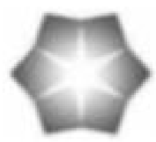
2023-2024学年安徽省合肥市包河区智育联盟校九年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列图案中，是中心对称图形的是(   )

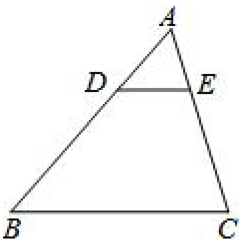
A.  B.  C.  D. 

2. 将二次函数$y=2x^2$的图象向右平移2个单位，再向下平移3个单位，得到的函数图象的表达式是(   )

A. $y=2(x+2)^2+3$　　B. $y=2(x+2)^2-3$

C. $y=2(x-2)^2-3$　　D. $y=2(x-2)^2+3$

3. 如图，$\triangle ABC$中，点D，E分别在AB，AC上，$DE//BC$.若$AD=1$，$BD=2$，则$\triangle ADE$与$\triangle ABC$的面积之比为(   )



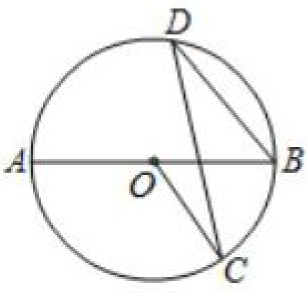
A. 1：2

B. 1：3

C. 1：4

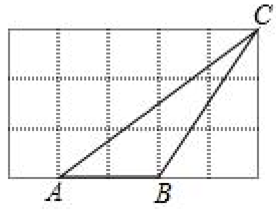
D. 1：9

4. 如图，AB是$\odot O$的直径，点C，D是圆上两点，若$\angle AOC=126^\circ$，则$\angle CDB$等于(   )



A. 27°　　B. 37°　　C. 54°　　D. 64°

5. 如图，$\triangle ABC$的顶点都在方格纸的格点上，那么$\sin A$的值为(   )



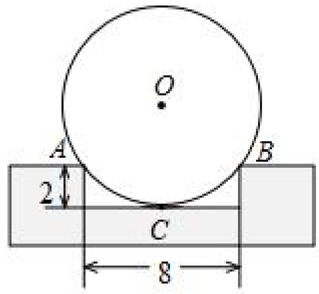
A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

6. 为了测量一个铁球的直径，将该铁球放入工件槽内，测得的有关数据如图所示(单位：cm)，则该铁球的直径为(   )



A. 12cm

B. 10cm

C. 8cm

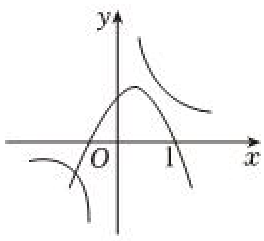
D. 6cm

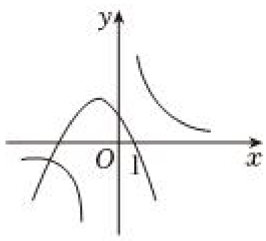
7. 定点投篮是同学们喜爱的体育项目之一，某位同学投出篮球的飞行路线可以看作是抛物线的一部分，篮球飞行的竖直高度y(单位：m)与水平距离x(单位：m)近似满足函数关系$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$. 下表记录了该同学将篮球投出后的x与y的三组数据，根据上述函数模型和数据，可推断出篮球飞行到最高点时，水平距离为(   )

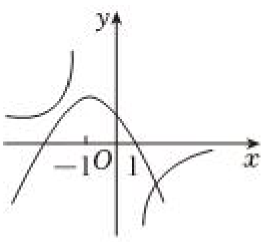
x(单位：m)	0	2	4
y(单位：m)	2.25	3.45	3.05

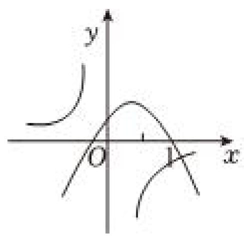
A. $1.5m$　　B. 2m　　C. $2.5m$　　D. 3m

8. 若实数a、b、c满足$a+b+c=0$，且$a<b<c$，则$y=\frac{a}{x}$与$y=ax^2+bx+c$的图象可能是(   )

A. 

