安徽省阜阳市临泉田家炳实验中学2025届高三上学期12月月考数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．设集合 $A=\{x\mid \frac{x-1}{x}\le 0\}$，$B=\{x\mid 3x^2-7x\le 10\}$，则 $A\cap B=$（　）

A．$(-1,1)$　　B．$\left(0,\frac{10}{3}\right)$

C．$[0,1]$　　D．$(0,1]$

2．已知复数 z 满足 $z\cdot\overline{z}=4$ 且 $z+\overline{z}+|z|=0$，则 z^{2019} 的值为

A．﹣1　　B．﹣2^{2019}　　C．1　　D．2^{2019}

3．在$\triangle ABC$中，$AC=2$，D 为 AB 的中点，$CD=\frac{1}{2}BC=\sqrt{7}$，$P$ 为 CD 上一点，且 $\overrightarrow{AP}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，则 $|\overrightarrow{AP}|=$（　）

A．$\frac{\sqrt{31}}{4}$　　B．$\frac{\sqrt{13}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{13}}{2}$　　D．$\frac{2\sqrt{13}}{3}$

4．已知甲植物生长了一天，长度为$a(a>0)$，乙植物生长了一天，长度为$16a$.从第二天起，甲每天的生长速度是前一天的$\frac{3}{2}$倍，乙每天的生长速度是前一天的$\frac{2}{3}$，则甲的长度第一次超过乙的长度的时期是（　）（参考数据：取$\lg 2=0.3,\lg 3=0.48$）

A．第 6 天　　B．第 7 天　　C．第 8 天　　D．第 9 天

5．已知四棱锥$P-ABCD$的底面为矩形，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=4$，侧面PAB为正三角形且垂直于底面$ABCD$，M为四棱锥$P-ABCD$内切球表面上一点，则点M到直线CD距离的最小值为（　）

A．$\sqrt{10}-2$　　B．$\sqrt{10}-1$　　C．$2\sqrt{3}-2$　　D．$2\sqrt{3}-1$

6．已知$f(x)$是定义在$[0,+\infty)$上单调递增且图像连续不断的函数，且有

$f(x+y)=\frac{f(x)+f(y)}{1+f(x)f(y)}$，设$x_1>x_2>1$，则下列说法正确的是（　）

A．$\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}>f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>1$

B．$1>\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}>f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$

C．$f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}>1$

D．$1>f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)}{2}$

7．已知抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，过 F 作不与 x 轴垂直的直线 l 交 C 于 A,B 两点，设 $\triangle OAB$ 的外心和重心的纵坐标分别为 m,n（O 是坐标原点），则 $\frac{m}{n}$ 的值为（　）

A．1　　B．$\frac{3}{4}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{8}$

8．已知函数 $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x-3}$，$g\left(x\right)=\frac{1}{2}+\ln\frac{x}{2}$，若 $f\left(m\right)=g\left(n\right)$ 成立，则 $n-m$ 的最小值为（　）

A．$\ln 2-1$　　B．$\ln 2$　　C．$-1-\ln 2$　　D．$1+\ln 2$

二、多选题

9．记函数 $f\left(x\right)=2\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,0<\varphi<\pi\right)$ 的最小正周期为 T，若 $f\left(T\right)=\sqrt{3}$，且 $f\left(x\right)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right]$ 上的最大值与最小值的差为 3，则（　）

A．$f\left(0\right)=1$　　B．$f\left(-\frac{\pi}{3}\right)=f\left(\frac{\pi}{9}\right)$

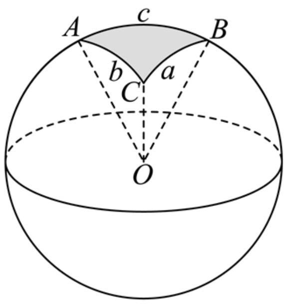
C．$f\left(x\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{9},\frac{2\pi}{3}\right]$ 上单调递减　　D．直线 $y=\sqrt{3}-\frac{3}{2}x$ 是曲线 $y=f\left(x\right)$ 的切线

10．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 各项均为负数，其前 n 项和 S_n 满足 $a_n\cdot S_n=16\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，则（　）

A．数列 $\left\{a_n\right\}$ 的第 2 项小于 -3　　B．数列 $\left\{a_n\right\}$ 不可能是等比数列

C．数列 $\left\{a_n\right\}$ 为递增数列　　D．数列 $\left\{a_n\right\}$ 中存在大于 $-\frac{1}{100}$ 的项

