# 安徽省金榜教育2023-2024学年高一下学期5月阶段性大联考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

## 一、单选题

1．复数$z=-2023+2024\mathrm{i}$在复平面内所对应的点位于（　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．下列命题正确的是（　）

A．零向量小于单位向量

B．零向量与单位向量一定共线

C．两个向量的和的模至少大于其中一个向量的模

D．两个向量的差的模至少小于其中一个向量的模

3．下列说法正确的是（　）

A．用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，该圆锥一定被分为一个小圆锥和一个圆台

B．有两个面互相平行，其余各面是平行四边形的几何体是棱柱

C．圆台的所有母线延长不一定交于一点

D．一个多面体至少有3个面

4．若复数$z$满足$3\mathrm{i}z=3+\mathrm{i}$，则$z\cdot\overline{z}=$（　）

A．$-\frac{8}{9}$　　B．$-\frac{10}{9}$　　C．$\frac{8}{9}$　　D．$\frac{10}{9}$

5．已知$\vec{a}\perp\vec{b}$，$|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=6$，且$4\vec{a}+\lambda\vec{b}$与$2\vec{a}-\vec{b}$垂直，则实数$\lambda$的值为（　）

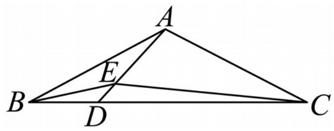
A．$\frac{50}{9}$　　B．$-\frac{50}{9}$　　C．$\pm\frac{50}{9}$　　D．$\frac{9}{50}$

6．设$m$，$n$是两条不同的直线，$\alpha$，$\beta$是两个不重合的平面，则下列说法正确的是（　）

A．若$m/\!/\alpha$，$m/\!/\beta$，则$\alpha/\!/\beta$　　B．若$m/\!/\alpha$，$n/\!/\alpha$，则$m\perp n$

C．若$m\perp\alpha$，$m\perp\beta$，则$\alpha//\beta$　　D．若$m\perp\alpha$，$n\perp\alpha$，则$m\perp n$

7．如图所示，$\triangle ABC$中，$AB=AC=16$，$BC=16\sqrt{3}$，$\overrightarrow{BD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$，则$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{CE}=$（　）




A．$-161$　　B．$-232$　　C．$-291$　　D．$-300$

8．在炎热的夏天里，人们都喜欢在饮品里放冰块降温.一个高脚杯容器，它的轴截面是正三角形，容器内有一定量的饮料.若在高脚杯内放入一个半径为$6\mathrm{cm}$的冰球，冰球没有融化前饮料恰好没过冰球，则原来高脚杯内饮料的体积是（　）

A．$180\pi\mathrm{cm}^3$　　B．$270\pi\mathrm{cm}^3$　　C．$360\pi\mathrm{cm}^3$　　D．$504\pi\mathrm{cm}^3$

**二、多选题**

9．已知复数$z=\frac{1+4\mathrm{i}}{4-\mathrm{i}}$，则下列结论正确的是（　）

A．复数$z$对应复平面内的向量是单位向量B．复数$z$的虚部等于i

C．$z+\bar{z}=0$　　D．$z$与平面向量$\vec{a}=(0,1)$对应

10．下列关于平面向量的运算中，错误的是（　）

A．$\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\left(\vec{c}+\vec{d}\right)=\left(\vec{a}+\vec{c}\right)+\left(\vec{b}+\vec{d}\right)$

B．$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\left(\vec{a}-\vec{c}\right)$

C．$\left(\vec{a}\cdot\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\left(\vec{a}\cdot\vec{c}\right)$

D．若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，则$\vec{b}=\vec{c}$

11．在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AA_1=2AB=2AD=2$，点$P$为线段$C_1D$上一动点，则下列说法正确的是（　）

A．直线$PB//$平面$AB_1D_1$

B．直线$PB$与$AD_1$是异面直线

C．三棱锥$P-AB_1D_1$的体积为定值$\frac{1}{3}$

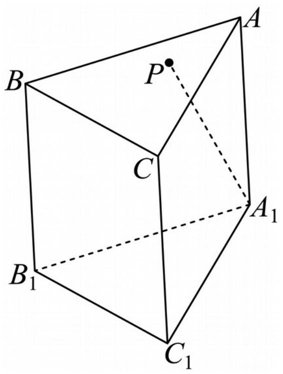
D．直线$PB$与平面$ABB_1A_1$所成角的正弦值的最大值为$\frac{\sqrt{5}}{3}$.

