2022-2023 学年华师大版八年级数学下册精选压轴题培优卷

专题 08 求一次函数解析式

姓名：___________班级：___________考号：___________

评卷人	得分

一、选择题(每题 2 分，共 20 分)

1．（本题 2 分）（2023 春·八年级课时练习）当三个非负实数 x、y、z 满足关系式 $x+3y+2z=3$ 与 $3x+3y+z=4$ 时，$M=3x-2y+4z$ 的最小值和最大值分别是（　　）

A．$-\frac{1}{7},6$　　B．$-\frac{1}{6},7$　　C．$\frac{1}{5},8$　　D．$-\frac{1}{8},5$

【答案】B

【思路点拨】根据关系式 $x+3y+2z=3$ 与 $3x+3y+z=4$ 求出 y 和 z 与 x 的关系式，又因 x、y、z 均为非负实数，求出 x 的取值范围，于是可以求出 M 的最大值和最小值．

【规范解答】解：由 $\begin{cases} x+3y+2z=3 \\ 3x+3y+z=4 \end{cases}$ 得：

$\begin{cases} y=\frac{5}{3}(1-x) \\ z=2x-1 \end{cases}$，

代入 M 的表达式中得，

$M=3x-2y+4z=3x-\frac{10}{3}(1-x)+4(2x-1)=\frac{43}{3}x-\frac{22}{3}$，

又因 x、y、z 均为非负实数，

所以 $\begin{cases} x\ge 0 \\ \frac{5}{3}(1-x)\ge 0 \\ 2x-1\ge 0 \end{cases}$，

即 $\frac{1}{2}\le x\le 1$，

当 $x=\frac{1}{2}$ 时，M 有最小值为 $-\frac{1}{6}$，

当 $x=1$ 时，M 有最大值为 7．

故选：B．

【考点评析】本题主要考查函数最值问题的知识点，解答本题的关键是把 y 和 z 用 x 表示出来，此题难度不大．

2．（本题 2 分）（2022 秋•河北保定•八年级保定市第十七中学校考期末）某生物小组观察一植物生长，得到的植物高度 y（单位：厘米）与观察时间 x（单位：天）的关系，并画出如图所示的图象（AC 是线段，直线 CD 平行于 x 轴）．下列说法正确的是（　　）

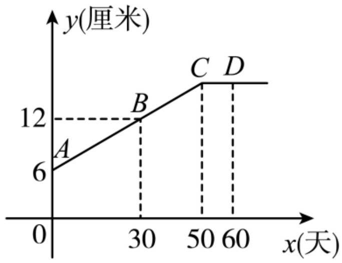
①该植物开始的高度为 6 厘米；

②直线 AC 的函数表达式为 $y=\frac{1}{5}x+6$；

③第 40 天，该植物的高度为 14 厘米；

④该植物最高为 16 厘米；

⑤该植物的高度随时间的增加而增高．



A．①②③　　　B．②④　　　C．①②③⑤　　　D．①②③④

【答案】D

【思路点拨】①观察图象即可得到答案；

②设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，然后利用待定系数法求出直线 AC 线段的解析式，

③把 $x=40$ 代入②的结论进行计算即可得解；

④把 $x=50$ 代入②的结论进行计算即可得解；

⑤根据平行线间的距离相等可知 50 天后植物的高度不变，也就是停止长高；

【规范解答】解：观察图象得到：植物开始的高度为 6 厘米，

故①符合题意；

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，

∵经过点 $A\left(0,6\right)$，$B\left(30,12\right)$，

∴$\begin{cases}30k+b=12\\ b=6\end{cases}$，解：$\begin{cases}k=\frac{1}{5}\\ b=6\end{cases}$，

∴线段 AC 的函数表达式为 $y=\frac{1}{5}x+6\left(0\leq x\leq 50\right)$，

故②的结论符合题意；

当 $x=40$ 时， $y=\frac{1}{5}\times 40+6=14$，

即第 40 天，该植物的高度为 14 厘米；

故③的说法符合题意；

当 $x=50$ 时， $y=\frac{1}{5}\times 50+6=16$，

即第 50 天，该植物的高度为 16 厘米；

故④的说法符合题意；

∵ $CD\,//\,x$ 轴，

∴从第 50 天开始植物的高度不变，

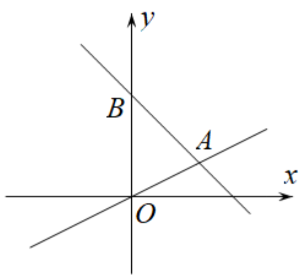
故⑤的说法不符合题意；

综上所述，正确的是①②③④.

故选：D.

【考点评析】本题考查了一次函数的应用，掌握利用待定系数法求一次函数的解析式是解题的关键.

3.（本题 2 分）（2021 秋·陕西渭南·八年级统考期中）如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=-x+m$ 的图象与 y 轴交于点 B，与正比例函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象交于点 $A(n,2)$．若动点 M 在射线 AB 上运动，当 $\triangle OBM$ 的面积是 $\triangle OAB$ 面积的 $\frac{1}{2}$ 时，点 M 的坐标为（　　）



A. $(3,3)$ 或 $(-3,9)$　　B. $(3,3)$ 或 $(-2,8)$　　C. $(2,4)$ 或 $(-2,8)$　　D. $(2,4)$ 或 $(-3,9)$

【答案】C

【思路点拨】先求出点 A 的坐标，再求出直线 AB 的解析式，再求出点 B 的坐标，得到 $S_{\triangle OBM}=6$，设点 $M(t,-t+6)$，由 $\frac{1}{2}OB\times|t|=3|t|=6$，解得 $t=2$ 或 $t=-2$，即可求得点 M 的坐标.

