

阶段性检测数学试卷

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. $\sin\left(-\frac{2023\pi}{3}\right) = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则 “ $\left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ ” 是 “ $-1 < \log_2 x < 2$ ” 成立的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

3. 设 $a = \log_{0.5} 0.6$, $b = 0.25^{-0.3}$, $c = 0.6^{-0.6}$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $b > a > c$ B. $c > b > a$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

4. 已知正实数 x, y 满足 $x + 4y = 2xy$, 则 $x + y$ 的最小值为 ()

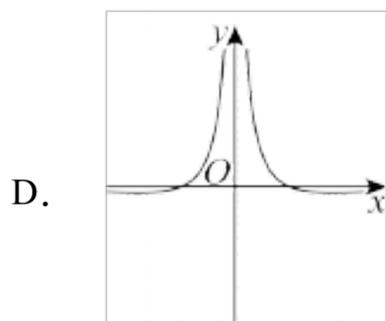
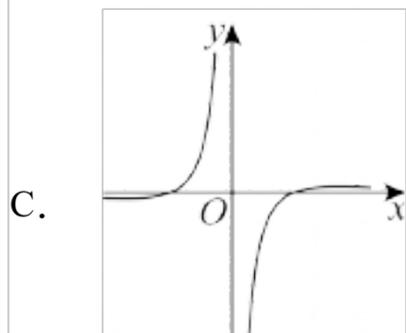
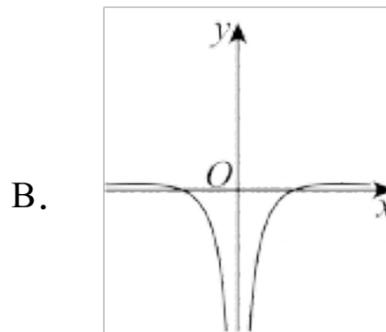
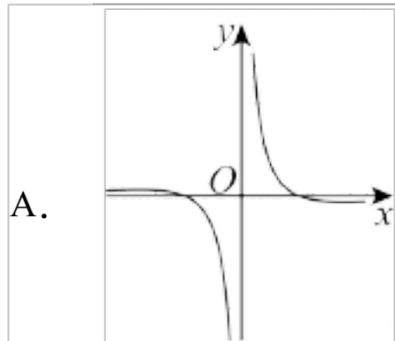
- A. $\sqrt{2} + \frac{5}{2}$ B. 4 C. $\frac{9}{2}$ D. 5

5. 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, 有

$(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] > 0$, 且 $f(4) = 0$, 则不等式 $(3x - 1)f(x) < 0$ 的解集是 ()

- A. $\left(-4, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left(\frac{1}{3}, 4\right)$
C. $\left(-4, \frac{1}{3}\right) \cup (4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4) \cup \left(\frac{1}{3}, 4\right)$

6. 函数 $f(x) = \frac{e^x \cdot \ln|x|}{e^{2x} - 1}$ 的部分图象为 ()



7. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x - 2, & x \leq 0 \\ -2x, & x > 0 \end{cases}$ 有最大值, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 0)$ B. $[-1, 0)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, -1]$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{4x}, & x > 0 \\ \log_2(-x), & x < 0 \end{cases}$, 当 $a > 1$ 时, 方程 $f^2(x) - (a^2 + a)f(x) + a^3 = 0$ 的

根的个数是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、多选题

9. 已知 $\alpha \in (0, \pi)$, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$, 则 ()

- A. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ B. $\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{12}{25}$
 C. $\cos \alpha - \sin \alpha = \frac{7}{5}$ D. $\cos \alpha - \sin \alpha = -\frac{7}{5}$

10. 已知函数 $f(x) = 3^{-|x|} - 3^{|x|}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的图象关于原点对称 B. $f(x)$ 的最大值为 0

- C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减 D. $f(-3) > f(2)$

11. 下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x) = a^{x-1} - 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图象恒过定点  
- B. 若不等式 $ax^2 + 2x + c < 0$ 的解集为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, 则 $a + c = 2$
- C. 函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 16} + \frac{9}{\sqrt{x^2 + 16}}$ 的最小值为 6
- D. 函数 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2 - x + 2}}$ 的单调增区间为 $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

12. 已知函数 $f(x) = \log_2(mx^2 + 2x + m - 1)$, $m \in \mathbb{R}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 则实数 m 的取值范围是 $\left(0, \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$
- B. 若函数 $f(x)$ 的值域为 $[-1, +\infty)$, 则实数 $m = 2$
- C. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 上为增函数, 则实数 m 的取值范围是 $[0, +\infty)$
- D. 若 $m = 0$, 则不等式 $f(x) < 1$ 的解集为 $\left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$

三、填空题

13. 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, 幂函数 $y = (m^2 - m - 1)x^{m^2 - 2m - 3}$ 为减函数, 则 $m =$ _____.

