

## 第一章思考题

- 1.1 观测条件是由那些因素构成的？它与观测结果的质量有什么联系？
- 1.2 观测误差分为哪几类？它们各自是怎样定义的？对观测结果有什么影响？试举例说明。
- 1.3 用钢尺丈量距离，有下列几种情况使得结果产生误差，试分别判定误差的性质及符号：
- (1) 尺长不准确；
  - (2) 尺不水平；
  - (3) 估读小数不准确；
  - (4) 尺垂曲；
  - (5) 尺端偏离直线方向。
- 1.4 在水准了中，有下列几种情况使水准尺读书有误差，试判断误差的性质及符号：
- (1) 视准轴与水准轴不平行；
  - (2) 仪器下沉；
  - (3) 读数不准确；
  - (4) 水准尺下沉。
- 1.5 何谓多余观测？测量中为什么要进行多余观测？

### 答案：

- 1.3 (1) 系统误差。当尺长大于标准尺长时，观测值小，符号为“+”；当尺长小于标准尺长时，观测值大，符号为“-”。
- (2) 系统误差，符号为“-”
  - (3) 偶然误差，符号为“+”或“-”
  - (4) 系统误差，符号为“-”
  - (5) 系统误差，符号为“-”
- 1.4 (1) 系统误差，当 $i$ 角为正时，符号为“-”；当 $i$ 角为负时，符号为“+”
- (2) 系统误差，符号为“+”
  - (3) 偶然误差，符号为“+”或“-”
  - (4) 系统误差，符号为“-”

## 第二章思考题

2.1 为了鉴定经纬仪的精度，对已知精确测定的水平角  $\alpha = 45^\circ 00' 00''$  作 12 次同精度观测，

结果为：

$45^\circ 00' 06''$      $45^\circ 59' 55''$      $45^\circ 59' 58''$      $45^\circ 00' 04''$   
 $45^\circ 00' 03''$      $45^\circ 00' 04''$      $45^\circ 00' 00''$      $45^\circ 59' 58''$   
 $45^\circ 59' 59''$      $45^\circ 59' 59''$      $45^\circ 00' 06''$      $45^\circ 00' 03''$

设  $a$  没有误差，试求观测值的中误差。

2.2 已知两段距离的长度及中误差分别为  $300.465\text{m} \pm 4.5\text{cm}$  及  $660.894\text{m} \pm 4.5\text{cm}$ ，试说明这两段距离的真误差是否相等？他们的精度是否相等？

2.3 设对某量进行了两组观测，他们的真误差分别为：

第一组：3, -3, 2, 4, -2, -1, 0, -4, 3, -2

第二组：0, -1, -7, 2, 1, -1, 8, 0, -3, 1

试求两组观测值的平均误差  $\hat{\theta}_1$ 、 $\hat{\theta}_2$  和中误差  $\hat{\sigma}_1$ 、 $\hat{\sigma}_2$ ，并比较两组观测值的精度。

2.4 设有观测向量  $X = [L_1 \ L_2]^T$ ，已知  $\hat{\sigma}_{L_1} = 2$  秒， $\hat{\sigma}_{L_2} = 3$  秒， $\hat{\sigma}_{L_1 L_2} = -2$  秒<sup>2</sup>，试写出其协方差阵  $D_{2 \times 2}$ 。

2.5 设有观测向量  $X = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$  的协方差阵  $D_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & -3 \\ 0 & -3 & 16 \end{bmatrix}$ ，试写出观测值

$L_1$ 、 $L_2$ 、 $L_3$  的中误差及其协方差  $\sigma_{L_1 L_2}$ 、 $\sigma_{L_1 L_3}$  和  $\sigma_{L_2 L_3}$ 。

### 答案：

2.1  $\hat{\sigma} = 3.62''$

2.2 它们的真误差不一定相等，相对精度不相等，后者高于前者

2.3  $\hat{\theta}_1 = 2.4$      $\hat{\theta}_2 = 2.4$      $\hat{\sigma}_1 = 2.7$      $\hat{\sigma}_2 = 3.6$

两组观测值的平均误差相同，而中误差不同，由于中误差对大的误差反应灵敏，故通常采用中误差做为衡量精度的指标，本题中  $\hat{\sigma}_1 < \hat{\sigma}_2$ ，故第一组观测值精度高

2.4  $D_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 9 \end{pmatrix} (\text{秒}^2)$

2.5  $\sigma_{L_1} = 2$ ,  $\sigma_{L_2} = 3$ ,  $\sigma_{L_3} = 4$ ,  $\sigma_{L_1 L_2} = -2$ ,  $\sigma_{L_1 L_3} = 0$ ,  $\sigma_{L_2 L_3} = -3$

### 第三章思考题

3.1 下列各式中的  $L_i (i=1,2,3)$  均为等精度独立观测值，其中误差为  $\sigma$ ，试求  $X$  的中误差：

(1)  $X = \frac{1}{2}(L_1 + L_2) + L_3$ ;

(2)  $X = \frac{L_1 L_2}{L_3}$

3.2 已知观测值  $L_1, L_2$  的中误差  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ ， $\sigma_{12} = 0$ ，设  $X = 2L_1 + 5, Y = L_1 - 2L_2$ ， $Z = L_1 L_2$ ， $t = X + Y$ ，试求  $X, Y, Z$  和  $t$  的中误差。