**三、填空题**

12．已知$x+\left(2x+7y\right)\mathrm{i}=1-5\mathrm{i}$，其中$x,y\in\mathrm{R}$，i为虚数单位.则实数$x=$____，$y=$____.

13．已知平面向量$\vec{a}=\left(-4,2\right)$，$\vec{b}=\left(6,\lambda\right)$，若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$\lambda=$____.

14．如图，一块正三棱柱体形木料的上底面有一点P，经过点P在上底面上画一条直线与$A_1P$垂直，写出作该直线的方法：____.



## 四、解答题

15．复数 $z=a^2-6a-7+\left(a^2-4a-21\right)\mathrm{i}$，其中 $a\in R$．

(1)若复数 $z$ 为实数，求 $a$ 的值；

(2)若复数 $z$ 为虚数，求 $a$ 的取值范围；

(3)若复数 $z$ 为纯虚数，求 $a$ 的值

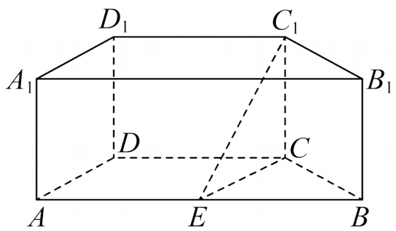
16．在 $\triangle ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 所对的边分别为 $a$，$b$，$c$，已知 $2\sqrt{3}ac\sin B=a^2-b^2-c^2$

(1)求 $A$；

(2)若 $a=\sqrt{7}$，且 $\triangle ABC$ 的周长为 $1+\sqrt{3}+\sqrt{7}$，求 $\triangle ABC$ 的面积

17．如图，在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，四边形 $ABCD$ 为等腰梯形，$AB \parallel CD$，

$AB=2CD=8$，$\angle BAD=45°$，点 $E$ 是线段 $AB$ 的中点.

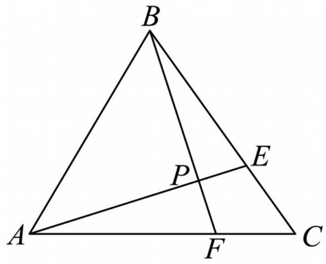



(1)求证：平面 $CC_1E$ // 平面 $ADD_1A$；

(2)求证：$BC\perp$ 平面 $ADD_1A_1$．

18．如图，在边长为4的正三角形 $ABC$ 中，$E,F$ 分别为 $BC,AC$ 上的两点，且 $\overrightarrow{AF}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，

$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}\ \left(0\le\lambda\le1\right)$，$AE,BF$ 相交于点 $P$.

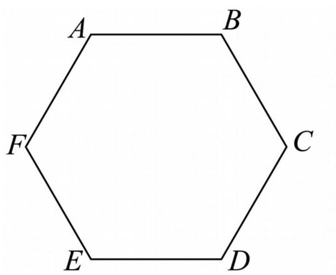


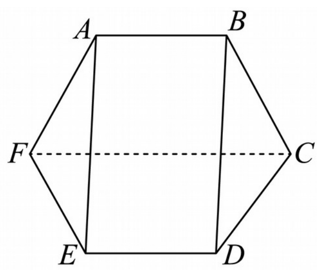

(1)求$\left|\overrightarrow{BF}\right|$的值；

(2)试问：当$\lambda$为何值时，$AE \perp BF$？

(3)求证：$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BF} \geq \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{EF}$．

19．如图，将边长为2的正六边形$ABCDEF$沿对角线$CF$折起，记二面角$A-FC-E$的大小为$\theta\left(0\pi< \theta < \right)$，连接$AE$，$BD$构成多面体$AB-CDEF$．






(1)求证：$CF //$平面$ABDE$；

(2)问当$\theta$为何值时，直线$CF$到平面$ABDE$的距离等于$\frac{\sqrt{3}}{2}$？

(3)在（2）的条件下，求多面体$AB-CDEF$的表面积.

**参考答案：**

1．B

【分析】根据实部，虚部，组成的坐标.根据坐标正负找到对应的象限即可.

【详解】复数$z=-2023+2024\mathrm{i}$在复平面内所对应的点的坐标为$\left(-2023,2024\right)$，位于第二象限.

故选：B.

2．B

【分析】利用向量的知识易判断AB；通过举反例可判断CD.