【规范解答】解：∵函数 $y=\frac{1}{2}x$ 的图象经过点 $A(n,2)$，

∴ $\frac{1}{2}n=2$，

∴ $n=4$，

∴ $A(4,2)$，

∵函数 $y=-x+m$ 的图象经过点 $A(4,2)$，

∴ $2=-4+m$，

∴ $m=6$，

∴直线 AB 的解析式是 $y=-x+6$，

当 $x=0$ 时， $y=0+6=6$，

∴ $B(0,6)$， $OB=6$，

当 $\triangle OBM$ 的面积是 $\triangle OAB$ 面积的 $\frac{1}{2}$ 时，

即 $S_{\triangle OBM}=\frac{1}{2}S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times6\times4=6$，

∵点 M 在直线在射线 AB 上运动，

∴可设点 $M(t,-t+6)$，

∴ $\frac{1}{2}OB\times|t|=3|t|=6$，

解得 $t=2$ 或 $t=-2$，

当 $t=2$ 时， $-t+6=-2+6=4$，

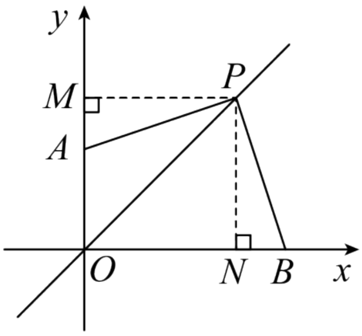
当 $t=-2$ 时， $-t+6=2+6=8$，

∴点 M 的坐标是 $(2,4)$ 或 $(-2,8)$，

故选：C

【考点评析】此题考查了待定系数法求函数解析式、直线与坐标轴围成的三角形的面积等知识，熟练掌握直线与坐标轴围成的三角形的面积是是解题的关键.

4．（本题 2 分）（2021 秋•陕西咸阳•八年级咸阳彩虹学校校考期中）如图，点 P 在直线 $y=x$ 上，$OP=3\sqrt{2}$，点 A 的坐标为 $(0,2)$，点 B 在 x 轴正半轴上，若 $PA\perp PB$，则过 A 、B 两点的直线的函数表达式为（　　　　）



A． $y=-2x+2$　　B． $y=-x+2$　　C． $y=-2x+4$　　D． $y=-\frac{1}{2}x+2$

【答案】D

【思路点拨】根据 A 在 x 的正半轴，可知 P 一定在第一象限，作 $PM\perp x$ 轴于 N，作 $PM\perp y$ 轴于 M，易证 $\triangle APM\cong\triangle BPN$，即可求得 OB 的长，则 B 的坐标可以求得，根据 A、B 坐标可得经过 A、B 点的直线解析式．

【规范解答】解：A 在 y 轴正半轴，则 P 一定在第一象限

作 $PM\perp x$ 轴于 N，作 $PM\perp y$ 轴于 M

则 $PM=PN=\frac{\sqrt{2}}{2}OP=3$

$\therefore OM=ON=PN=PM=3$

$\because \angle MPN=\angle APB=90^{\circ}$，即 $\angle APN+\angle MPA=\angle APN+\angle BPN$

$\therefore \angle MPA=\angle BPN$

在 $\triangle APM$ 和 $\triangle BPN$ 中

$$\begin{cases}\angle MPA=\angle BPN\\ PM=PN\\ \angle AMP=\angle BNP\end{cases}$$

$\therefore \triangle APM\cong\triangle BPN$（ASA）

$\therefore AM=BN=3-2=1$

$\therefore OB=ON+BN=3+1=4$

$\therefore B$ 点坐标为 $(4,0)$

$\because$ 点 A 的坐标为 $(0,2)$

设过 A、B 两点的直线的函数表达式为 $y=kx+b$（$k\neq 0$）

将 A、B 坐标代入

$$\begin{cases}0=4k+b\\ 2=b\end{cases}$$

得 $k=-\frac{1}{2}$

∴过A、B两点的直线的函数表达式为：$y=-\frac{1}{2}x+2$

故选：D

【考点评析】本题考查了全等三角形的判定与性质以及求直线解析式，根据 A 在 x 的正半轴，得 P 点在第一象限是解题关键.

5．（本题 2 分）（2022 秋·全国·八年级专题练习）已知直线 $y=kx+2$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 交于点 P，且点 P 的横坐标为 3，下列结论：

①关于 x 的方程 $kx+2=0$ 的解为 $x=-2$；

②对于直线 $y=kx+2$，当 $y>2$ 时，$x<0$；

③方程组 $\begin{cases}3m-n=0\\m-kn=2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}m=3\\n=1\end{cases}$，其中错误的是（　　）

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

【答案】B

【思路点拨】根据两直线的交点可先求出点 P 的坐标，代入 $y=kx+2$ 中，即可求出 k，在逐个判断即可.

【规范解答】解：直线 $y=kx+2$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 交于点 P，且点 P 的横坐标为 3，

将 P 点横坐标代入直线 $y=\frac{1}{3}x$，

得 $y=1$，

∴ $P(3,1)$，

将点 P 坐标代入直线 $y=kx+2$，

得 $3k+2=1$，

解得 $k=-\frac{1}{3}$，

∴ $y=-\frac{1}{3}x+2$，

当 $y=-\frac{1}{3}x+2=0$ 时，$x=6$，

故①选项符合题意；

当 $y=-\frac{1}{3}x+2>2$ 时，$x<0$，

故②选项不符合题意；

∵直线 $y=kx+2$ 与直线 $y=\frac{1}{3}x$ 交于点 $P(3,1)$，

∴联立 $y=kx+2$ 与 $y=\frac{1}{3}x$ 的解为 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$，

