第二十一章　圆（上）

二　圆的性质

21.4　圆周角

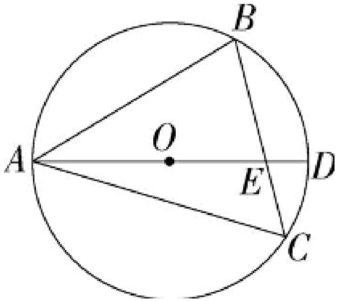
第二课时　直径所对的圆周角

基础过关练

知识点4　圆周角定理的推论(推论3、推论4)

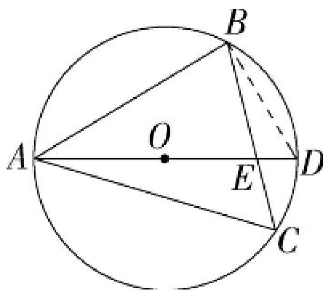
1.(2023辽宁营口中考)如图所示,AD是$\odot O$的直径,弦BC交AD于点E,连接AB,AC,若$\angle BAD=30°$,则$\angle ACB$的度数是　　D

(　　)



A.50°　　B.40°　　C.70°　　D.60°

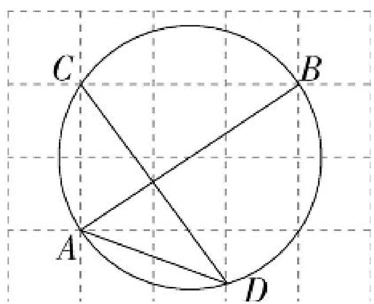
解析 如图,连接BD,$\because AD$是$\odot O$的直径,



$\therefore \angle ABD=90°$,$\because \angle BAD=30°$,$\therefore \angle ADB=90°-30°=60°$,

$\therefore \angle ACB=\angle ADB=60°$,故选D.

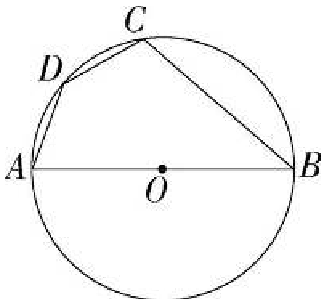
2.(等角转化法)(2022内蒙古通辽中考)如图,由边长为1的小正方形构成的网格中,A,B,C都在格点上,以AB为直径的圆经过C,D,则$\cos\angle ADC$的值为 （ **B** ）



A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$　　B. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$

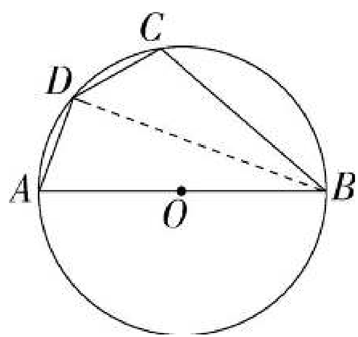
解析 ∵AB为直径,∴$\angle ACB=90°$,又∵A,B,C,D都在同一个圆上,$\overset{\frown}{AC}$ $\overset{\frown}{AC}$,∴$\angle ADC=\angle ABC$,在Rt$\triangle ABC$中,$\cos\angle ABC=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}=\cos\angle ADC$,故选B.

3.(2023北京石景山期末)如图,四边形$ABCD$内接于$\odot O$,AB是直径,D是$\overset{\frown}{AC}$的中点.若$\angle B=40°$,则$\angle A$的 大 小 为 (C)

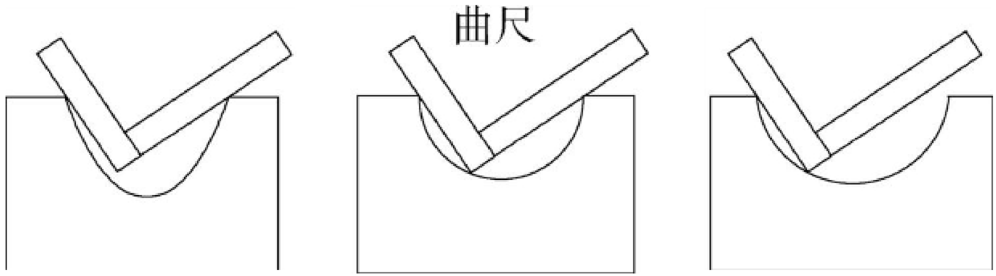


A.50°　　B.60°　　C.70°　　D.80°

解析　如图,连接BD.∵AB是直径,∴$\angle ADB=90°$,∵D是$\overset{\frown}{AC}$的中点,∴$\angle ABD=\angle CBD=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times 40°=20°$,∴$\angle A=90°-\angle ABD=70°$.故选C.