14. 已知 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x < 0$ 时, $f(x) = -e^{ax}$. 若 $f(\ln 2) = 8$, 则 $a =$ _____.

15. 已知扇形 OAB 的圆心角为 2rad , 其周长是 $4\sqrt{2}\text{cm}$, 则该扇形的面积是 _____ cm^2 .

16. 定义在 D 上的函数 $f(x)$, 如果满足: 对任意 $x \in D$, 存在常数 $M > 0$, 都有

$|f(x)| \leq M$ 成立, 则称 $f(x)$ 是 D 上的有界函数, 其中 M 称为函数 $f(x)$ 的上界. 已知函数

$f(x) = 1 + a \cdot 2^x + 4^x$ 在 $(-\infty, 0]$ 上是以 3 为上界的函数, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题

17. 平面直角坐标系中, 若角 α 的始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(-1, 2)$

(1) 求 $\sin \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 的值

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \tan(\pi + \alpha) + 2\cos(\pi - \alpha)}{\sin \alpha + \cos(-\alpha)}$, 化简并求值

18. 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | a \leq x \leq 3 - 2a\}$.

(1) 若 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B = \mathbb{R}$, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B = B$, 求实数 a 的取值范围.

19. 函数 $f(x) = \log_a(1-x) + \log_a(x+3)$, $0 < a < 1$

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 求函数 $f(x)$ 的零点;

(3) 若函数 $f(x)$ 的最小值为 -4 , 求 a 的值

20. 已知函数 $f(x) = \frac{ax-b}{x^2-1}$ 在 $x \in (-1, 1)$ 为奇函数, 且 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{4}{3}$

(1) 求 a, b 值;

(2)判断函数 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 的单调性，并用定义证明；

(3)解关于 t 的不等式 $f(\frac{t}{2}+1)+f(t)<0$

21. 2020年初，新冠肺炎疫情袭击全国，对人民生命安全和生产生活造成严重影响.

在党和政府强有力的抗疫领导下，我国控制住疫情后，一方面防止境外疫情输入，另一方面逐步复工复产，减轻经济下降对企业和民众带来的损失. 为降低疫情影响，某厂家拟在2020年举行某产品的促销活动，经调查测算，该产品的年销售量（即该厂的

年产量） x 万件与年促销费用 m 万元 ($m \geq 0$) 满足 $x = 4 - \frac{k}{m+1}$ (k 为常数)，如果不搞促

销活动，则该产品的年销售量只是2万件. 已知生产该产品的定入为8万元，

生产一万件该产品要入16万元，厂家件产品的销售定为件产品年

平成的1.5（件产品年平成 $\frac{8+16x}{x}$ 元来算）

(1) 2020年该产品的 y 万元 为年促销费用 m 万元的函数；

(2)该厂家2020年的促销费用入多万元时，厂家的最大最大是多

22. 已知定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x) - f(x) = 0$ 且 $f(x) = \log_2(2^x + 1) + kx$,

$$g(x) = f(x) + x.$$

(1)求 $f(x)$ 的解式；

(2)设 $h(x) = x^2 - 2mx + 1$ ，若对任意的 $x_1 \in [0,3]$ ，存在 $x_2 \in [1,3]$ ， $g(x_1) \geq h(x_2)$ ，求

实数 m 取值范围.

考答：

1. B

分根号式，合角的正值行求解即。

$$\text{解 } \sin\left(-\frac{2023\pi}{3}\right) = \sin(-674\pi - \frac{\pi}{3}) = \sin(-\frac{\pi}{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

选：B

2. A

分根号对值不等式和对数函数的单调性，解 $-1 < \log_2 x < 2$ ，即 果。

$$\text{解 } \left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}, \quad 1 < x < 2;$$

$$-1 < \log_2 x < 2, \quad \log_2 2^{-1} < \log_2 x < \log_2 2^2, \quad \text{即 } \log_2 \frac{1}{2} < \log_2 x < \log_2 4,$$

$f(x) = \log_2 x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，

$$\text{以 } \frac{1}{2} < x < 4.$$

以 “ $\left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ ” 是 “ $-1 < \log_2 x < 2$ ” 的充分不必要条件。

选：A.