B. 

C. 

D. 

9. P为$\odot O$的直径AB的延长线上一点，C为$\odot O$上一点，分别连接CP、AC，PM平分$\angle APC$，交AC于M，则下列命题为假命题的是(   )

A. 若 $AC=PC$，则 $\angle PMC=3\angle MPC$

B. 若 $PC=PO$，则 $\angle ACP=3\angle PAC$

C. 若 $OA=PB$，则 $\angle PAC=30^\circ$

D. 若 PC 切 $\odot O$ 于 C 点，则 $\angle PMC=45^\circ$

10. 当 $x=t$ 时，函数 y 的值记为 $y_{(t)}$，已知函数 $y=2x^2+mx+n$，若 $y_{(m)}=y_{(n+1)}$，且 $m\neq n+1$，则 $y_{(1)}+y_{(2)}$ 的值为(　)

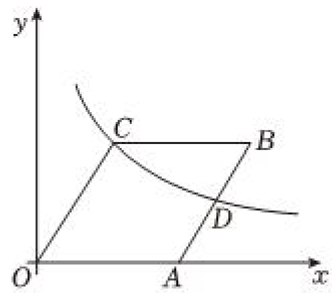
A. 6　　B. 8　　C. 10　　D. 12

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

11. 汽车在坡度 $i=\dfrac{1}{2}$ 的斜坡上沿坡面爬行了 $20\sqrt{5}$ 米，则汽车上升了______米.

12. 如果 $\dfrac{a-b}{a}=\dfrac{1}{2}$，那么 $\dfrac{b}{a}=$______.

13. 如图，平面直角坐标系中，▱ $OABC$ 的边 OA 在 x 轴的正半轴，B、C 在第一象限内，反比例函数 $y=\dfrac{24}{x}(x>0)$ 的图象经过点 C 和 AB 边的中点 D，点 D 到 x 轴的距离为 2，则平行四边形的面积为______.



14. 在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，D 是 BC 边上一点，$\angle ADE=\angle B$，DE 与 AC 交于 E 点.

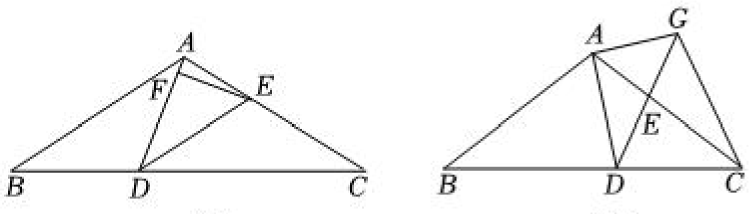


图1　　图2

(1) 如图 1，若 $DE//AB$，$EF\perp AD$ 于 F，则 $\dfrac{DF}{CD}$ 的值为______.

(2) 如图 2，若 $GA\perp AD$，$GD=GC$，已知 $AB=10$，$BC=16$. 则 BD 的长为______.

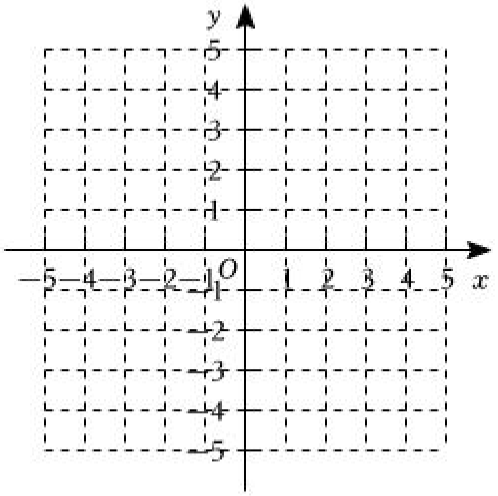
三、解答题：本题共 9 小题，共 90 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

15.（本小题 8 分）

计算：$\sin 30^\circ+2\cos 60^\circ\times\tan 60^\circ-\sin^2 45^\circ$.

16.（本小题 8 分）

已知二次函数 $y=x^2-2x-3$.