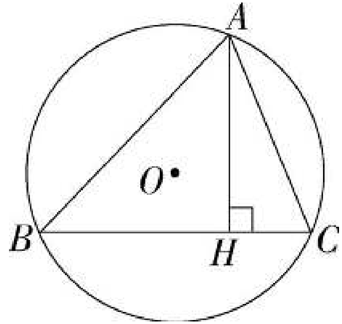


4.(教材变式·P127T2)(2024北京北师大三帆中学朝阳学校期中)如图,用直角曲尺可以检查半圆形的工件是否合格,其中的数学依据是___90°的圆周角所对的弦是直径___.

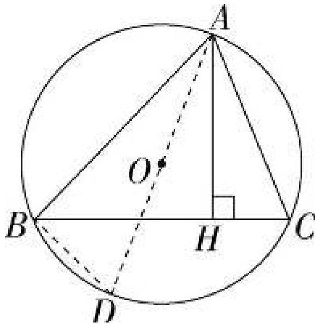


5.如图,△ABC内接于⊙O,$AH \perp BC$于点H,若$AC=10$,$AH=8$,

⊙O的半径为7,则AB=$\underline{\quad \frac{56}{5} \quad}$.



解析　如图,连接AO并延长,交$\odot O$于点D,连接BD,则AD为直径,$\therefore \angle ABD=90°$,



又$AH\perp BC$,$\therefore \angle ABD=\angle AHC$,

由圆周角定理的推论得$\angle D=\angle C$,

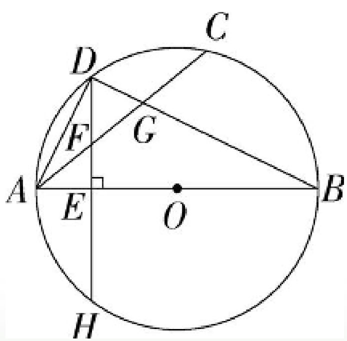
$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle AHC$,

$\therefore \frac{AB}{AH}=\frac{AD}{AC}$,即$\frac{AB}{8}=\frac{2\times 7}{10}$,解得$AB=\frac{56}{5}$.

6.(2023湖南衡阳中考)如图,AB是$\odot O$的直径,AC是一条弦,D是$\overset{\frown}{AC}$的中点,$DE\perp AB$于点E,交AC于点F,交$\odot O$于点H,DB交AC于点G.

(1)求证:$AF=DF$;

(2)若$AF=\dfrac{5}{2}$,$\sin\angle ABD=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,求$\odot O$的半径.



解析 (1)证明:∵D是弧AC的 中 点 ,∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$,

∵$AB\perp DH$,且AB是⊙O的直径,∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AH}$,∴ $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AH}$,

∴$\angle ADH=\angle CAD$,∴$AF=DF$.

(2)∵AB是⊙O的直径,∴$\angle ADB=90°$,∴$\angle DAB+\angle B=90°$,

∵ $\angle DAE+\angle ADE=90°$,∴$\angle ADE=\angle B$,∴$\sin\angle ADE=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

∴$\tan\angle ADE=\frac{1}{2}$,设$AE=x(x>0)$,则$DE=2x$,∵$DF=AF=\frac{5}{2}$,

∴$EF=2x-\frac{5}{2}$,∵$AE^2+EF^2=AF^2$,∴$x^2+\left(2x-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$,∴$x=2$或$x=0$

(舍去),∴$AD=\frac{AE}{\sin\angle ADE}=2\sqrt{5}$,∴$AB=\frac{AD}{\sin B}=10$,

∴⊙O的半径为5.