方程组 $\begin{cases}3m-n=0\\m-kn=2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}m=3\\n=1\end{cases}$，

故③选项符合题意，

综上，错误的选项有：①③，

故选：B．

【考点评析】本题考查了一次函数的综合应用，解题的关键是根据两直线的交点，求出未知直线的解析式．

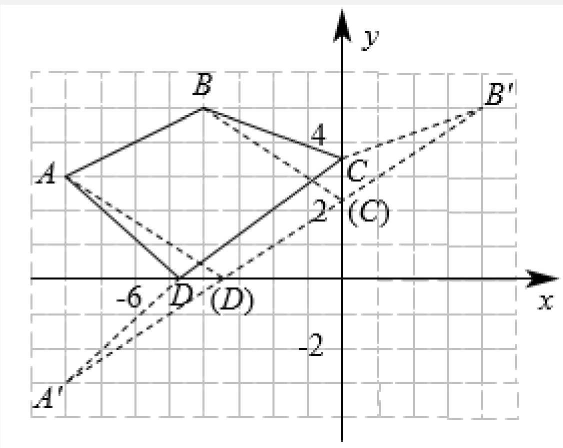
6．（本题 2 分）（2022 秋•广东广州•八年级期末）在直角坐标系中，已知两点 $A(-8,3)$、$B(-4,5)$ 以及动点 $C(0,n)$、$D(m,0)$，则当四边形 $ABCD$ 的周长最小时，比值 $\frac{m}{n}$ 为（　　）

A．$-\frac{2}{3}$　　B．-2　　C．$-\frac{3}{2}$　　D．-3

【答案】C

【思路点拨】作点 $A(-8,3)$ 关于 x 轴的对称点 $A'(-8,-3)$、点 $B(-4,5)$ 关于 y 轴的对称点 $B'(4,5)$，连接 $A'B'$，则 $A'B'$ 就是四边形 $ABCD$ 的周长最小值，求得直线 $A'B'$ 的表达式，求得点 C 和点 D 的坐标，即可求得比值

【规范解答】作点 $A(-8,3)$ 关于 x 轴的对称点 $A'(-8,-3)$、点 $B(-4,5)$ 关于 y 轴的对称点 $B'(4,5)$，连接 $A'B'$， $A'B'$ 与坐标轴的交点就是点 $C(0,n)$ 与点 $D(m,0)$，此时满足四边形 $ABCD$ 的周长最小



∵ $AB+AD+CD+BC=AB+A'D+CD+B'C\geq AB+A'B'$，

∴当点 A'、D、C 和 B' 四点共线时，四边形 $ABCD$ 的周长最小，

设直线 $A'B'$ 的表达式为：$y=kx+b$，且 $A'(-8,-3)$，$B'(4,5)$

∴ $\begin{cases}-8k+b=-3\\4k+b=5\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=\dfrac{2}{3}\\b=\dfrac{7}{3}\end{cases}$，

∴直线 $A'B'$ 的表达式为：$y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{7}{3}$

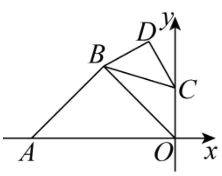
∴ $m=-\dfrac{7}{2}$，$n=\dfrac{7}{3}$，

∴ $\dfrac{m}{n}=-\dfrac{3}{2}$，

故选：C

【考点评析】本题考查了线段问题(轴对称综合题)和待定系数法求一次函数的解析式，解决问题的关键是两点之间线段最短

7．（本题 2 分）（2021 秋·陕西咸阳·八年级咸阳市实验中学校考阶段练习）如图，在平面直角坐标系中，等腰直角$\triangle ABO$的顶点O是坐标原点，点 A 的坐标是$(-4,0)$，直角顶点B在第二象限，等腰直角$\triangle BCD$的C点在y轴上移动，点D在BC的上方，我们发现随着点C的移动，点D在一条直线上移动，则这条直线的表达式为（　　）



A．$y=-2x+1$　　B．$y=-\dfrac{1}{2}x+2$　　C．$y=-x+2$　　D．$y=-3x-2$

【答案】C

【思路点拨】由两个特殊位置：BC 与 x 轴平行和 C 与原点 O 重合求出 D 的坐标，进而求出函数关系式即可．

【规范解答】当 BC 与 x 轴平行时，过 B 作 $BE\perp x$ 轴，过 D 点作 $DF\perp x$ 轴交 BC 于点 G，如图，

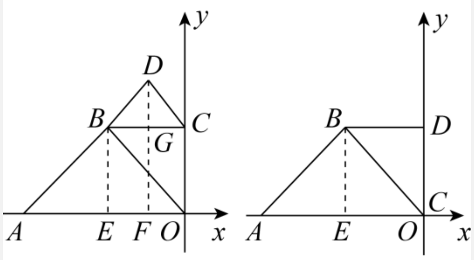


图 1　　　　图 2

$\because$ 等腰直角 $\triangle ABO$ 的 O 点为坐标原点，点 A 的坐标是 $(-4,0)$，

$\therefore AO=4$，

$\therefore BC=BE=AE=EO=GF=\frac{1}{2}AO=2$，

$\therefore OF=DG=BG=CG=\frac{1}{2}BC=1$，

$\therefore DF=DG+GF=3$，

$\therefore D(-1,3)$；

当 C 与原点 O 重合时，D 在 y 轴上，

此时 $OD=BE=2$，即 $D(0,2)$，

设所求直线解析式为 $y=kx+b$，

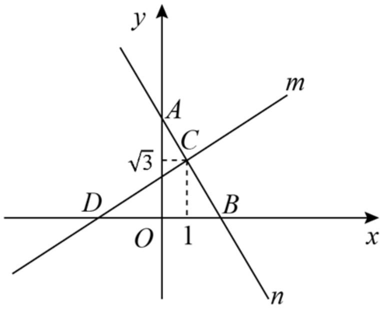
代入得 $\begin{cases}-k+b=3\\ b=2\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-1\\ b=2\end{cases}$，