(1) 将二次函数化成$y=a(x-h)^2+k$的形式；

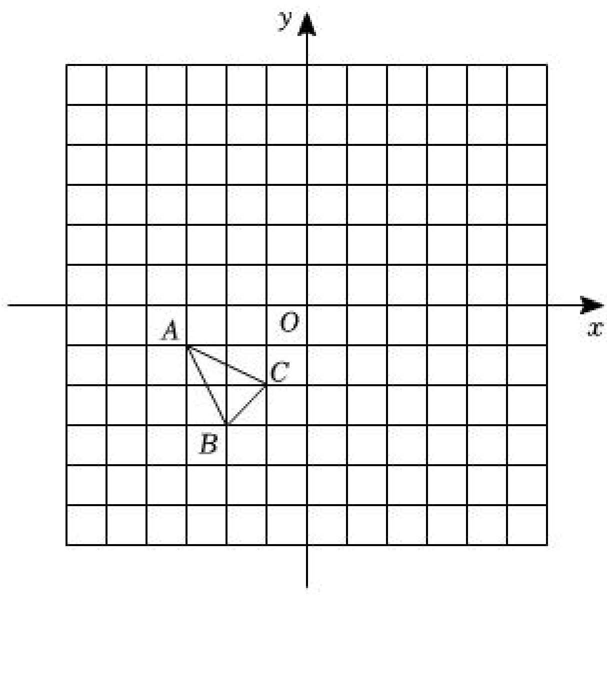
(2) 在平面直角坐标系中画出$y=x^2-2x-3$的大致图象，并根据图象直接写出$y<0$时，x的取值范围.

17.（本小题 8 分）

如图，在平面直角坐标系中，$\triangle ABC$三个顶点的坐标分别为$A(-3,-1)$，$B(-2,-3)$，$C(-1,-2)$.

(1) 以 O 为旋转中心，将$\triangle ABC$顺时针旋转90°得到$\triangle A_1B_1C_1$，并写出点A_1的坐标.

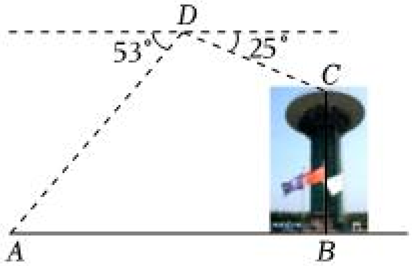
(2) 以 O 为位似中心，在第一象限内作出$\triangle ABC$的位似$\triangle A_2B_2C_2$，且$\triangle ABC$与$\triangle A_2B_2C_2$的位似比为 1：2.



18.（本小题 8 分）

周末，数学探究小组利用无人机在合肥园博园开展测量信标塔高度的活动，此时无人机在高出地面 80 米的点 D 处，操控者站在点 A 处，无人机测得点 A 的俯角为53°.测得信标塔顶点 C 处的俯角为25°，操控者和

信标塔 BC 的距离为 102 米，求信标塔 BC 的高度（结果保留整数，参考数据：$\sin 53^\circ \approx 0.80$，$\cos 53^\circ \approx 0.60$，$\tan 53^\circ \approx 1.33$，$\sin 25^\circ \approx 0.42$，$\cos 25^\circ \approx 0.90$，$\tan 25^\circ \approx 0.47$).

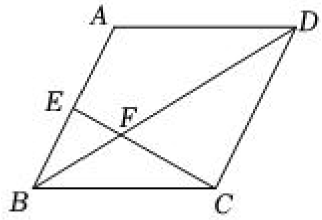


19.（本小题 10 分）

已知：菱形 $ABCD$ 中，E 为 AB 中点，CE 交 BD 于 F，且 $\angle ADB = \angle BCE$.