3.3 设有观测向量  $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$ ，其协方差阵为

$$D_{LL} = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

分别求下列函数的的方差：

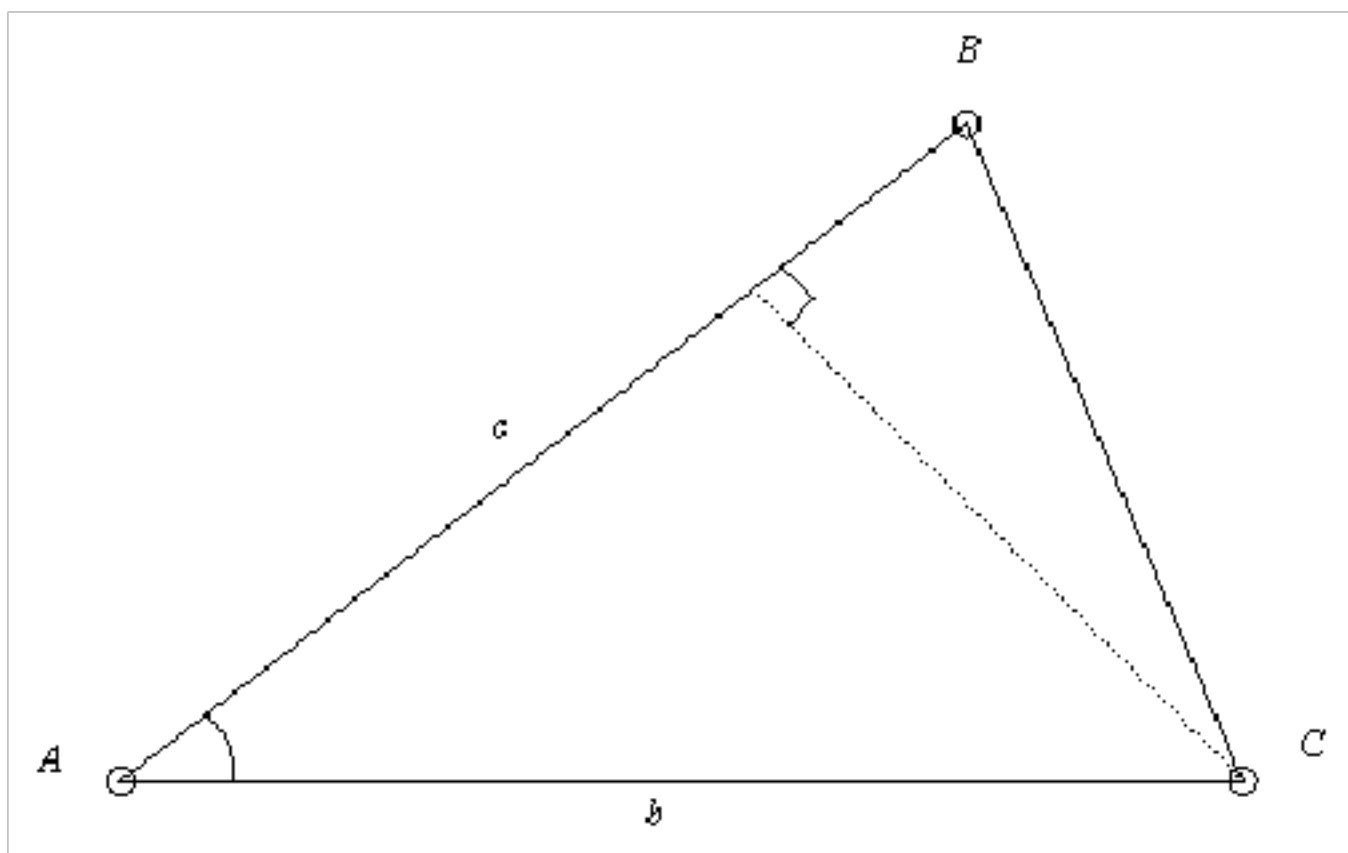
(1)  $F = L_1 - 3L_3$ ;

(2)  $F = 3L_2 L_3$

3.4 设有同精度独立观测值向量  $L = [L_1 \ L_2 \ L_3]^T$  的函数为  $Y_1 = S_{AB} \frac{\sin L_1}{\sin L_3}$ ，

$Y_2 = \alpha_{AB} - L_2$ ，式中  $\alpha_{AB}$  和  $S_{AB}$  为无误差的已知值，测角误差  $\sigma = 1''$ ，试求函数的方差  $\sigma_{y_1}^2$ 、 $\sigma_{y_2}^2$  及其协方差  $\sigma_{y_1 y_2}$

3.5 在图中  $\triangle ABC$  中测得  $\angle A \pm \sigma_A$ ，边长  $b \pm \sigma_b$ ， $c \pm \sigma_c$ ，试求三角形面积的中误差  $\sigma_s$ 。



3.6 在水准测量中，设每站观测高差的中误差均为 1mm，今要求从已知点推算待定点的高程中误差不大于 5cm，问可以设多少站？

3.7 有一角度测 4 个测回，得中误差为 0.42''，问再增加多少个测回其中误差为 0.28''？

3.8 在相同观测条件下，应用水准测量测定了三角点 A, B, C 之间的高差，设三角形的边

长分别为  $S_1=10\text{km}$ ,  $S_2=8\text{km}$ ,  $S_3=4\text{km}$ , 令  $40\text{km}$  的高差观测值权威单位权观测, 试求各段观测高差之权及单位权中误差。