则直线解析式为 $y=-x+2$，

故选 C．

【考点评析】本题考查待定系数法求一次函数解析式，等腰直角三角形的性质，熟练运用待定系数法是解题的关键．

8．（本题 2 分）（2022 春·广西贵港·八年级统考期末）如图，直线 m，n 相交于点 $C(1,\sqrt{3})$，直线 m 交 x 轴于点 $D(-2,0)$，直线 n 交 x 轴于点 $B(2,0)$，交 y 轴于点 A．下列四个说法：①$m\perp n$；②$\triangle AOB\cong\triangle DCB$；③$AC=BC$；④直线 m 的函数表达式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$．其中正确说法的个数是（　　）



A. 4　　　　　B. 3　　　　　C. 2　　　　　D. 1

【答案】A

【思路点拨】直接运用待定系数法求出函数解析式，再运用一次函数图象上的点的坐标的特征、全等三角形的判定求解此题.

【规范解答】解：设直线m的解析式为$y=k_1x+b_1$，直线n的解析式为$y=k_2x+b_2$.

由题意得，$\begin{cases}k_1+b_1=\sqrt{3}\\-2k_1+b_1=0\end{cases}$或$\begin{cases}k_2+b_2=\sqrt{3}\\2k_2+b_2=0\end{cases}$.

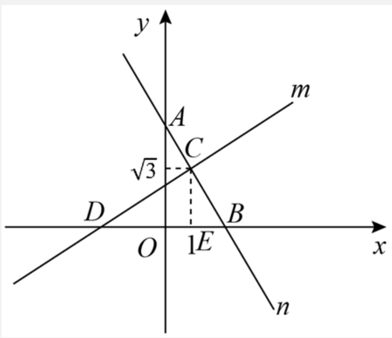
$\therefore\begin{cases}k_1=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\\b_1=\dfrac{2}{3}\sqrt{3}\end{cases}$，$\begin{cases}k_2=-\sqrt{3}\\b_2=2\sqrt{3}\end{cases}$.

①由$k_1\cdot k_2=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times(-\sqrt{3})=-1$得$m\perp n$，那么①正确.

②由$D(-2,0)$，点$B(2,0)$得$OB=2$，$BD=4$．对于直线n，当$x=0$，$y=-\sqrt{3}\times 0+2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$，那么$OA=2\sqrt{3}$．根据勾股定理，得$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$.

由①得，$m\perp n$，得$\angle DCB=90^\circ$，那么$\angle DCB=\angle AOB$．由$\angle DCB=\angle AOB$，$\angle B=\angle B$，$DB=AB$，得$\Delta AOB\cong\Delta DCB$，那么②正确.

③如图，



由题得，$BE=1$，$CE=\sqrt{3}$，那么$BC=\sqrt{CE^2+BE^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$．由②得$AB=4$，那么$AC=2$，推断出$AC=BC$，故③正确.

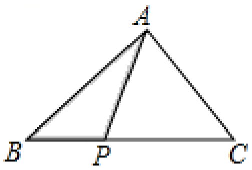
④由分析知，直线 m 的函数表达式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$，那么④正确.

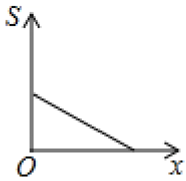
综上，正确的有①②③④，共 4 个.

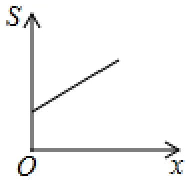
故选：A.

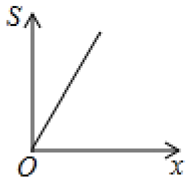
【考点评析】本题考查了用待定系数法求函数解析式、一次函数图象上的点的坐标的特征、全等三角形的判定，解题的关键是熟练掌握用待定系数法求函数解析式、一次函数图象上的点的坐标的特征、全等三角形的判定.

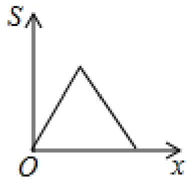
9.（本题 2 分）（2022 秋 • 八年级课时练习）如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 P 是 BC 边上一点，点 P 从 B 点出发沿 BC 向点 C 运动，到达 C 点时停止．若 $BP=x$，图中阴影部分面积为S，则图中可以近似地刻画出S与 x 之间关系的是（　　　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【思路点拨】如图:作 $\triangle ABC$ 的高 AD，则 AD 为定值．根据三角形的面积公式得出 $S=\frac{1}{2}PB\cdot AD=\frac{1}{2}x\cdot AD=\frac{1}{2}AD\cdot x$;可判断得到S是 x 的正比例函数，最后根据正比例函数的图像与性质即可求解.

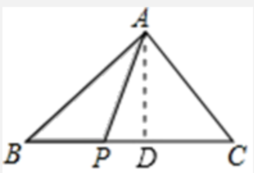
【规范解答】解：如图，作 $\triangle ABC$ 的高 AD，则 AD 为定值.

$\triangle PAB$(图中阴影部分)的面积 $S=\frac{1}{2}PB\cdot AD=\frac{1}{2}x\cdot AD=\frac{1}{2}AD\cdot x$，即 $S=\frac{1}{2}AD\cdot x$，

$\because AD$ 为定值，

$\therefore \frac{1}{2}AD$ 为定值，

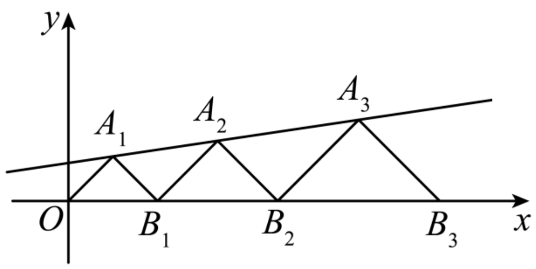
$\therefore S$ 是 x 的正比例函数.