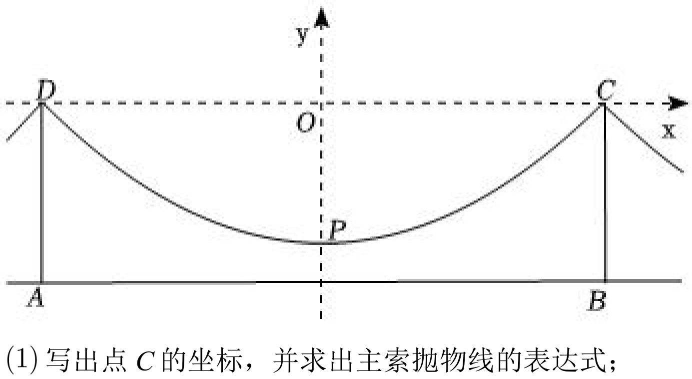
(1) 求证：$BF = 2EF$；

(2) 若 $BE = 1$，求 BF 的长.



20.（本小题 10 分）

悬索桥是现代高架桥的主要结构方式，如图是某悬索桥的截面示意图，主索近似符合抛物线，从主索上设置竖直的吊索，与桥面垂直，并连接桥面承接桥面的重量，两桥塔 $AD = BC = 10m$，间距 AB 为 $32m$，桥面 AB 水平，主索最低点为点 P，点 P 距离桥面为 $2m$，以 DC 中点为原点，DC 所在直线为 x 轴，建立平面直角坐标系.



(1) 写出点 C 的坐标，并求出主索抛物线的表达式；

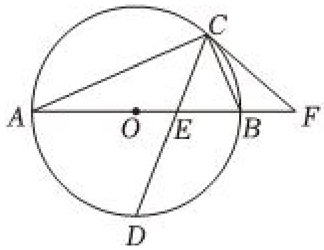
(2) 距离点 P 水平距离为 $4m$ 和 $8m$ 处的吊索共四条需要更换，求四根吊索总长度为多少米？

21.（本小题 12 分）

如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 是圆上一点，点 D 是半圆的中点，连接 CD 交 AB 于点 E，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 延长线于 F.

(1) 求证：$CF=EF$；

(2) 若 $CF=5, \tan A=\dfrac{1}{2}$，求 $\odot O$ 半径的长.



22.（本小题 12 分）

已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+3(a\neq 0)$ 经过点 $(-3,0)$ 和点 $(\dfrac{1}{2},\dfrac{7}{4})$.

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 平移抛物线 $y=ax^2+bx+3$，平移后的图象记为图象 G，其顶点 $(h,k)(0<h<1)$ 在抛物线 $y=x^2-x+\dfrac{1}{4}$ 上，直线 $x=\dfrac{h}{3}$ 分别与抛物线 $y=x^2-x+\dfrac{1}{4}$ 和图象 G 交于点 P 和点 Q，求线段 PQ 长的最大值.

23.（本小题 14 分）

如图 1，$\triangle ABC$ 中，$\angle A=45^\circ$，$BD\perp AC$ 于 D，E 点在 AB 边上，$CE=CB$，CE 交 BD 于 F，过点 E 作 $EG\perp AC$ 于点 G.

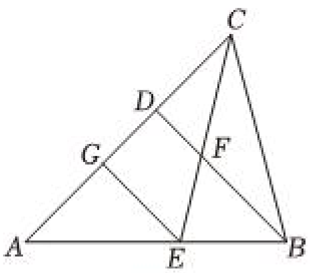


图1

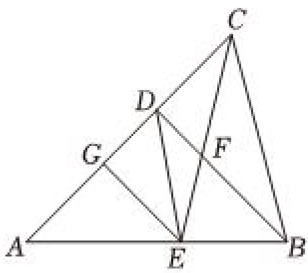


图2

(1) 求证：$GE=CD$；

(2) 如图 2，当 $DF=FB=2$ 时，求 CB 的长；

(3) 连接 DE，若 $DE//BC$，求 $\dfrac{BE}{AE}$ 的值.

答案和解析

1.【答案】B

【解析】解：选项 A、C、D 的图形都不能找到一个点，使图形绕某一点旋转 $180°$ 后与原来的图形重合，所以不是中心对称图形；

选项 B 的图形能找到一个点，使图形绕某一点旋转 $180°$ 后与原来的图形重合，所以是中心对称图形.

故选：B.