【详解】对于A：零向量与单位向量不能比较大小，只有模能比较大小，故A错误，

对于B：零向量与任意非零向量共线，故B正确；

对于C：举反例：如：$\vec{a}=\left(4,0\right)$，$\vec{b}=\left(-3,0\right)$，则$\vec{a}+\vec{b}=\left(1,0\right)$，$\left|\vec{a}\right|=4$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=1$，

但$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|<\left|\vec{a}\right|$，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|<\left|\vec{b}\right|$，故C错误；

对于D：举反例：如：$\vec{a}=\left(4,0\right)$，$\vec{b}=\left(-3,0\right)$，则$\vec{a}-\vec{b}=\left(7,0\right)$，$\left|\vec{a}\right|=4$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=1$，

但$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|>\left|\vec{a}\right|$，$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|>\left|\vec{b}\right|$，故D错误.

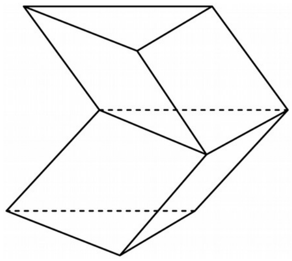
故选：B.

3．A

【分析】根据圆锥、棱柱以及圆台和多面体的定义，一一判断各选项，即得答案.

【详解】对于A项，用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥，原圆锥一定被分为一个小圆锥和一个圆台，故A正确；

对于B项，满足条件的几何体可能是组合体，如图，故B错误；



对于C项，圆台的所有母线延长一定交于一点，故C错误；

对于D项，多面体至少有4个面，所以D错误.

故选：A.

4．D

【分析】先根据复数的除法运算得出$z=\frac{1}{3}-\mathrm{i}$；再根据共轭复数的定义和复数的乘法运算即可求解.

【详解】因为$3\mathrm{i}z=3+\mathrm{i}$，

所以$z=\frac{3+\mathrm{i}}{3\mathrm{i}}=\frac{(3+\mathrm{i})\mathrm{i}}{3\mathrm{i}^2}=\frac{-1+3\mathrm{i}}{-3}=\frac{1}{3}-\mathrm{i}$，

则$z\cdot\overline{z}=\left(\frac{1}{3}-\mathrm{i}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}+\mathrm{i}\right)=\left(\frac{1}{3}\right)^2-\mathrm{i}^2=\frac{10}{9}$.

故选：D.

5．A

【分析】由题意先解出$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，由$4\vec{a}+\lambda\vec{b}$与$2\vec{a}-\vec{b}$垂直，解出$\lambda$即可.

【详解】因为$\vec{a}\perp\vec{b}$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，因为$4\vec{a}+\lambda\vec{b}$与$2\vec{a}-\vec{b}$垂直，

所以$(4\vec{a}+\lambda\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=0$，得$8\vec{a}^2+(2\lambda-4)\vec{a}\cdot\vec{b}-\lambda\vec{b}^2=0$，得$200-36\lambda=0$，

解得$\lambda=\frac{50}{9}$.

故选：A.

6．C

【分析】根据两平面的位置关系可判断A；根据线面平行的性质结合线线的位置判断B；根据线面的垂直的性质可判断CD.

【详解】在A中，若$m // \alpha$，$m // \beta$，则$\alpha$，$\beta$可能相交或平行，故A错误：

在B中，若$m // \alpha$，$n // \alpha$，则$m$与$n$相交、平行或异面，故B错误：

在C中，若$m \perp \alpha$，$m \perp \beta$，则由线面垂直的性质定理得$\alpha // \beta$，故C正确；

在D中，若$m \perp \alpha$，$n \perp \alpha$，则由线面垂直的性质定理得$m // n$，故D错误.

故选：C.

7．A

【分析】根据题意，把$\left\{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right\}$为基底，用它表示$\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{CE}$，再由余弦定理可求$\cos \angle BAC$，

从而由平明向量的数量积求解即可.

【详解】由题意，

$$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{BA}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BA}+\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}\right)=\overrightarrow{BA}+\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\right)=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{16}\overrightarrow{BC}$$

$$=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{16}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=-\frac{7}{16}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{16}\overrightarrow{AC},$$

$$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BA}\right)-\overrightarrow{AC}=\frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{BA}\right)-\overrightarrow{AC}=\frac{3}{16}\overrightarrow{BC}-\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{AC}$$

$$=\frac{3}{16}\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)+\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\frac{9}{16}\overrightarrow{AB}-\frac{13}{16}\overrightarrow{AC}.$$

在$\triangle ABC$中，由余弦定理得$\cos \angle BAC=\dfrac{16^2+16^2-\left(16\sqrt{3}\right)^2}{2\times 16\times 16}=-\dfrac{1}{2}$.