故答案是 C.

【考点评析】本题主要考查了动点问题的函数图像、三角形的面积、正比例函数的定义等知识点，求出S与x的函数关系式是解题的关键.

10．（本题2分）（2022秋·八年级课时练习）如图，在平面直角坐标系中，点A_1，A_2，A_3在直线$y=\frac{1}{5}x+b$上，点B_1，B_2，B_3在x轴上，ΔOA_1B_1，$\Delta B_1A_2B_2$，$\Delta B_2A_3B_3$都是等腰直角三角形，若已知点$A_1(1,1)$，则点A_3的纵坐标是（　　）



A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{4}{9}$　　D．$\frac{9}{4}$

【答案】D

【思路点拨】作$A_1C_1\perp x$轴，$A_2C_2\perp x$轴，$A_3C_3\perp x$轴，设A_2纵坐标为m，再根据等腰直角三角形的性质，将坐标表示为$A_2(2+m,m)$，代入直线解析式算出m，再用同样的方法设$A_3(5+n,n)$，代入解析式求出n.

【规范解答】解：如图，作$A_1C_1\perp x$轴，$A_2C_2\perp x$轴，$A_3C_3\perp x$轴，

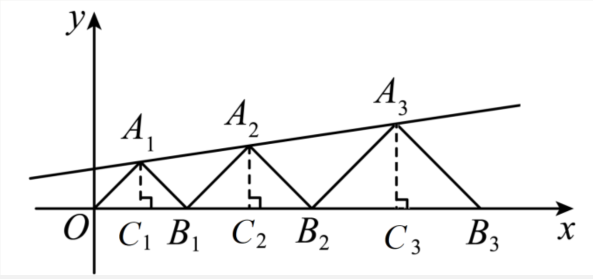
把$A_1(1,1)$代入$y=\frac{1}{5}x+b$，求出$b=\frac{4}{5}$，则直线解析式是$y=\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}$，

已知$A_1(1,1)$，根据等腰直角三角形的性质，得到$OC_1=A_1C_1=B_1C_1=1$，

设A_2纵坐标为m，$A_2C_2=m$，$OC_2=2+m$，得$A_2(2+m,m)$，代入直线解析式，得$m=\frac{1}{5}(2+m)+\frac{4}{5}$，解得$m=\frac{3}{2}$，

设A_3纵坐标为n，$A_3C_3=n$，$OC_3=5+n$，得$A_3(5+n,n)$，代入直线解析式，得$n=\frac{1}{5}(5+n)+\frac{4}{5}$，解得$n=\frac{9}{4}$.

故选：D.



【考点评析】本题考查一次函数的图象和几何综合，解题的关键是抓住等腰直角三角形的性质去设点坐标，再代入解析式列式求解.

评卷人	得分

二、填空题(每题 2 分，共 20 分)

11．(本题 2 分)（2023 秋·广东佛山·八年级统考期末）在平面直角坐标系中，直线 AB 过点 $A(a,12)$、$B(12,-a)$，点 A 在第二象限，点 O 为坐标原点，连接 OA、OB，$\triangle AOB$ 的面积为 90，则直线 AB 的函数表达式是_____________.

【答案】$y=-\frac{1}{3}x+10$

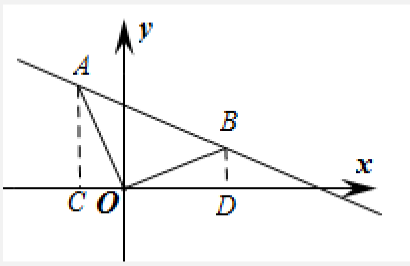
【思路点拨】先判断点 B 所在的象限，然后根据面积法求出 a 的值，再利用待定系数法求解即可.

【规范解答】∵ $A(a,12)$，点 A 在第二象限，

∴ $a<0,-a>0$，

∴ $B(12,-a)$ 在第一象限，

如图，作 $AC\perp x$ 轴于点 C，作 $BD\perp x$ 轴于点 D，



∵ $S_{\triangle AOB}=S_{梯形ACDB}-S_{\triangle ACO}-S_{\triangle BDO}=90$，

∴ $\frac{1}{2}(-a+12)\cdot(-a+12)-\frac{1}{2}\times(-a)\times12-\frac{1}{2}\times(-a)\times12=90$，

∴ $a^2=36$，

∵ $a<0$，

$\therefore a=-6$，

$\therefore A(-6,12)$、$B(12,6)$，

设线 AB 的函数表达式是 $y=kx+b$，把 $A(-6,12)$、$B(12,6)$ 代入，得

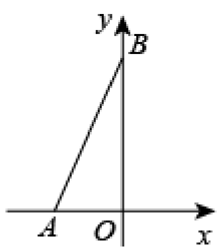
$\begin{cases}12=-6k+b\\6=12k+b\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{1}{3}\\b=10\end{cases}$，

$y=-\dfrac{1}{3}x+10$．

【考点评析】本题考查了坐标与图形的性质，待定系数法求一次函数解析式，求出 A、B 的坐标是解答本题的关键．

12．（本题 2 分）（2022 秋・江苏宿迁・八年级校考阶段练习）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，$A(-2,0)$，点 B 为 y 轴正半轴上一点，将线段 AB 绕点 B 旋转 $90°$ 至 BC 处，过点 C 作 CD 垂直 x 轴于点 D，若四边形 $ABCD$ 的面积为 36，则直线 AC 的解析式为 ______．