3.9 以相同观测精度  $\angle A$  和  $\angle B$ , 其权分别为  $P_A = \frac{1}{4}$ ,  $P_B = \frac{1}{2}$ , 已知  $\sigma_B = 8''$ , 试求单位权中误差  $\sigma_0$  和  $\angle A$  的中误差  $\sigma_A$ 。

3.10 已知观测值向量  $L$  的权阵为  $P_{LL} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ , 试求观测值的权  $P_{L_1}$  和  $P_{L_2}$

答案:

$$3.1 \quad (1) \sigma_x = \sqrt{\frac{3}{3}} \sigma, \quad (2) \sigma_x = \frac{\sqrt{L_2 L_2 + L_2 L_2 + L_2 L_2}}{L_2} \sigma$$

$$3.2 \quad \sigma_x = 2\sigma, \sigma_y = \sqrt{5}\sigma, \sigma_z = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} \sigma, \sigma_t = \sqrt{13}\sigma$$

$$3.3 \quad D_{F_1} = 22, D_{F_2} = 18L_2 + 27L_2$$

$$3.4 \quad \sigma_{y_1}^2 = \frac{S_{AB}^2}{\rho''^2 \sin^2 L_3} (\cos^2 L_1 + \sin^2 L_1 \cdot \cot^2 L_3)$$

$$\sigma_{y_1}^2 = 1 (\text{秒}^2)$$

$$\sigma_{y_2} = 0$$

$$3.5 \quad \sigma_s = \frac{1}{2} \sqrt{b^2 C^2 \cos^2 A \sigma_A^2 / (\rho'')^2 + C^2 \sin^2 A \sigma_b^2 + b^2 \sin^2 A \sigma_c^2}$$

3.6 最多可设 25 站

3.7 再增加 5 个测回

$$3.8 \quad P_1 = 4.0, P_2 = 5.0, P_3 = 10.0, \sigma_0 = \sqrt{40}\sigma (\text{km})$$

$$3.9 \quad \sigma_0 = 5.66'', \sigma_A = 11.31''$$

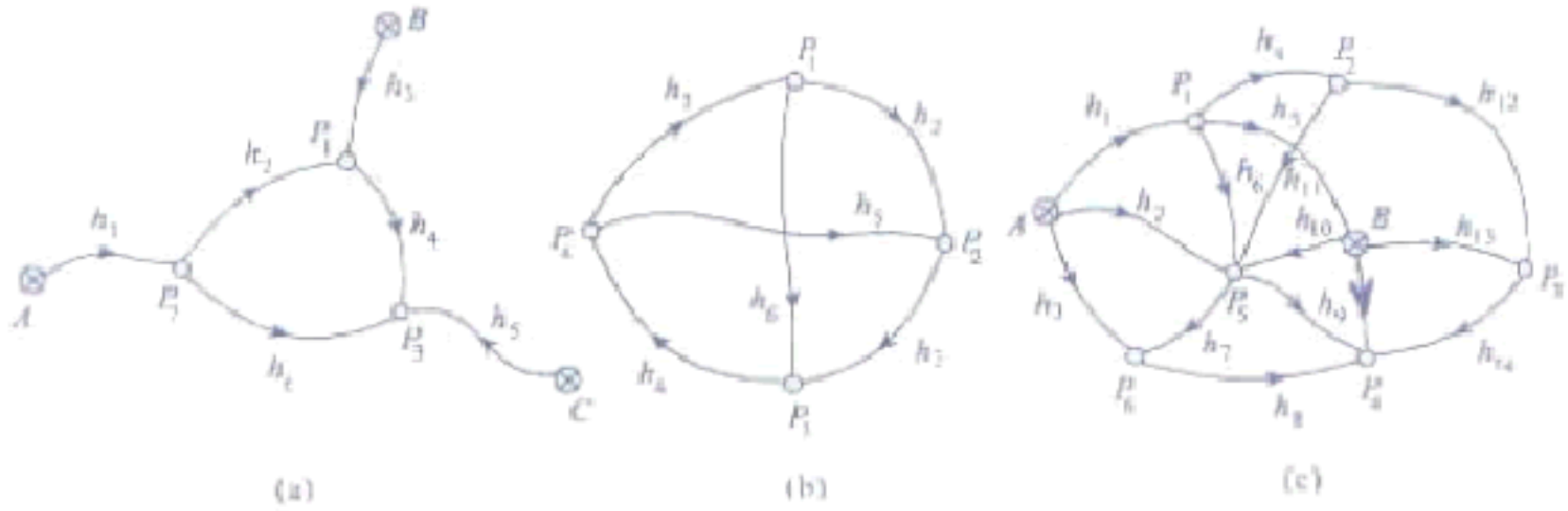
$$3.10 \quad P_{L_1} = 4, P_{L_2} = \frac{16}{5}$$