所以$\overrightarrow{BE}\cdot\overrightarrow{CE}=\left(-\frac{7}{16}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{16}\overrightarrow{AC}\right)\cdot\left(\frac{9}{16}\overrightarrow{AB}-\frac{13}{16}\overrightarrow{AC}\right)$

$=-\frac{63}{256}\overrightarrow{AB}^2+\frac{118}{256}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\frac{39}{256}\overrightarrow{AC}^2$

$=-\frac{63}{256}\times16^2+\frac{118}{256}\times16\times16\times\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{39}{256}\times16^2=-161$.

故选：A.

8．C

【分析】作出液面下方的轴截面图形，求出圆锥的底面半径和高，再由圆锥和球的体积公式求出高脚杯内水的体积.

【详解】显然，冰球内切于高脚杯圆锥，圆锥轴截面正三角形是球面大圆的外切三角形，

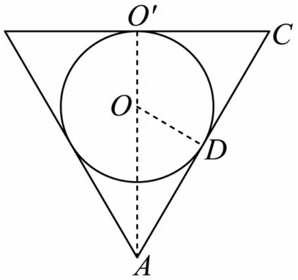
如图，作$OD\perp AC$，垂足为$D$，则球的半径$r=OD=6$，$\angle OAD=30^\circ$，

此时$OA=2r=12$，$OO'=r=6$，$AO'=18$，

水面半径$R=O'C=18\times\tan30^\circ=6\sqrt{3}$，

设加入冰球后水面以下的体积为$V'$，原来饮料的体积为$V$，冰球的体积为$V_1$，

所以饮料的体积为$V=V'-V_1=\frac{1}{3}\pi\left(6\sqrt{3}\right)^2\times18-\frac{4}{3}\pi\times6^3=360\pi\text{cm}^3$.




故选：C.

9．ACD

【分析】计算可得$z=\mathrm{i}$，进而逐项计算判断即可得答案.

【详解】由题意，复数$z=\frac{1+4\mathrm{i}}{4-\mathrm{i}}=\frac{(1+4\mathrm{i})(4+\mathrm{i})}{(4-\mathrm{i})(4+\mathrm{i})}=\frac{17\mathrm{i}}{17}=\mathrm{i}$，

对于A项，复数$z=\mathrm{i}$对应复平面内的向量是$\overline{OZ}=(0,1)$，是单位向量，故A正确；

对于B项，复数$z=\mathrm{i}$，所以复数$z$的虚部等于1，故B错误；

对于C项，$z+\overline{z}=\mathrm{i}+(-\mathrm{i})=0$，故C正确；

对于D项，$z$与平面向量$\vec{a}=(0,1)$对应，故D正确.

故选：ACD.

10．BCD

【分析】根据向量的运算律及数量积即可判断AB，由数量积公式结合数乘运算判断C；令$\vec{a}=\vec{0}$即可判断D.

【详解】因为$(\vec{a}+\vec{b})+(\vec{c}+\vec{d})=(\vec{a}+\vec{c})+(\vec{b}+\vec{d})$，故A正确；

因为$(\vec{a}-\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\,\vec{c}-\vec{b}\,\vec{c}$，$\vec{b}\cdot(\vec{a}-\vec{c})=\vec{a}\,\vec{b}-\vec{b}\,\vec{c}$，而$\vec{a}\cdot\vec{c}-\vec{b}\,\vec{c}\neq\vec{a}\,\vec{b}-\vec{b}\,\vec{c}$，故B错误；

因为$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}$表示与$\vec{c}$共线的向量，$\vec{b}\cdot(\vec{a}\cdot\vec{c})$表示与$\vec{b}$共线的向量，

而$\vec{c}$与$\vec{b}$不一定共线，且$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}$与$\vec{b}\cdot(\vec{a}\cdot\vec{c})$不一定相等，故C错误；

若$\vec{a}=\vec{0}$，且$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$，则$\vec{b}$与$\vec{c}$是任意向量，故D错误.

故选：BCD.

11．ACD

【分析】根据面面平行得线面平行可判断A；通过举特例判断B；用等体积法判断C；找到线面角的正弦值，再用等面积法判断D.

【详解】