根据中心对称图形的概念判断．把一个图形绕某一点旋转 $180°$，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形.

本题考查的是中心对称图形的概念，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后与原图重合.

2.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查的是二次函数的图象与几何变换，熟知函数图象几何变换的法则是解答此题的关键.

直接根据“上加下减，左加右减”的原则进行解答即可.

【解答】

解：由“左加右减”的原则可知，将二次函数 $y=2x^2$ 的图象向右平移 2 个单位所得函数的解析式为

$y=2(x-2)^2$；

由“上加下减”的原则可知，将二次函数 $y=2(x-2)^2$ 的图象再向下平移 3 个单位所得函数的解析式为

$y=2(x-2)^2-3$.

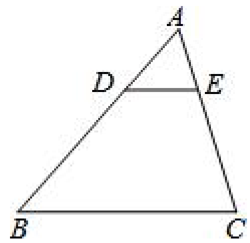
故选 C.

3.【答案】D

【解析】解：$\because DE//BC$，

$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$，

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\dfrac{AD}{AB})^2=(\dfrac{AD}{AD+DB})^2=(\dfrac{1}{1+2})^2=\dfrac{1}{9}$.



故选：D.

由 $DE//BC$ 可得出 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$，利用相似三角形的性质即可求出 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积之比.

本题考查了相似三角形的判定与性质，牢记相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

4.【答案】A

【解析】解：$\because \angle AOC=126^{\circ}$，$\angle AOC+\angle BOC=180^{\circ}$，

$\therefore \angle BOC=180^{\circ}-\angle AOC$，

$=180^{\circ}-126^{\circ}$，

$=54^{\circ}$，

$\therefore \angle CDB=\dfrac{1}{2}\angle BOC$，

$=\dfrac{1}{2}\times 54^{\circ}$，

$=27^{\circ}$.

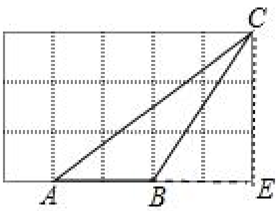
故选：A.

由$\angle AOC=126^{\circ}$，$\angle AOC+\angle BOC=180^{\circ}$，可求得$\angle BOC$的度数，然后由圆周角定理，求得$\angle CDB$的度数.

此题考查了圆周角定理.注意在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

5.【答案】D

【解析】解：如图，取格点E.连接BE，CE.



在$\mathrm{Rt}\triangle ACE$中，$\because \angle AEC=90^{\circ}$，$AC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，$EC=3$，

$\therefore \sin A=\dfrac{EC}{AC}=\dfrac{3}{5}$，

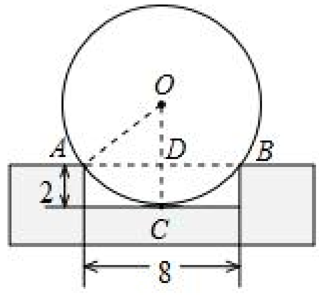
故选：D.

如图，取格点E.连接BE，CE.构造直角三角形求出AC，EC即可解决问题.

本题考查解直角三角形的应用，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型.

6.【答案】B

【解析】解：连接AB、CD交于点D，



由题意得，$OC\perp AB$，

则$AD=DB=\dfrac{1}{2}AB=4$，

设圆的半径为Rcm，则$OD=(R-2)cm$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOD$中，$OA^2=AD^2+OD^2$，即$R^2=4^2+(R-2)^2$，

解得，$R=5$，

则该铁球的直径为10cm，

故选：B.

连接AB、CD交于点D，根据垂径定理求出AD，根据勾股定理计算即可.

本题考查的市场价定理的应用、勾股定理，掌握垂直于弦的直径，平分弦并且平分弦所对的两条弧是解题的关键.

7.【答案】C

【解析】解：设二次函数的解析式为$y=ax^2+bx+c$，

根据表可得：$\begin{cases}c=2.25\\4a+2b+c=3.45\\16a+4b+c=3.05\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=-0.2\\b=1\\c=2.25\end{cases}$，

$\therefore y=-0.2x^2+x+2.25=-0.2(x-2.5)^2+3.5$，

$\therefore$可推断出篮球飞行到最高点时，水平距离为2.5米，

故选：C.