## 第四章思考题

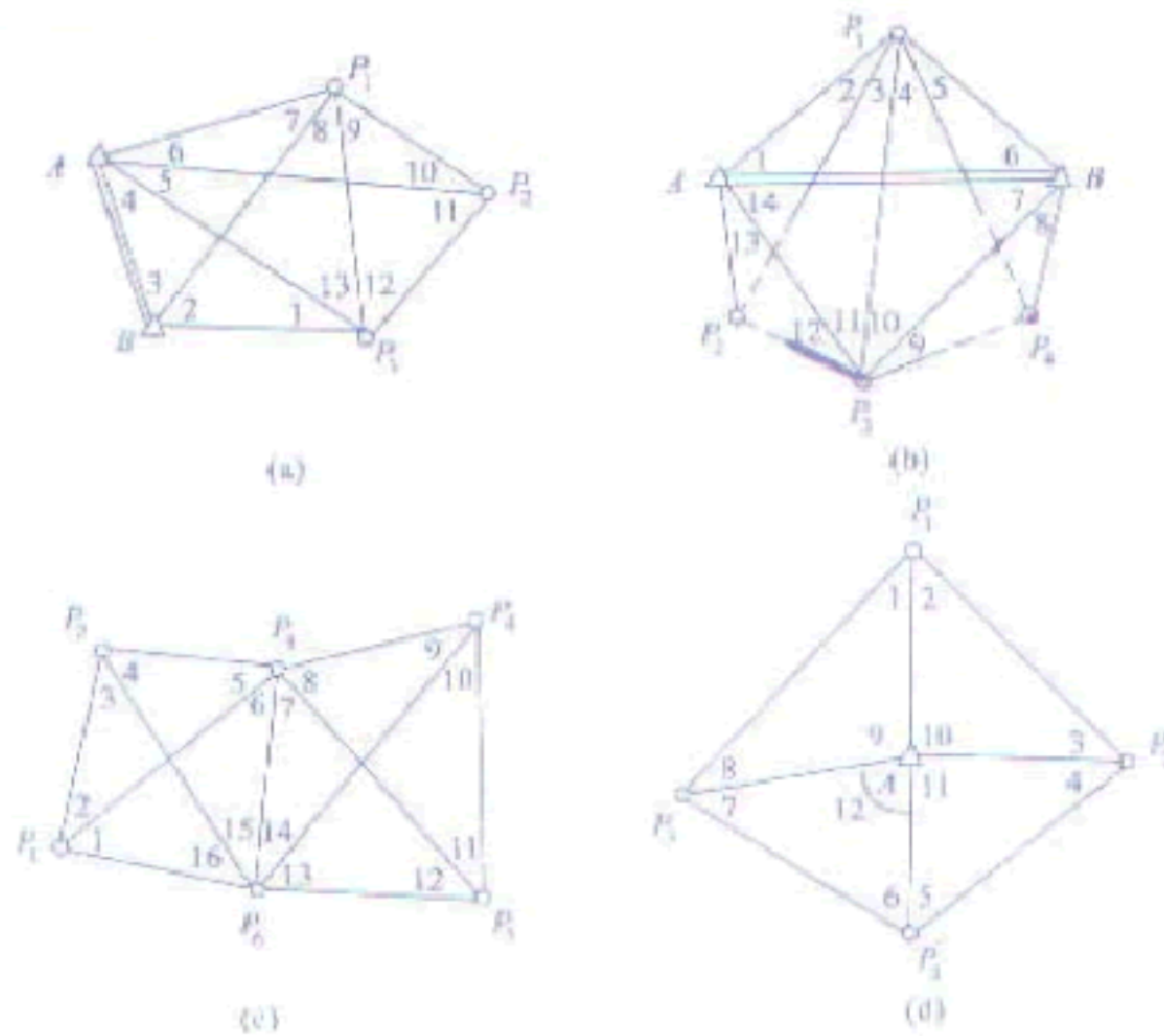
- 4.1 几何模型的必要元素与什么有关？必要元素就是必要观测数吗？为什么？
- 4.2 必要观测值的特性是什么？在进行平差前，我们首先要确定哪些量？如何确定几何模型中的必要元素？试举例说明。
- 4.3 在平差的函数模型中， $n$ ， $t$ ， $r$ ， $u$ ， $s$ ， $c$ 等字母代表什么量？它们之间有什么关系？
- 4.4 测量平差的函数模型和随机模型分别表示那些量之间的什么关系？
- 4.5 最小二乘法与极大似然估计有什么关系？