11．球面三角学是研究球面三角形的边、角关系的一门学科.如图，球 O 的半径为 R，A，B，C 为球面上三点，劣弧 BC 的弧长记为 a，设 O_a 表示以 O 为圆心，且过 B，C 的圆，同理，圆 O_b，O_c 的劣弧 AC，AB 的弧长分别记为 b，c，曲面 ABC（阴影部分）叫做曲面三角形，若 $a=b=c$，则称其为曲面等边三角形，线段 OA，OB，OC 与曲面 $\vee ABC$ 围成的封闭几何体叫做球面三棱锥，记为球面 $O-ABC$.设 $\angle BOC=\alpha$，$\angle AOC=\beta$，$\angle AOB=\gamma$，则下列结论正确的是（　）



A．若平面$\vee ABC$是面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}R^2$的等边三角形，则$a=b=c=R$

B．若$a^2+b^2=c^2$，则$\alpha^2+\beta^2=\gamma^2$

C．若$a=b=c=\dfrac{\pi}{3}R$，则球面$O-ABC$的体积$V>\dfrac{\sqrt{2}}{12}R^3$

D．若平面$\vee ABC$为直角三角形，且$\angle ACB=\dfrac{\pi}{2}$，则$a^2+b^2>c^2$

三、填空题

12．甲乙两个盒子中装有大小、形状相同的红球和白球，甲盒中有5个红球，2个白球；乙盒中有4个红球，3个白球.先从甲盒中随机取出一个球放入乙盒，再从乙盒中随机取出一个球，则从乙盒中取出的是红球的概率为_____.

13．$\left(x+\dfrac{a}{x}\right)\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^5$展开式中的常数项是120，则实数$a=$_____.

14．若$x>1$，则$\dfrac{x^2-x+16}{x-1}$的最小值为_________.

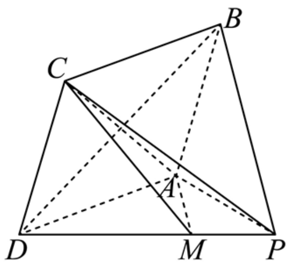
四、解答题

15．若锐角$\vee ABC$的内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，其外接圆的半径为$\sqrt{3}$，且$a\cos(B-C)+a\cos A=2\sqrt{3}c\sin B\cos A$.

(1)求角A的大小；

(2)求$\dfrac{b^2+a^2}{b}$的取值范围

16．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$是菱形，平面$ABCD\perp$平面PAD，点M在DP上，且$DM=2MP, AD=AP, \angle PAD=120°$.



(1)求证：$BD\perp$平面ACM；

(2)若$\angle ADC=60^{\circ}$，求平面ACM与平面ABP夹角的余弦值.

17．2023年12月25日，由科技日报社主办，部分两院院士和媒体人共同评选出的2023年国内十大科技新闻揭晓.某高校一学生社团随机调查了本校100名学生对这十大科技的了解情况，按照性别和了解情况分组，得到如下列联表：

	不太了解	比较了解	合计
男生	20	40	60
女生	20	20	40
合计	40	60	100

(1)判断是否有95%的把握认为对这十大科技的了解存在性别差异；

(2)若把这100名学生按照性别进行分层随机抽样，从中抽取5人，再从这5人中随机抽取2人，记抽取的2人中女生数为X，求X的分布列及$E\left(X\right)$.

附：①$\chi^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$，其中$n=a+b+c+d$；

②当$\chi^2>3.841$时有95%的把握认为两变量有关联.

18．抛物线具有光学性质：由其焦点射出的光线经抛物线反射后，沿平行于抛物线对称轴的方向射出；反之，平行于抛物线对称轴的入射光线经抛物线反射后必过抛物线的焦点.已知点F为抛物线$C:y^2=2px\left(p>0\right)$的焦点，$O$为坐标原点，$M$点在抛物线上，且其纵坐标为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，满足$|MF|=|MO|$.

(1)求抛物线C的标准方程；

(2)已知平行于x轴的光线l从点$P\left(m,2\right)\left(m>0\right)$射入，经过抛物线上的点A反射后，再经过抛物线上另一点B，最后沿BQ方向射出，若射线BP平分$\angle ABQ$，求实数m的值.

19．已知函数$f\left(x\right)=\ln x, g\left(x\right)=x-1$.