首先根据提供数据列出函数解析式，然后确定其顶点坐标的横坐标即为本题答案.

本题考查了二次函数的应用，解题的关键是正确的求得解析式，难度不大.

8.【答案】C

【解析】解：$\because a+b+c=0$，且$a<b<c$，

$\therefore a<0$，$c>0$，(b的正负情况不能确定)，

$\therefore ac<0$，

$\therefore \Delta=b^2-4ac>0$，

$\therefore$抛物线$y=ax^2+bx+c$的图象与x轴有两个交点，

$\therefore$函数$y=\dfrac{a}{x}$的图象在二、四象限，$y=ax^2+bx+c$的图象开口向下，交y轴的正半轴，与x轴有两个交点，其中一个交点为$(1,0)$，

故选：C.

首先根据$a+b+c=0$，且$a<b<c$，判断抛物线与x轴交于点$(1,0)$，$a<0$，$c>0$，(b的正负情况不能确定)，进而判断$\Delta=b^2-4ac$的符号，根据函数图象与系数的关系确定图象经过的象限，然后确定对称

轴的位置，即可解答.

本题考查二次函数图象与系数的关系，反比例函数的图象与系数的关系，先确定出抛物线与x轴交于点$(1,0)$，a、c的正负情况是解题的关键，也是本题的难点.

9.【答案】C

【解析】解：对于选项A，如图1所示：

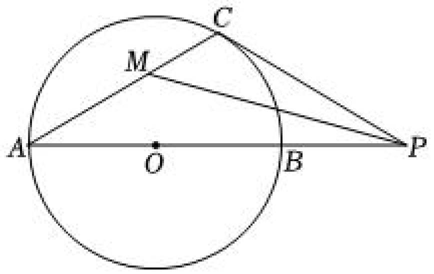


图1

$\because AC=PC$，

$\therefore \angle CAP=\angle CPA$，

$\because PM$平分$\angle APC$，

$\therefore \angle APM=\angle MPC$，$\angle CPA=2\angle MPC$，

$\therefore \angle CAP=2\angle MPC$，

$\because \angle PMC$为$\triangle AMP$的一个外角，

$\therefore \angle PMC=\angle CAP+\angle APM=2\angle MPC+\angle MPC=3\angle MPC$，

故选项A正确，

即若$AC=PC$，则$\angle PMC=3\angle MPC$是真命题，不符合题意；

对于选项B，连接OC，如图2所示：

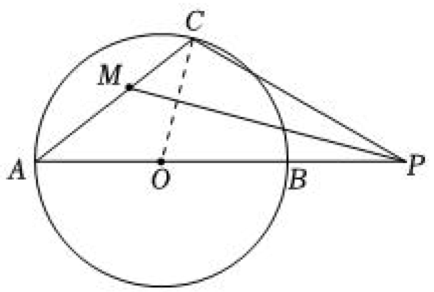


图2

$\because PC=PO$，

$\therefore \angle POC=\angle PCO$，

$\because OA=OC$，

$\therefore \angle PAC = \angle OCA$，

$\because \angle POC$ 为 $\triangle OAC$ 的一个外角，

$\therefore \angle POC = \angle PAC + \angle OCA = 2\angle PAC$，

$\therefore \angle PCO = 2\angle PAC$，

$\therefore \angle ACP = \angle OCA + \angle PCO = \angle PAC + 2\angle PAC = 3\angle PAC$，