【答案】$y=\frac{1}{2}x+1$ 或 $y=-2x-4$

【思路点拨】分两种情况：过 C 作 $CE\perp OB$ 于点 E，则四边形 $CEOD$ 是矩形，得到 $CE=OD$，$OE=CD$，根据旋转的性质得到 $AB=BC$，$\angle ABC=90°$，可证得 $\triangle ABO\cong\triangle BCE(\text{AAS})$，根据全等三角形的性质得到 $BO=CE$，$BE=OA$，求得 $AO=BE=2$，设 $OD=CE=BO=a$，得到 $CD=OE=a-2$ 或 $a+2$，再根据面积公式列方程得到点 C 的坐标，设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$，把 A 点和 C 点的坐标分别代入解析式，即可得到结论．

【规范解答】解：当线段 AB 绕点 B 逆时针旋转 $90°$ 时，过 C 作 $CE\perp OB$ 于点 E，如图 1，

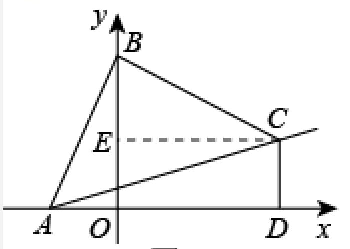


图1

则四边形 $CEOD$ 是矩形，

$\therefore CE=OD$，$OE=CD$，

∵将线段 AB 绕点 B 旋转 $90°$ 至 BC 处，

$\therefore AB=BC$，$\angle ABC=90°$，

$\therefore \angle ABO+\angle CBE=\angle ABO+\angle BAO=90°$，

$\therefore \angle CBE=\angle BAO$，

在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases}\angle AOB=\angle BEC=90° \\ \angle BAO=\angle CBE \\ AB=BC\end{cases}，$$

$\therefore \triangle ABO \cong \triangle BCE(\mathrm{AAS})$，

$\therefore BO=CE$，$AO=BE$，

∵ $A(-2,0)$，

$\therefore AO=BE=2$，

设 $OD=CE=BO=a$，

$\therefore CD=OE=a-2$，

∵四边形 $ABCD$ 的面积为 36，

$\therefore S_{\triangle AOB}+S_{梯形BCDO}=36$，

$\therefore \frac{1}{2}AO\cdot OB+\frac{1}{2}(CD+OB)\cdot OD=\frac{1}{2}\times 2\times a+\frac{1}{2}(a-2+a)\times a=36$，

$\therefore a=6$（负值舍去），

$\therefore C(6,4)$，

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，

把 A 点和 C 点的坐标分别代入得，

$$\begin{cases}-2k+b=0\\6k+b=4\end{cases}$$

解得$\begin{cases}k=\dfrac{1}{2}\\b=1\end{cases}$，

∴直线 AC 的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x+1$；

当线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 $90°$ 时，过 C 作 $CE\perp OB$ 于点 E，如图 2，

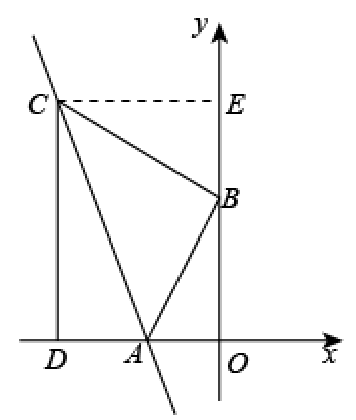


图2

则四边形 $CEOD$ 是矩形，

$\therefore CE=OD$， $OE=CD$，

∵将线段 AB 绕点 B 旋转 $90°$ 至 BC 处，

$\therefore AB=BC$， $\angle ABC=90°$，

$\therefore \angle ABO+\angle CBE=\angle ABO+\angle BAO=90°$，

$\therefore \angle CBE=\angle BAO$，

在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases}\angle AOB=\angle BEC=90°\\\angle BAO=\angle CBE\\AB=BC\end{cases}，$$

$\therefore \triangle ABO\cong\triangle BCE(\text{AAS})$，

$\therefore BO=CE$， $AO=BE$，

$\because A(-2,0)$，

$\therefore OA=BE=2$，

设 $OD=CE=OB=a$，

$\therefore CD=OE=a+2$，

∵四边形 $ABCD$ 的面积为 36，

$\therefore S_{梯形BCDO}-S_{\triangle AOB}=36$

$\therefore \frac{1}{2}(CD+OB)\cdot OD-\frac{1}{2}AO\cdot OB=\frac{1}{2}(a+2+a)\times a-\frac{1}{2}\times 2\times a=36$，

$\therefore a=6$（负值舍去），

$\therefore C(-6,8)$，

设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b\left(k\neq 0\right)$，

把 A 点和 C 点的坐标分别代入得，

$$\begin{cases}-2k+b=0\\-6k+b=8\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}k=-2\\b=-4\end{cases}$，

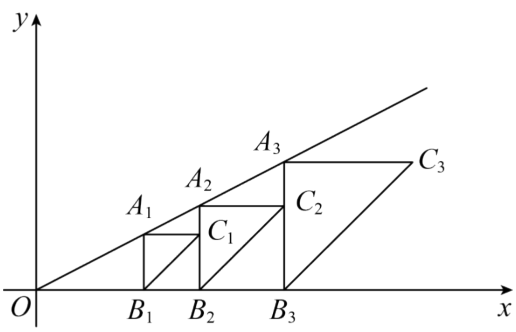
∴直线 AC 的解析式为 $y=-2x-4$；

综上，直线 AC 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$ 或 $y=-2x-4$，

故答案为：$y=\frac{1}{2}x+1$ 或 $y=-2x-4$.