(1)证明：$f\left(x\right)\le g\left(x\right)$；

(2)设$h\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$，求证：对任意的$0<b<a$，都有$\frac{h\left(a\right)-h\left(b\right)}{a-b}>\frac{1}{a+b}-1$成立.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	D	C	B	D	D	A	BD	BCD
题号	11									
答案	BC									

1．D

【分析】先求出集合A，B，再结合交集的定义，即可求解．

【详解】因为$\frac{x-1}{x}\le 0$，所以$\begin{cases}x\left(x-1\right)\le 0\\ x\ne 0\end{cases}$，解得$0<x\le 1$，

因为$3x^2-7x\le 10$，所以$\left(3x-10\right)\left(x+1\right)\le 0$，解得$-1\le x\le\frac{10}{3}$，

所以$A=\{x\,|\,0<x\le 1\}$，$B=\{x\,|\,-1\le x\le\frac{10}{3}\}$，

故$A\cap B=\left(0,1\right]$．

故选：D．

2．D

【解析】首先设复数$z=a+bi$（a，$b\in\mathbf{R}$），根据$z\cdot\overline{z}=4$和$z+\overline{z}+|z|=0$得出方程组，求解可得：

$z=-2\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$，通过计算可得：$(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2})^3=1$，代入即可得解．

【详解】设$z=a+bi$（a，$b\in\mathbf{R}$），

由$z\cdot\overline{z}=4$且$z+\overline{z}+|z|=0$，得

$\begin{cases}a^2+b^2=4\\ 2a+2=0\end{cases}$，解得$a=-1$，$b=\pm\sqrt{3}$．

$\therefore z=-1\pm\sqrt{3}i=2\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$，

而$(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)^3=-\frac{1}{8}+3\times(-\frac{1}{2})^2\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-\frac{\sqrt{3}}{2}i)^2+(-\frac{\sqrt{3}}{2}i)^3=1$，

$(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^3=-\frac{1}{8}+3\times(-\frac{1}{2})^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}i+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(\frac{\sqrt{3}}{2}i)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}i)^3=1$．

$\therefore z^{2019}=2^{2019}\cdot(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i)^{2019}=2^{2019}\cdot[(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i)^3]^{673}=2^{2019}$．

故选：D．

【点睛】本题考查了复数的计算，考查了共轭复数，要求较高的计算能力，属于较难题.

3．D

【分析】由中点可知$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$，根据模长关系可得$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-2$，设$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}$，结合平面向量的线性运算以及基本定理可得$\begin{cases}m=\frac{1}{3}\\ \lambda=\frac{2}{3}\end{cases}$，用$\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}$表示$\overrightarrow{AP}$，结合模长运算求解.

【详解】因为D为AB的中点，则$\overrightarrow{CD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB})$，

可得$\overrightarrow{CD}^2=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{CA}^2+\overrightarrow{CB}^2+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}\right)$，即$7=\frac{1}{4}\left(4+28+2\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}\right)$，解得$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-2$，

又因为P为CD上一点，设$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}$，

则$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{AC}+\lambda\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\lambda\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}+\frac{\lambda}{2}\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$，

可得$\begin{cases}1-\lambda=m\\ \frac{\lambda}{2}=\frac{1}{3}\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=\frac{1}{3}\\ \lambda=\frac{2}{3}\end{cases}$，即$\overrightarrow{CP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$，

则$\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CP}=-\overrightarrow{CA}+\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}\right)=-\frac{2}{3}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$，

可得$\overrightarrow{AP}^2=\frac{4}{9}\overrightarrow{CA}^2+\frac{1}{9}\overrightarrow{CB}^2-\frac{4}{9}\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=\frac{52}{9}$，即$\left|\overrightarrow{AP}\right|=\frac{2\sqrt{13}}{3}$.

故选：D.

【点睛】关键点睛：1.根据模长关系可得$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=-2$；

2.设$\overrightarrow{CP}=\lambda\overrightarrow{CD}$，根据平面向量基本定理求得$\begin{cases}m=\frac{1}{3}\\ \lambda=\frac{2}{3}\end{cases}$；

3.以$\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}$为基底表示$\overrightarrow{AP}$，进而运算求解.

4．C

【分析】设甲植物每天生长的长度构成等比数列$\{a_n\}$，甲植物每天生长的长度构成等比数列$\{b_n\}$，设其前n项和分别为S_n、T_n，依题意得到$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式，即可求出S_n、T_n，再由$S_n>T_n$得到$\left(\frac{3}{2}\right)^n>24$，最后根据指数函数的性质及对数的运算性质计算可得.