## 第五章条件平差习题

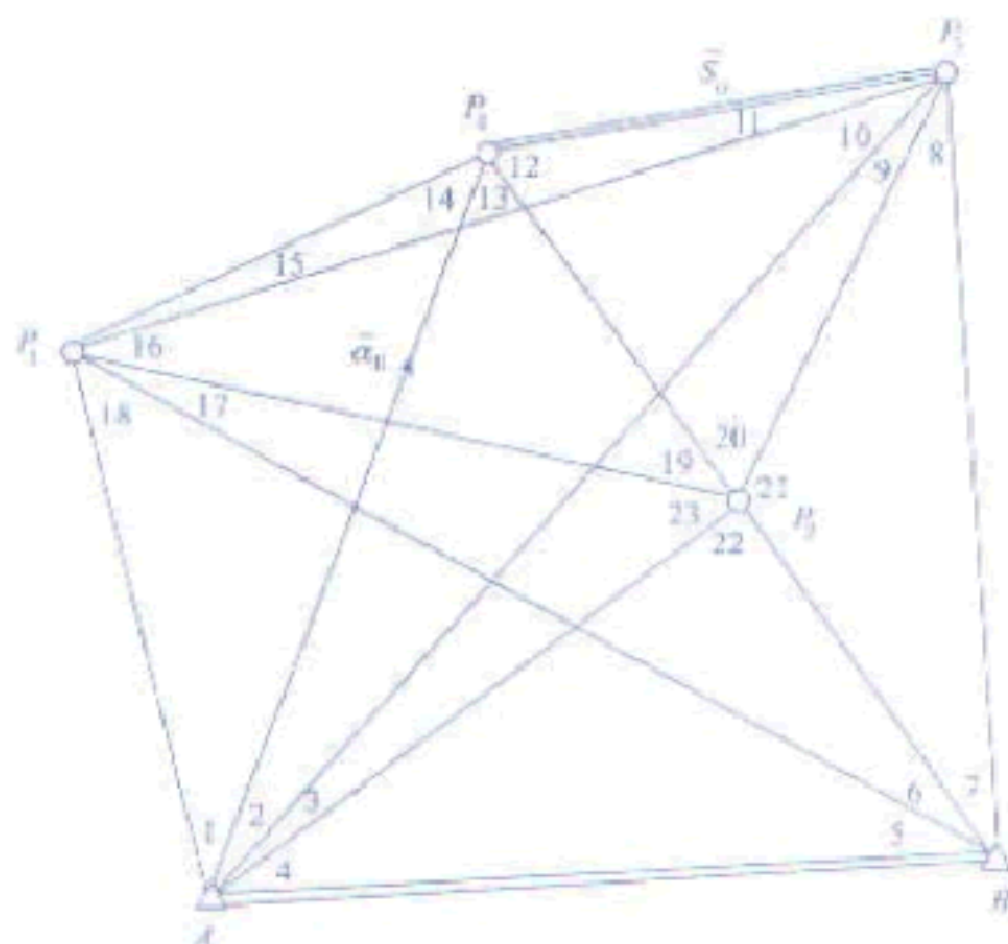
5.1 指出下图中各水准网条件方程的个数（水准网中  $P_i$  表示待定点， $h_j$  表示观测高差）



5.2 指出下图中各测角按条件平差时提哦案件方程的总数及各类条件的个数（图中  $P_i$  为待坐标点）

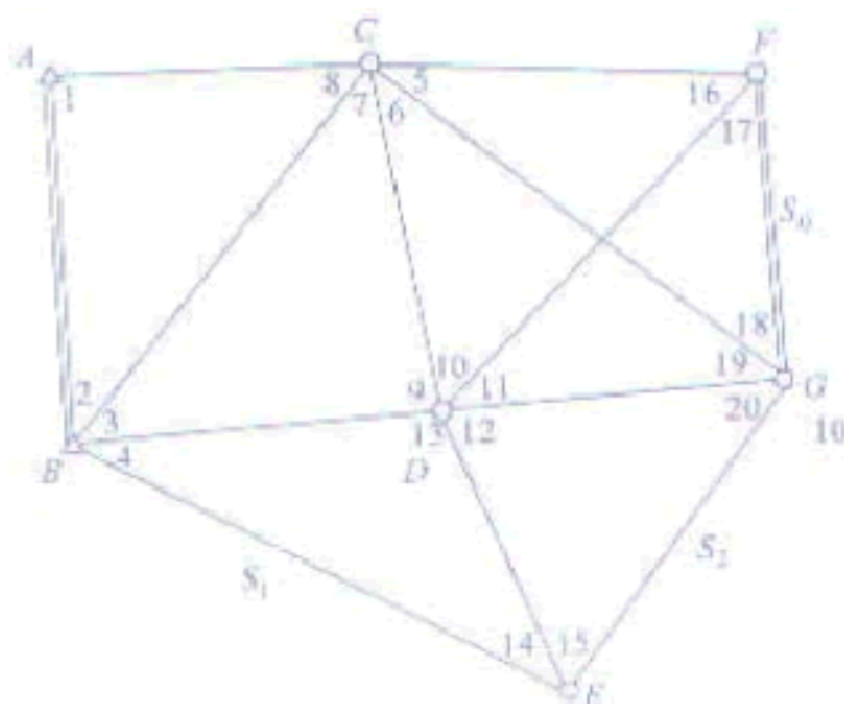


5.3 如下图所示的三角网中，A、B 为已知点， $P_1 \sim P_4$  为待定点， $\tilde{\alpha}_0$  为已知方位角， $\tilde{s}_0$  为已知边长，观测了 23 个内角，试指出按条件平差时条件方程的总数及各类条件的个数。