【考点评析】本题考查了坐标与图形变化−旋转，待定系数法求一次函数的解析式，全等三角形的判定和性质，正确的作出图形是解题的关键.

13．（本题 2 分）（2021 春 • 四川成都 • 八年级校考期中）如图，点 $A_1(2,1)$ 在直线 $y=kx$ 上，过点 A_1 作 $A_1B_1 \parallel y$ 轴交 x 轴于点 B_1，以点 A_1 为直角顶点，A_1B_1 为直角边在 A_1B_1 的右侧作等腰直角 $\triangle A_1B_1C_1$，再过点 C_1 作 $A_2B_2 \parallel y$ 轴，分别交直线 $y=kx$ 和 x 轴于 A_2，B_2 两点，以点 A_2 为直角顶点，A_2B_2 为直角边在 A_2B_2 的右侧作等腰直角 $\triangle A_2B_2C_2\cdots$，按此规律进行下去，则点 C_1 的坐标为_________；点 C_n 的坐标为_________（结果用含正整数 n 的代数式表示）.



【答案】 $(3,1)$ $\left[3\times\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1},\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}\right]$

【思路点拨】先根据点 A_1 的坐标以及 A_1B_1 // y 轴，求得 B_1 的坐标，进而根据等腰直角三角形的性质得到 B_2 的坐标，即可求得 A_2 的坐标，从而求得 C_1 的坐标，进而得到 B_3 的坐标，求得 A_3 的坐标，从而求得 C_2 的坐标，最后根据根据变换规律，求得 C_n 的坐标.

【规范解答】解：∵点 $A_1(2,1)$ 在直线 $y=kx$ 上，

∴ $1=2k$，解得：$k=\frac{1}{2}$，

∴直线为 $y=\frac{1}{2}x$，

∵过点 A_1 作 A_1B_1 // y 轴交 x 轴于点 B_1，以点 A_1 为直角顶点，A_1B_1 为直角边在 A_1B_1 的右侧作等腰直角 $\triangle A_1B_1C_1$，

∴ A_1C_1 // x 轴，

∴ $B_2(3,0)$，$C_1(3,1)$，

当 $x=3$ 时，$y=\frac{1}{2}x=\frac{3}{2}$，即 $A_2\left(3,\frac{3}{2}\right)$，

∴ $B_3\left(\frac{9}{2},0\right)$，

∴ $C_2\left(\frac{9}{2},\frac{3}{2}\right)$，

∴以此类推，

$C_3\left(\frac{27}{4},\frac{9}{4}\right)$（$\frac{27}{4}$，$\frac{9}{4}$），

…

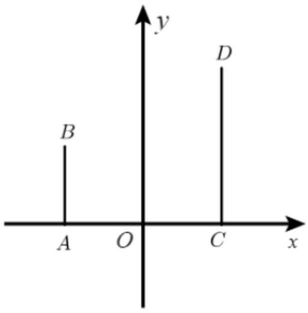
$C_n\left[3\times\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1},\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}\right]$.

故答案为：$(3,1)$；$\left[3\times\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1},\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}\right]$.

【考点评析】本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征以及等腰直角三角形的性质，解决问题的关键是通过计算找出变换规律，解题时注意：直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y=kx$.

14．（本题 2 分）（2021 春·吉林长春·八年级校考期中）如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(-2,0)$，$B(-2,2)$，$C(2,0)$，$D(2,4)$，给出定义：若直线 l 与线段 AB，CD 都有公共点，则称直线 l 是线段 AB,

CD的“友好直线”．若直线$y=\frac{1}{2}x+b$是线段AB，CD的“友好直线”，则b的取值范围是________．



【答案】$1\le b\le 3$

【思路点拨】分别作直线$BD // l$，$AE \parallel BD$，求得$y_{BD}=\frac{1}{2}x+3$，$y_{AE}=\frac{1}{2}x+1$，进而即可求解．

【规范解答】连接BD，

∵直线$y=\frac{1}{2}x+b$的系数$k=\frac{y_D-y_B}{x_D-x_B}=\frac{4-2}{2+2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，

设直线BD的解析式为：$y_{BD}=\frac{1}{2}x+m$，

将$B(-2,2)$代入上式可得：$2=\frac{1}{2}\times(-2)+m$，

解得：$m=3$，

∴直线BD的解析式为：$y_{BD}=\frac{1}{2}x+3$，

又$y_{BD}=\frac{1}{2}x+3$与直线$y=\frac{1}{2}x+b$平行，

∴当$b\leqslant 3$时，$y=\frac{1}{2}x+b$是线段AB，CD的“友好直线”，

作$AE \parallel BD$交CD于点E，

可设$y_{AE}=\frac{1}{2}x+n$，

要使$y_{AE}=\frac{1}{2}x+n$与线段AB，CD都有公共点，

需要将点$A(-2,0)$代入上式可得：$0=\frac{1}{2}\times(-2)+n$，

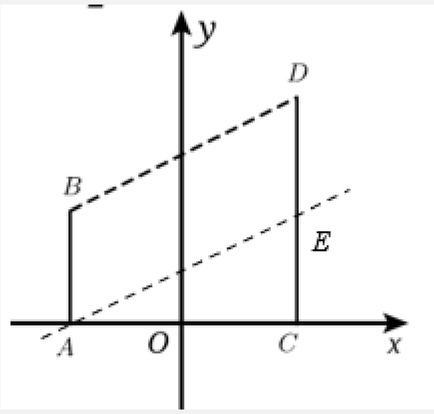
解得：$n=1$，

∴$y_{AE}=\frac{1}{2}x+1$，

∴$b\ge 1$时，$y=\frac{1}{2}x+b$是线段AB，CD的“友好直线”，

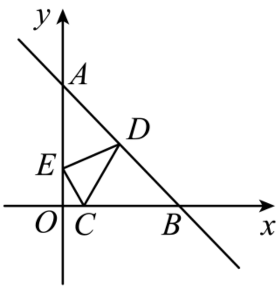
∴$1\le b\le 3$，

故答案为：$1 \le b \le 3$.