故选项 B 正确，

即若 $PC = PO$，则 $\angle ACP = 3\angle PAC$ 是真命题，不符合题意；

对于选项 C，如图 3 所示：

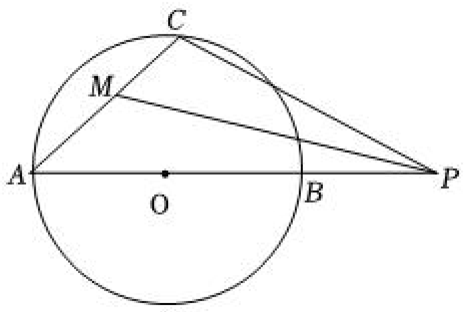


图3

$\because$ 若 $OA = PB$，$OB = OA$，

$\therefore OA = OB = PB$，

根据已知条件无法判定 $\angle PAC = 30^\circ$，

故选项 C 不正确，

即若 $OA = PB$，则 $\angle PAC = 30^\circ$ 是假命题，符合题意；

对于选项 D，连接 OC，如图 4 所示：

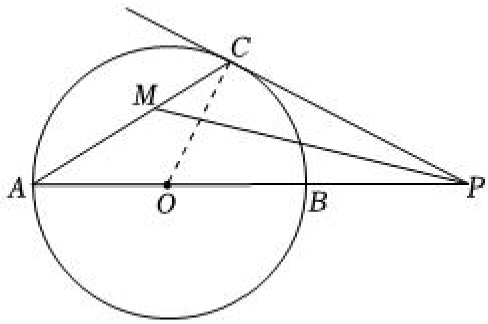


图4

设 $\angle APM = \alpha$，$\angle PAC = \beta$，

$\because \angle PMC$ 是 $\triangle AMP$ 的一个外角，

$\therefore \angle PMC = \angle APM + \angle PAC = \alpha + \beta$，

$\because PM$ 平分 $\angle APC$，

$\therefore \angle APC = 2\angle APM = 2\alpha$，

$\because PC$ 切 $\odot O$ 于 C 点，

$\therefore \angle OCP = 90^{\circ}$，

$\therefore \angle POC = 90^{\circ} - \angle APC = 90^{\circ} - 2\alpha$，

$\because OA = OC$，

$\therefore \angle PAC = \angle OAC = \beta$，

$\because \angle POC$ 是 $\triangle OAC$ 的一个外角，

$\therefore \angle POC = \angle PAC + \angle OAC = 2\beta$，

$\therefore 90^{\circ} - 2\alpha = 2\beta$，

$\therefore \alpha + \beta = 45^{\circ}$，

$\therefore \angle PMC = \alpha + \beta = 45^{\circ}$，

故选项 D 正确，

即若 PC 切 $\odot O$ 于 C 点，则 $\angle PMC = 45^{\circ}$ 是真命题，不符合题意．

故选：C．

对于选项 A，先由 $AC = PC$ 得 $\angle CAP = \angle CPA$，由角平分线定义得 $\angle APM = \angle MPC$，$\angle CPA = 2\angle MPC$，则 $\angle CAP = 2\angle MPC$，再由三角形的外角定理得 $\angle PMC = 3\angle MPC$，据此可对选项 A 进行判断；

对于选项 B，连接 OC，先由 $PC = PO$ 得 $\angle POC = \angle PCO$，再由 $OA = OC$ 得 $\angle PAC = \angle OCA$，由此根据三角形的外角定理得 $\angle POC = 2\angle PAC$，进而得 $\angle ACP = 3\angle PAC$，据此可对选项 B 进行判断；

对于选项 C，由 $OA = PB$ 可得 $OA = OB = PB$，根据已知条件无法判定 $\angle PAC = 30^{\circ}$，据此可对选项 C 进行判断；

对于选项 D，连接 OC，设 $\angle APM = \alpha$，$\angle PAC = \beta$，进而得 $\angle PMC = \alpha + \beta$，根据角平分线的定义及切线的性质得 $\angle POC = 90^{\circ} - 2\alpha$，再由 $OA = OC$ 得 $\angle PAC = \angle OAC = \beta$，则 $\angle POC = 2\beta$，由此得 $\alpha + \beta = 45^{\circ}$，据此可对选项 D 进行判断，综上所述即可得出答案．

此题主要考查了切线的性质，等腰三角形的性质，三角形的外角定理，角平分线的定义等，准确识图，熟练掌握切线的性质，等腰三角形的性质，N 理解角平分线的定义，灵活利用三角形的外角定理找出相关角的数量关系是解决的关键．

10.【答案】B