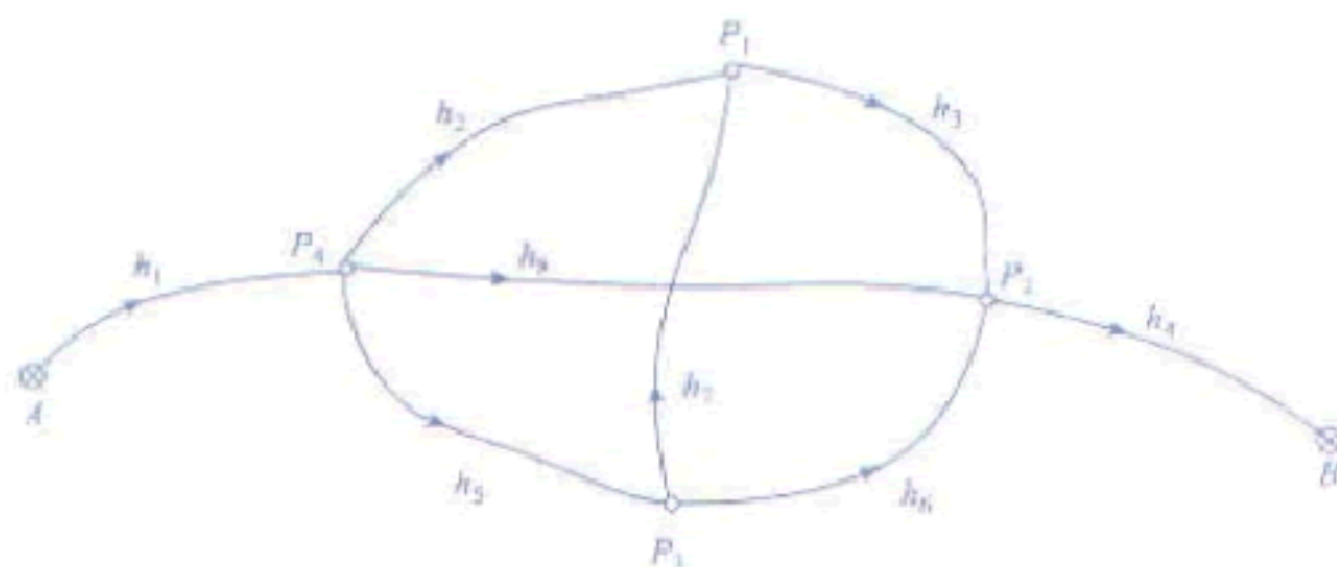
5.4 下图所示的三角网中，A、B 为已知点，FG 为已知边长，观测角  $L_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 20$ )，观测边  $S_j$  ( $j = 1, 2$ )，则

- (1) 在该网平差时，共有几种条件？每种条件各有几个？
- (2) 用文字符号列出全部条件方程（非线性不必线性化）。

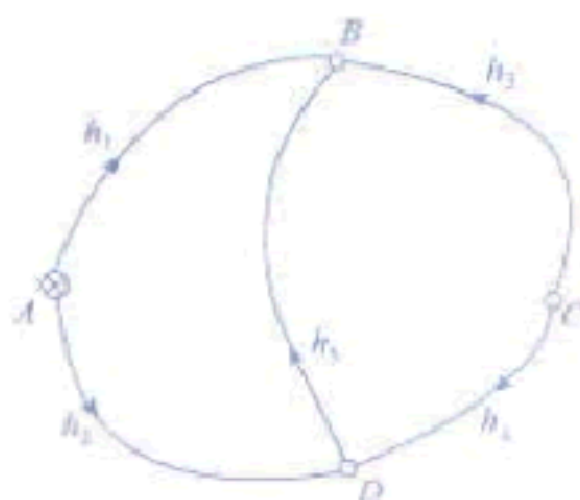


5.5 有水准网如图 5-22 所示，试列出该网的改正数条件方程

已知数据： $H_A = 31.100m, H_B = 34.165m, h_1 = 1.001m, S_1 = 1km; h_2 = 1.002m, S_2 = 2km; h_3 = 0.060m, S_3 = 2km; h_4 = 1.000m, S_4 = 1km; h_5 = 0.500m, S_5 = 2km; h_6 = 0.560m, S_6 = 2km; h_7 = 0.504m, S_7 = 2.5km; h_8 = 1.064m, S_8 = 2.5km。$



5.6 如下图的水准网中，测得各点的高差为： $h_1 = 1.357m$ ， $h_2 = 2.008m$ ， $h_3 = 0.353m$ ， $h_4 = 1.000m$ ， $h_5 = -0.657m$ ， $S_1 = 1km$ ， $S_2 = 1km$ ， $S_3 = 1km$ ， $S_4 = 1km$ ， $S_5 = 2km$ ，设  $C=1$ ，试求：(1) 平差后 A、B 两点间高差的权；(2) 平差后 A、C 两点间高差的权。