【考点评析】本题考查用待定系数法求解析式以及一次函数图象上的坐标特征，解题的关键是理解题意，作出符合题意的函数图象，利用数形结合的数学思想.

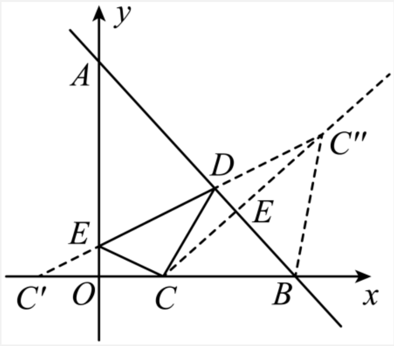
15．（本题 2 分）（2022 秋·河北张家口·八年级校考阶段练习）如图，已知点 $C(1,0)$，一次函数 $y=-x+7$ 的图象交 y 轴于点 A，交 x 轴于点 B，D，E 分别是 AB，OA 上的动点，则 $\triangle CDE$ 周长取得最小值时点 D 的坐标为__________.



【答案】$\left(\frac{25}{7},\frac{24}{7}\right)$

【思路点拨】作点 C 关于 OA 的对称点 $C'(-1,0)$，点 C 关于直线 AB 的对称点 C''，连接 $C'C''$，交 OA 于点 E，交 AB 于点 D. 根据轴对称的性质可知 $EC=EC'$，$DC=DC''$，进而可得 $\triangle CDE$ 周长的最小值为 $C'C''$ 的长．求出点 C'' 的坐标，将直线 AB 与直线 $C'C''$ 的解析式联立，即可得出点 D 的坐标.

【规范解答】解：如图，作点 C 关于 OA 的对称点 $C'(-1,0)$，点 C 关于直线 AB 的对称点 C''，连接 $C'C''$，交 OA 于点 E，交 AB 于点 D.



由轴对称的性质可知 $EC = EC'$， $DC = DC''$，

$\therefore$ 此时 $\triangle CDE$ 周长取得最小值，最小值为 $C'C''$ 的长.

$\because$ 一次函数 $y=-x+7$ 的图象交 y 轴于点 A，交 x 轴于点 B，

$\therefore A(0,7)$， $B(7,0)$，

$\therefore OA = OB = 7$，

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$.

$\because C(1,0)$，

$\therefore BC = 7-1 = 6$，

$\therefore BC'' = BC = 6$.

又$\because$ AB 垂直平分 CC''，

$\therefore \angle CBC'' = 90^\circ$，

$\therefore C''(7,6)$.

设直线 $C'C''$ 的解析式为 $y = kx + b$，

将 $C''(7,6)$ 和 $C'(-1,0)$ 代入，可得 $\begin{cases} 7k+b=6 \\ -k+b=0 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} k=\dfrac{3}{4} \\ b=\dfrac{3}{4} \end{cases}$，

$\therefore$ 直线 $C'C''$ 的解析式为 $y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{4}$，

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{3}{4} \\ y=-x+7 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=\dfrac{25}{7} \\ y=\dfrac{24}{7} \end{cases}$，

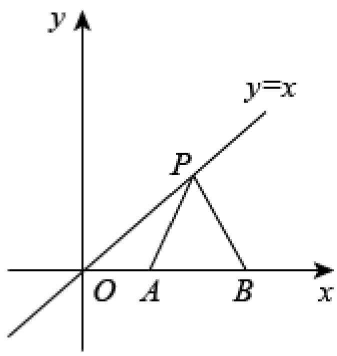
$\therefore$ 点 D 的坐标为$\left(\dfrac{25}{7},\dfrac{24}{7}\right)$.

故答案为：$\left(\dfrac{25}{7},\dfrac{24}{7}\right)$.

【考点评析】本题属于求线段的最值问题，考查轴对称的性质、求一次函数解析式、求两条直线的交点坐标等，解题的关键是通过轴对称找出$\triangle CDE$周长取得最小值时点 D 的位置.

16．（本题 2 分）（2022 秋•山西太原•八年级太原师范学院附属中学校考阶段练习）在如图所示的平面直角坐标系中，点 P 是直线 $y=x$ 上的动点，$A(1,0)$，$B(2,0)$ 是 x 轴上的两点，当 $PA+PB$ 取最小值时，

$S_{\triangle ABP}=$_______.

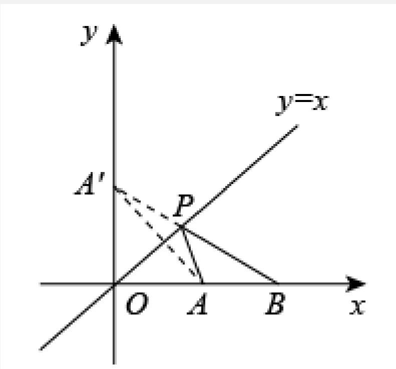


【答案】$\dfrac{1}{3}$

【思路点拨】利用一次函数图像上点的坐标性质得出 $OA'=1$．再求出 $A'B$ 的解析式以及点 P 的坐标，进而即可求解.

【规范解答】解：如图所示：作 A 点关于直线 $y=x$ 的对称点 A'，连接 $A'B$，交直线 $y=x$ 于点 P,

此时 $PA+PB$ 最小，



由题意可得出：$OA'=1$，