my+x+1=0$，与直线 l_2 的方程不一致，故 D 错误.

故选：BC

11. 已知直线 $l:(2+m)x+(2m+1)y+m-1=0$，圆 $O:(x-1)^2+(y+2)^2=4$，则下列命题正确的是（　　）

A. $\forall a\in\mathbf{R}$，点 $A(4,a)$ 在圆外

B. $\exists m\in\mathbf{R}$，使得直线 l 与圆 O 相切

C. 当直线 l 与圆 O 相交于 PQ 时，交点弦 $|PQ|$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$

D. 若在圆 O 上仅存在三个点到直线 l 的距离为 1，m 的值为 -2

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据点与圆的位置关系判断 A，由直线系所过定点在圆内判断 B