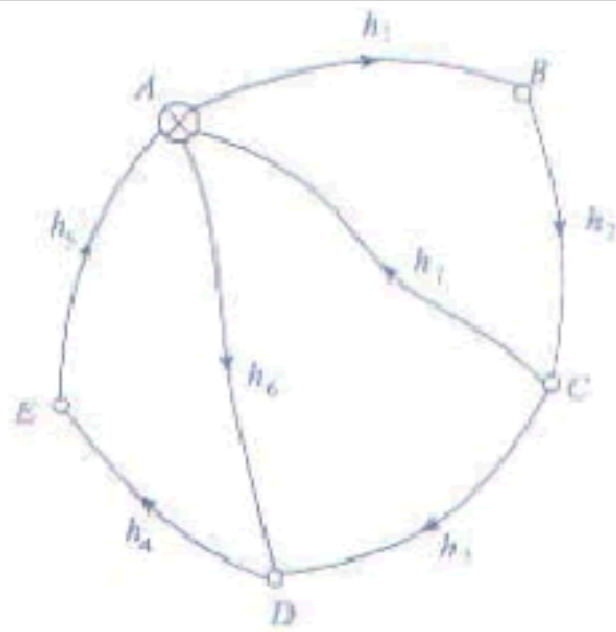


5.7 有水准网如下图，测得各点间高差为  $h_i (i = 1, 2, \dots, 7)$ ，已算得水准网平差后高差的协因数阵为：

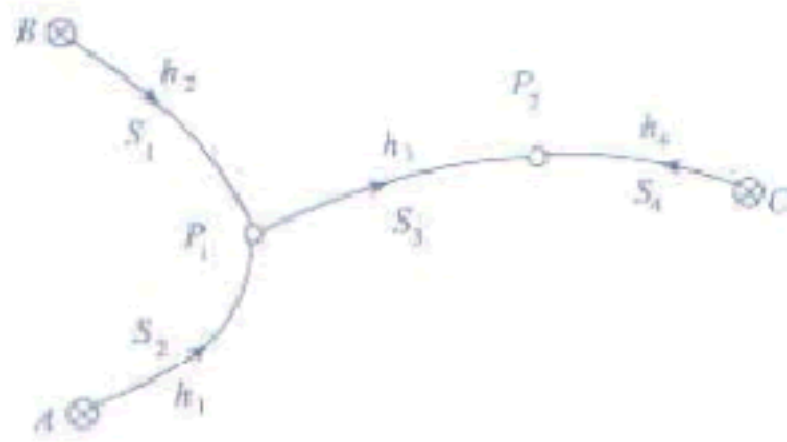
$$Q_2 = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 13 & -8 & -3 & -1 & -1 & 2 & 5 \\ -8 & 13 & -3 & -1 & -1 & 2 & -5 \\ -3 & -3 & 12 & -3 & -3 & 6 & 6 \\ -1 & -1 & -3 & 13 & -8 & -5 & 2 \\ -1 & -1 & -3 & -8 & 13 & -5 & 2 \\ 2 & 2 & 6 & -5 & -5 & 10 & -4 \\ -5 & -5 & 6 & 2 & -2 & -4 & 10 \end{bmatrix}$$

试求：(1) 待定点 A、B、C、D 平差后高程的权；  
(2) C、D 两点间高差平差值的权。

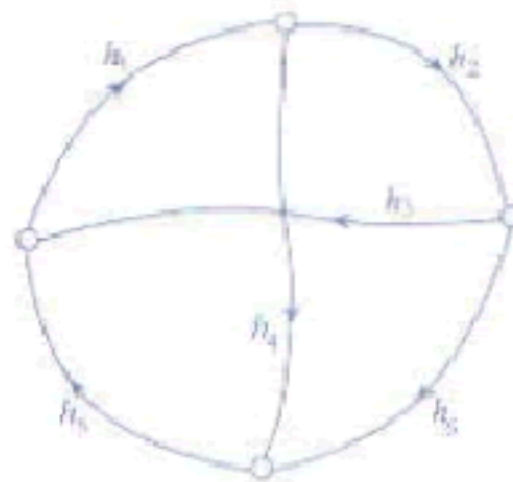




5.8 如图的水准网中，A、B、C 为已知点， $H_A = 12.000m$ ， $H_B = 12.500m$ ， $H_C = 14.000m$ ；高差观测值  $h_1 = 2.500m$ ， $h_2 = 2.000m$ ， $h_3 = 1.352m$ ， $h_4 = 1.851m$ ； $S_1 = 1km$ ， $S_2 = 1km$ ， $S_3 = 2km$ ， $S_4 = 1km$ ，试按条件平差法求高差的平差值  $\hat{h}$  及  $P_2$  点的精度  $\sigma_{P_2}$ 。

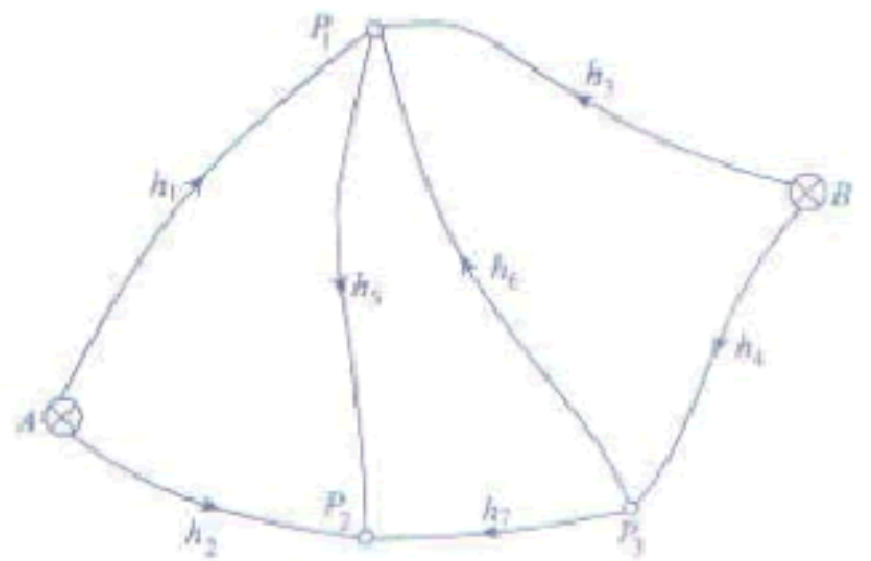


5.9 如图的水准网中，A、B、C、D 为待定点，独立同精度观测了 6 条路线的高差： $h_1 = 1.576m$ ， $h_2 = 2.215m$ ， $h_3 = -3.800m$ ， $h_4 = 0.871m$ ， $h_5 = -2.438m$ ， $h_6 = -1.350m$ ，试按条件平差法求个高差的平差值