【详解】设甲植物每天生长的长度构成等比数列$\{a_n\}$，甲植物每天生长的长度构成等比数列

$\{b_n\}$，设其前n项和分别为S_n、T_n（即n $(n\in \mathrm{N}^*)$天后树的总长度），

则$a_n = a\times\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$，$b_n = 16a\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，

所以$S_n = a + a\times\frac{3}{2} + a\times\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \cdots + a\times\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = \frac{a\left[1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right]}{1-\frac{3}{2}} = -2a\left[1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right]$，

$T_n = 16a + 16a\times\frac{2}{3} + 16a\times\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \cdots + 1a\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{16a\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{2}{3}} = 48a\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$，

由$S_n > T_n$，可得$-2a\left[1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right] > 48a\left[1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right]$，

即$\left(\frac{3}{2}\right)^{2n} - 25\times\left(\frac{3}{2}\right)^n + 24 > 0$，即$\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 24\right]\cdot\left[\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right] > 0$，

解得$\left(\frac{3}{2}\right)^n > 24$或$\left(\frac{3}{2}\right)^n < 1$（舍去），

由$\left(\frac{3}{2}\right)^n > 24$则$n > \log_{\frac{3}{2}}24$，因为$\log_{\frac{3}{2}}24 = \frac{\lg 24}{\lg\frac{3}{2}} = \frac{\lg 3 + 3\lg 2}{\lg 3 - \lg 2} = \frac{0.48 + 3\times 0.3}{0.48 - 0.3} \approx 7.7$，

即$n > 7.7$，又$n\in \mathbf{N}^*$，所以n的最小值为8.

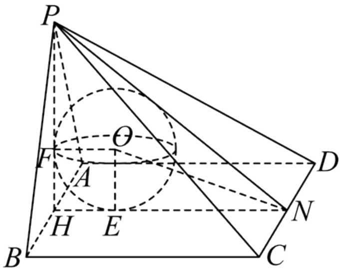
故选：C

【点睛】关键点睛：本题关键是利用等比数列求出公式求出n $(n\in \mathrm{N}^*)$天后树的总长度，从而得到不等式，再结合指数函数的性质解得.

5．B

【分析】H,N分别为AB和CD的中点，平面PHN截四棱锥$P-ABCD$的内切球O所得的截面为大圆，求出圆的半径，利用圆心到直线距离求点M到直线CD距离的最小值.

【详解】如图，设四棱锥的内切球的半径为r，取AB的中点为H，CD的中点为N，连接PH，PN，HN，



球 O 为四棱锥 $P-ABCD$ 的内切球，

底面 $ABCD$ 为矩形，侧面 PAB 为正三角形且垂直于底面 $ABCD$，

则平面 PHN 截四棱锥 $P-ABCD$ 的内切球 O 所得的截面为大圆，

此圆为 $\triangle PHN$ 的内切圆，半径为 r，与 HN，PH 分别相切于点 E，F，

平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，交线为 AB，$PH\subset$ 平面 PAB，

$\triangle PAB$ 为正三角形，有 $PH\perp AB$，$\therefore PH\perp$ 平面 $ABCD$，

$HN\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore PH\perp HN$，

$AB=2\sqrt{3}$，$BC=4$，则有 $PH=3$，$HN=4$，$PN=5$，

则 $\triangle PHN$ 中，$S_{\triangle PHN}=\dfrac{1}{2}\times 3\times 4=\dfrac{1}{2}r\left(3+4+5\right)$，解得 $r=1$.

所以，四棱锥 $P-ABCD$ 内切球半径为 1，连接 ON.

$\because PH\perp$ 平面 $ABCD$，$CD\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore CD\perp PH$，

又 $CD\perp HN$，$PH,HN\subset$ 平面 PHN，$PH\cap HN=H$，

$\therefore CD\perp$ 平面 PHN，$\because ON\subset$ 平面 PHN，可得 $ON\perp CD$，

所以内切球表面上一点 M 到直线 CD 的距离的最小值即为线段 ON 的长减去球的半径，

又 $ON=\sqrt{OE^2+EN^2}=\sqrt{10}$.

所以四棱锥 $P-ABCD$ 内切球表面上的一点 M 到直线 CD 的距离的最小值为 $\sqrt{10}-1$.

故选：B.

【点睛】方法点睛：

四棱锥 $P-ABCD$ 的内切球，与四棱锥的五个面都相切，由对称性平面 PHN 截四棱锥 $P-ABCD$ 的内切球 O 所得的截面为大圆，问题转化为三角形内切圆，利用面积法求出半径，即内切球的半径，由球心到直线 CD 的距离，求点 M 到直线 CD 的距离的最小值.

6．D

【分析】根据函数的单调性的定义和性质以及利用反证法证明不等式，结合选项先证明

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/658073042110007005