3. C

分用幂函数、数函数、对数函数的单调性，合值判定即。

解为 $y = \log_{0.5} x$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，以 $\log_{0.5} 1 < \log_{0.5} 0.6 < \log_{0.5} 0.5$ ，即

$$0 < a < 1.$$

为 $y = x^{0.6}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增， $0.25^{-0.3} = 0.5^{-0.6} = 2^{0.6}$ ， $0.6^{-0.6} = \left(\frac{5}{3}\right)^{0.6}$ ，

$$2 > \frac{5}{3} > 1, \quad \text{以 } 2^{0.6} > \left(\frac{5}{3}\right)^{0.6} > 1^{0.6}, \quad b > c > 1, \quad \text{以 } b > c > a.$$

选: C.

4. C

分 用“1的”的方法, 合 不等式求解即 .

$$\text{解 } x+4y=2xy, \quad \frac{1}{2y} + \frac{2}{x} = 1,$$

$$\text{以 } x+y = (x+y) \left(\frac{1}{2y} + \frac{2}{x} \right) = \frac{x}{2y} + \frac{2y}{x} + \frac{5}{2} \geq 2\sqrt{\frac{x}{2y} \cdot \frac{2y}{x}} + \frac{5}{2} = \frac{9}{2},$$

当且 当 $\frac{x}{2y} = \frac{2y}{x}$, 即 $x=3$, $y=\frac{3}{2}$ 时等号成立,

以 $x+y$ 的最小值为 $\frac{9}{2}$.

选: C.

5. D

分 根 $(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] > 0$ 判断函数的单调性, 合偶函数和单调性 行求
解即 .

解 不 设 $x_2 > x_1 \geq 0$,

$$(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] > 0 \Rightarrow f(x_2) - f(x_1) > 0 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1),$$

以该函数是 $[0, +\infty)$ 上的增函数,

$$f(x) > 0 \Rightarrow f(x) > (4) \Rightarrow f(|x|) > (4) \Rightarrow |x| > 4 \Rightarrow x > 4 \text{ 或 } x < -4,$$

$$f(x) < 0 \Rightarrow f(x) < (4) \Rightarrow f(|x|) < (4) \Rightarrow |x| < 4 \Rightarrow -4 < x < 4,$$

$$\text{则 } (3x-1)f(x) < 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ f(x) < 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} 3x-1 < 0 \\ f(x) > 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3x-1 > 0 \\ f(x) < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 > 0 \\ -4 < x < 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 4,$$

$$\begin{cases} 3x-1 < 0 \\ f(x) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-1 < 0 \\ x > 4 \text{ 或 } x < -4 \end{cases} \Rightarrow x < -4,$$

上：不等式 $(3x-1)f(x) < 0$ 的解集是 $(-\infty, -4) \cup \left(\frac{1}{3}, 4\right)$,

选：D

6. C

分 分 函数的奇偶性， 后根 $x > 1$ 时 $f(x)$ 取值的正负 行判断即 .

解 为 $e^{2x} - 1 \neq 0$ ， 以 $x \neq 0$ ， 以定义域为 $\{x | x \neq 0\}$ 且关于原点对称，

$$\text{为 } f(x) = \frac{e^x \cdot \ln|x|}{e^{2x} - 1} = \frac{\ln|x|}{e^x - e^{-x}},$$

$$\text{以 } f(-x) = \frac{\ln|-x|}{e^{-x} - e^x} = -\frac{\ln|x|}{e^x - e^{-x}} = -f(x),$$

以 $f(x)$ 为奇函数， BD,

当 $x > 1$ 时， $\ln|x| > 1, e^x - e^{-x} > 0$ ， 以 $f(x) > 0$ ， A,

选：C.

7. B

分 $f(x)$ 有最大值 合 数函数的图 ， 当 $x \leq 0$ 时， $f(x)$ 取最大值， 且该最

大值大于等于 -1 ， 列 不等式求解即 .

解 当 $x > 0$ 时， $f(x)$ 的取值范围是 $(-\infty, -1)$ ，

当 $x \leq 0$ 时， $f(x)$ 取最大值， 且该最大值大于等于 -1 ，

$a=0$ 不合题意,

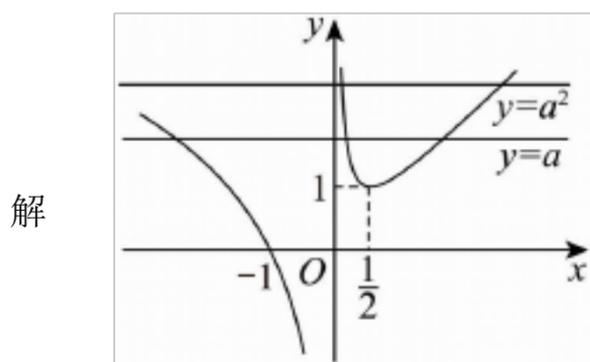
则必有 $a < 0$, 时 $f(x)_{\max} = f\left(\frac{1}{a}\right) = \frac{1}{a} - \frac{2}{a} - 2 \geq -1$, 解 $-1 \leq a < 0$,

选: B.