5.10 在下图水准网中，观测高差及路线长度见下表：

序号	观测高差/m	路线长/km
$h_1$	10.356	1.0
$h_2$	15.000	1.0
$h_3$	20.360	2.0
$h_4$	14.501	2.0
$h_5$	4.651	1.0
$h_6$	5.856	1.0
$h_7$	10.500	2.0



已知 A、B 的高程为  $H_A = 50.000m$ ， $H_B = 40.000m$ ，试按条件平差法求：(1) 各高差的平差值；(2) 平差后 P1 到 P2 点间高差的中误差。

## 第五章思考题参考答案

5.1 (a)  $n=6$ ,  $t=3$ ,  $r=3$

(b)  $n=6$ ,  $t=3$ ,  $r=3$

(c)  $n=14$ ,  $t=5$ ,  $r=9$

5.2 (a)  $n=13$ ,  $t=6$ ,  $r=7$

共有 7 个条件方程，其中有 5 个图形条件，2 个极条件。

(b)  $n=14$ ,  $t=8$ ,  $r=6$

共有 6 个条件方程，其中有 3 个图形条件，3 个极条件。

(c)  $n=16$ ,  $t=8$ ,  $r=8$

共有 8 个条件方程，其中有 6 个图形条件，2 个极条件。

(d)  $n=12$ ,  $t=6$ ,  $r=6$

共有 6 个条件方程，其中有 4 个图形条件，1 个圆周条件，1 个极条件。

5.3  $n=23$ ,  $t=6$ ,  $r=17$

共有 17 个条件方程，其中有 9 个图形条件，1 个圆周条件，1 个固定角条件，1 个固定边条件，5 个极条件。

5.4 (1)  $n=22$ ,  $t=9$ ,  $r=13$ : 7 个图形条件，1 个圆周条件，2 个极条件，2 个边长条件，一个基线条件。

(2)

$$\begin{aligned}
\hat{L}_1 + \hat{L}_2 + \hat{L}_8 - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_3 + \hat{L}_7 + \hat{L}_9 - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_4 + \hat{L}_{13} + \hat{L}_{14} - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_{12} + \hat{L}_{15} + \hat{L}_{20} + \hat{L}_{19} - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_{11} + \hat{L}_{17} + \hat{L}_{18} + \hat{L}_{19} - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_5 + \hat{L}_6 + \hat{L}_{10} + \hat{L}_{16} - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_6 + \hat{L}_{10} + \hat{L}_{11} + \hat{L}_{19} - 180^\circ &= 0 \\
\hat{L}_9 + \hat{L}_{10} + \hat{L}_{11} + \hat{L}_{12} + \hat{L}_{13} - 180^\circ &= 0 \\
\frac{\sin \hat{L}_5 \sin \hat{L}_{10} \sin \hat{L}_{17} \sin \hat{L}_{19}}{\sin \hat{L}_6 \sin \hat{L}_{11} \sin \hat{L}_{16} \sin \hat{L}_{20}} &= 1 \text{ (以大地四边形中心为极)} \\
\frac{\sin \hat{L}_3 \sin \hat{L}_6 \sin \hat{L}_{14} \sin \hat{L}_{18}}{\sin \hat{L}_4 \sin \hat{L}_7 \sin \hat{L}_{15} \sin \hat{L}_{19}} &= 1 \text{ (以中点四边形点为极)} \\
\frac{S_{FG}}{\sin \hat{L}_{11} \sin \hat{L}_{15}} &= \frac{\hat{S}_2}{\sin \hat{L}_{12} \sin \hat{L}_{17}} \text{ (} S_{FG} \rightarrow \hat{S}_2 \text{ 的边长条件)} \\
\frac{\hat{S}_1}{\sin \hat{L}_{13} \sin \hat{L}_{18}} &= \frac{\hat{S}_2}{\sin \hat{L}_{12} \sin \hat{L}_4} \text{ (} \hat{S}_1 \rightarrow \hat{S}_2 \text{ 的边长条件)} \\
\frac{\sin \hat{L}_1 \sin \hat{L}_3 \sin \hat{L}_6 \sin \hat{L}_{11}}{\sin \hat{L}_8 \sin \hat{L}_9 \sin \hat{L}_{17} \sin \hat{L}_{19}} &= \frac{S_{FG}}{S_{AB}} \text{ (基线条件)}
\end{aligned}$$

5.5 n=8, t=4, r=4; 有多种条件方程的列法, 其中之一为:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} V - \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -4 \\ -4 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{注意常数项单位为 mm})$$

5.6 (1) P=3/2, (2) P=1

5.7 (1)  $P_B=1.6, P_C=2.1, P_D=2.1, P_E=1.6$   
(2)  $P_{hCD}=1.8$

5.8  $\hat{h} = [2.4998 \quad 1.9998 \quad 1.3518 \quad 1.8515]$

$$\sigma_{P_2} = 0.32(\text{mm})$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/658137053041006051>