8. D

分根题意, 函数 $f(x)$ 的大图象, 方程根的题化为函数图象点题,

合图象, 即果.



设 $t = f(x)$, 则 $t^2 - (a^2 + a)t + a^3 = 0$, 即 $(t-a)(t-a^2) = 0$, $t_1 = a, t_2 = a^2$,

为 $a > 1$, $t_1 > 1, t_2 > 1$, $f(x)$ 的大图象, 图象知 $y=t$ 与 $y=f(x)$ 共有 6 个

共点,

原方程共有 6 个根.

选: D.

9. ABD

分 AB 选, $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ 边平方 $\sin \alpha \cos \alpha = -\frac{12}{25}$, 合 $\alpha \in (0, \pi)$

$\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$, AB 正确; 求 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的平方, 合角的范围求

$\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值.

解 AB 选, $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{5}$ 边平方, $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{25}$,

即 $1 + 2\sin\alpha \cos\alpha = \frac{1}{25}$, 以 $\sin\alpha \cos\alpha = -\frac{12}{25}$, B 正确,

为 $\alpha \in (0, \pi)$, 以 $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, 以 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, A 正确;

CD 选, $(\cos\alpha - \sin\alpha)^2 = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha - 2\sin\alpha \cos\alpha = 1 + \frac{24}{25} = \frac{49}{25}$,

为 $\sin\alpha > 0$, $\cos\alpha < 0$, 以 $\cos\alpha - \sin\alpha < 0$,

$\cos\alpha - \sin\alpha = -\frac{7}{5}$, C, D 正确.

选: ABD

10. BC

分根函数的奇偶性、最值、单调性等知对选行分, 确定正确答.

解 $f(x) = 3^{-|x|} - 3^{|x|}$ 的定义域为 \mathbb{R} ,

$f(-x) = 3^{-|-x|} - 3^{|-x|} = f(x) \neq -f(x)$, 以 $f(x)$ 是偶函数, 不是奇函数,

图象关于 y 轴对称, 不关于原点对称, 以 A 选,

$f(x) = 3^{-|x|} - 3^{|x|} = \frac{1}{3^{|x|}} - 3^{|x|}$, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = \frac{1}{3^x} - 3^x$,

$f(x)$ 单调递减, C 选正确, $f(-3) = f(3) < f(2)$, D 选.

以当 $x < 0$ 时, $f(x)$ 单调递增,

以 $f(x)$ 的最大值为 $f(0) = 0$, 以 B 选正确,

选: BC

11. ABD

分根数函数的性即对 A 判断; 根一元二不等式的性即对 B 判断; 根不等式的性, 证等号成立的条件, 即对 C 判断; 根复合函数的单

调性即 对 D 判断.

解 对于 A: 函数 $f(x) = a^{x-1} - 2$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 的图 恒过定点 $(1, -1)$, A 正确;

对于 B: 不等式 $ax^2 + 2x + c < 0$ 的解集为 $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$,

$$\text{以 } \begin{cases} a < 0 \\ -\frac{2}{a} = -1 + 2 = 1, \text{ 解} \\ \frac{c}{a} = -1 \times 2 = -2 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = -2 \\ c = 4 \end{cases} \quad a + c = 2, \quad \text{以 } \quad , \quad \text{B 正确};$$

对于 C : $f(x) = \sqrt{x^2 + 16} + \frac{9}{\sqrt{x^2 + 16}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x^2 + 16} \times \frac{9}{\sqrt{x^2 + 16}}} = 6$,

当且 当 $x^2 + 16 = 9$ 时, 等号成立, 方程 解, C ;

对于 D : $t = -x^2 - x + 2$, $-x^2 - x + 2 \geq 0$, $-2 \leq x \leq 1$,

以 $f(x)$ 的定义域为 $[-2, 1]$,

以当 $x \in \left[-2, -\frac{1}{2}\right]$ 时, t 单调递增, $u = \sqrt{t}$, 单调递增;

当 $x \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ 时, t 单调递减, $u = \sqrt{t}$ 单调递减;

为 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^u$ 为减函数, 以 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2 - x + 2}}$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$, D 正确.

选: ABD.

12. BC

分 根 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , $mx^2 + 2x + m - 1 > 0$ 恒成立, 求解 m 范围, 判

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/648017114006006046>